

LP20 – CONVERSION DE PUISSANCE ÉLECTROMÉCANIQUE

17 juin 2021

Nicolas Barros & Abel Feuvrier

Oui
MR C

Welcome to the machine my son, where have you been ?

Pink Floyd, Welcome to the machine

Niveau : PSI

Commentaires du jury

Bibliographie

- ⚡ *Électrotechnique (ancien programme)*, **Précis Bréal** → MCC en long, en large, en travers, en coupe transversale, en générateur, en charge... À lire!
- ⚡ *ÉM dans le vide*, **Jérémy Ferrand** → Subtilités sur les rails de Laplace
- ⚡ *J'intègre PSI*, **Des intégrés j'espère** → Schémas

Prérequis

- Induction (loi de Faraday, force de Laplace)
- Ferromagnétisme (conducteur de champ magnétique, pertes par hystérésis, par courant de Foucault)
- Moment d'une force, couple

Expériences

- 🔥 Dans nos cordes, mais c'est déjà pas mal long
- 🔥 Connaître l'aspect expérimental cependant

Table des matières

1	Exemple introductif : les rails de Laplace	2
1.1	Présentation du système et description qualitative	2
1.2	Mise en équation	2
1.3	Étude énergétique	3
2	La machine à courant continu	4
2.1	Principe	4
2.2	Mise en équation	5
2.3	Réversibilité	5
2.4	Machine réelle	6
2.5	Point de fonctionnement	7

Introduction

On a vu avec les transformateurs que l'induction permettait de modifier la "forme" de l'énergie (multiplier la tension et baisser l'intensité, ou l'inverse). On va aller beaucoup plus loin aujourd'hui.

1 Exemple introductif : les rails de Laplace

1.1 Présentation du système et description qualitative

On considère un barreau, de masse m , de longueur l , conducteur, astreint à se déplacer sur des rails, conducteurs eux aussi, comme sur le schéma de la figure 1.

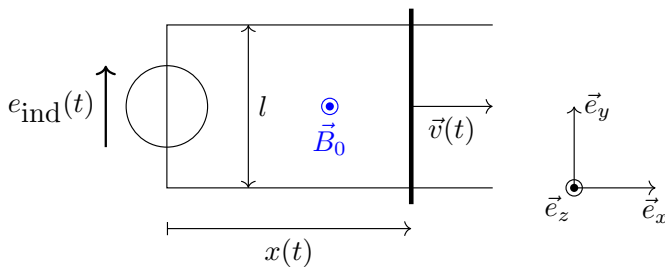


FIGURE 1 – Aspect mécanique des rails de Laplace

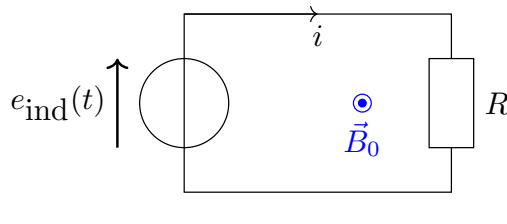


FIGURE 2 – Aspect électrique des rails de Laplace

On peut prévoir qualitativement ce qui va se passer :

- Le mouvement de la barre provoque une variation du flux magnétique à travers le circuit.
- D'après la loi de Faraday, cette variation de flux magnétique provoque l'apparition d'une fém induite.
- Cette fém provoque, par loi d'Ohm, un courant induit dans le circuit.
- Ce courant provoque l'apparition d'une force de Laplace, qui, conformément à la loi de Lenz, s'oppose au mouvement de la barre.

On peut donc résumer la situation avec le schéma 3.

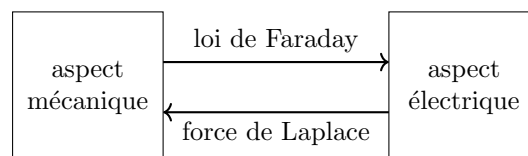


FIGURE 3 – Résumé des interactions entre les aspects des rails de Laplace

↓ *Au boulot !*

1.2 Mise en équation

On aura à traiter l'aspect mécanique et l'aspect électrique. On choisit de commencer par l'aspect mécanique (sans perte de généralité, mais ça on le verra plus tard).

On néglige les frottements (le préciser, ce sera important pour l'étude énergétique). Le pfd appliqué à la barre dans le référentiel du labo supposé galiléen¹ donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_L + \vec{R}_N \quad (1)$$

1. Le problème du référentiel est ici crucial, mais on va allègrement le mettre sous le tapis. Se préparer aux questions quand même.

avec :

$$\vec{F}_L = \int_{\text{barre}} i d\vec{l} \wedge \vec{B} = - \int_{\text{barre}} i B_0 dy \vec{e}_x = li B_0 \vec{e}_x \quad (2)$$

Donc, en projetant le pfd sur $\vec{e}_x$ et en notant $v = \vec{v} \cdot \vec{e}_x$, on obtient notre équation mécanique :

$$\frac{dv}{dt} = -l B_0 i \quad (3)$$

Attention : i n'est pas constant, les aspects mécanique et électrique sont couplés ! On va donc (sans surprise) devoir traiter l'aspect électrique.

La loi des mailles (et la loi d'Ohm, c'est bon on est grands maintenant) donne :

$$e_{\text{ind}}(t) - Ri(t) = 0 \quad (4)$$

et la loi de Faraday donne (attention à l'orientation du circuit !) :

$$e_{\text{ind}}(t) = - \frac{d\Phi_B}{dt} = B_0 l v \quad (5)$$

et on a donc :

$$i(t) = \frac{B_0 l}{R} v \quad (6)$$

On peut s'arrêter brièvement sur cette équation : le couplage entre méca et élec n'a jamais été aussi évident.

On finit la résolution en injectant l'équation électrique 6 dans l'équation mécanique 3 :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0 \quad (7)$$

avec $\tau = \frac{mR}{(lB_0)^2}$. Commenter cette expression (rôle des différents termes). Si on a des rails qui marchent sous la main, une application numérique serait bienvenue.

On a donc $v(t) = v_0 \exp(-t/\tau)$: la barre freine. Où va son énergie cinétique ?

1.3 Étude énergétique

On reprend notre équation 7, on multiplie par mv des deux côtés et on se sert, à droite, de l'équation 6 pour exprimer v en fonction de i . On intègre, on arrive à :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = R i^2 \quad (8)$$

On reconnaît deux expressions connues : l'énergie cinétique de la barre à gauche et la puissance reçue par la résistance à droite. On a l'habitude de voir ces deux expressions, mais pas ensemble ! On saura interpréter quand même : l'énergie cinétique de la barre est passée dans la résistance, qui l'a dissipée par effet Joule (c'est tout ce qu'elle sait faire).

Mais là où ça devient vraiment intéressant, c'est quand on reprend l'équation 6 (encore) avec cette nouvelle lumière : imposer une vitesse initiale est strictement équivalent à imposer une intensité initiale. Donc si on injecte l'énergie non pas par la barre mais par le circuit, on aura le même résultat ! Autrement dit : on peut provoquer un mouvement avec de l'électricité. On parle de réversibilité.

On a un couplage parfait : toute l'énergie est transmise.

I Ce n'était pas le cas pour les machines thermiques ! Intéressant ça !



2 La machine à courant continu

2.1 Principe

Le même que les rails de Laplace : on injecte du courant dans un circuit où règne un champ magnétique, on récupère du mouvement.

Par souci de place, ce mouvement sera une rotation ; plus précisément, une partie du moteur (rotor) va tourner, dans une autre partie immobile (stator). On appelle entrefer la partie qui les sépare. Tout ça est représenté sur la figure 4.

Contrairement aux rails de Laplace, ici, chaque partie a son circuit. Lorsqu'on veut fonctionner en moteur, le stator est l'inducteur et le rotor l'induit. On interprétera ça en détail plus tard, peut-être.

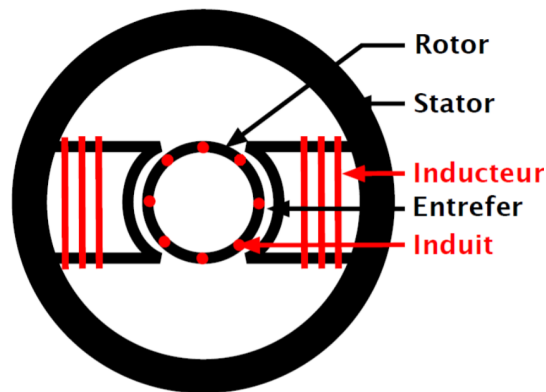


FIGURE 4 – Schéma des différentes parties de la MCC

Le champ magnétique est produit par le stator, soit par un aimant permanent soit par un électro-aimant, comme sur le schéma 5. On peut en profiter pour montrer que les forces de Laplace ont tendance à faire tourner le stator.

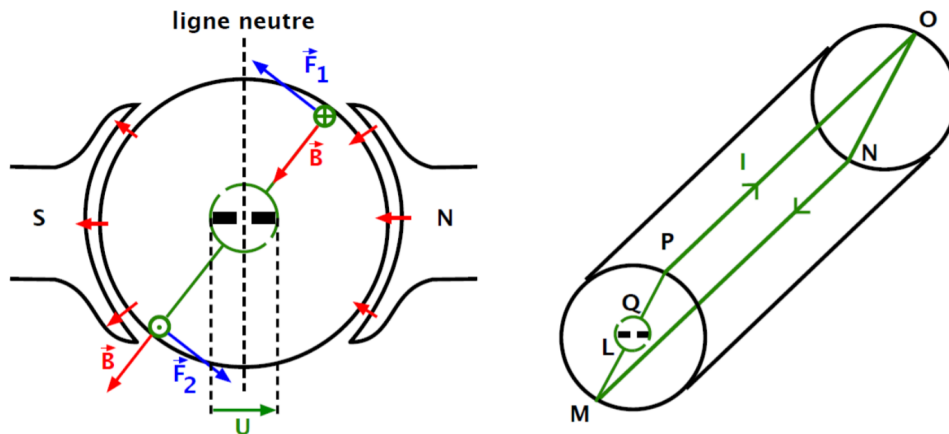


FIGURE 5 – Schéma du principe de fonctionnement de la MCC

Dernier point : les collecteurs ! On voit sur le schéma 5 que si le courant est toujours le même dans l'induit, un demi-tour annule le précédent. Pour corriger ça, on utilise des collecteurs/balais, dont le principe est illustré sur la figure 6.

On obtient donc bien, en injectant un courant continu, du mouvement.

Et quantitativement ça donne quoi ?

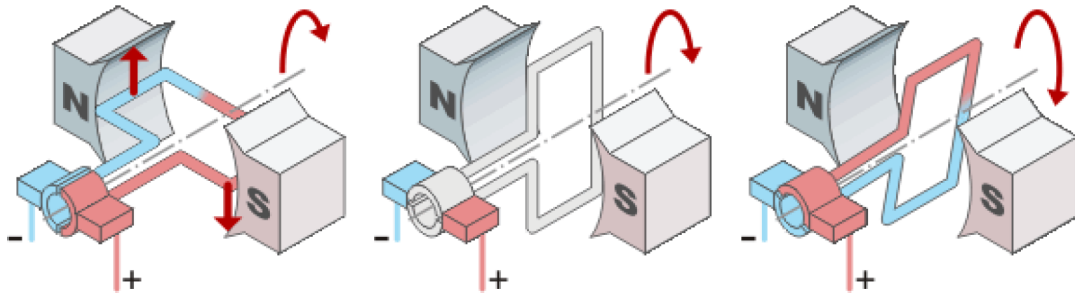


FIGURE 6 – Schéma du principe des collecteurs de la MCC



2.2 Mise en équation

✦ Précis Bréal

On veut caractériser le mouvement en fonction des contraintes électriques. Autrement dit, on veut la vitesse de rotation ω et le couple Γ des forces de Laplace en fonction de u la tension aux bornes de l'induit et i l'intensité qui le traverse.

On considère un modèle simple mais qui donne toute la physique : on suppose une machine à une seule spire avec un champ $\vec{B}$ uniforme et purement radial sur chacun des deux demi-cylindres qui constituent l'entrefer. On a alors, de manière analogue avec les rails de Laplace :

$$\Gamma = r l B i \quad (9)$$

On remarque que $r l B$ a l'unité d'un flux magnétique (même si **ce n'est pas le flux magnétique à travers le circuit induit**). On va poser $\Phi_0 = r l B$; on a alors notre première équation :

$$\Gamma = \Phi_0 i \quad (10)$$

Pour trouver notre deuxième équation, on va utiliser un argument énergétique. On a vu avec les rails de Laplace qu'on a un couplage parfait entre les aspects mécanique et électrique du problème ; c'est toujours le cas ici car on néglige tout phénomène dissipatif, on a "donc" :

$$\Gamma \omega = u i \quad (11)$$

D'où, en injectant l'équation 10 :

$$\omega = u / \Phi_0 \quad (12)$$

À retenir : la tension contrôle la vitesse de rotation, l'intensité contrôle le couple. Tout ça sans introduire de nouveauté conceptuelle depuis les rails de Laplace !



Donc c'est aussi réversible ?

2.3 Réversibilité

Jusque là on a vu le problème en "mode" moteur, mais l'inverse est aussi possible, exactement comme pour les rails de Laplace : en faisant tourner le stator, grâce à la loi de Faraday, on peut produire de l'électricité. C'est ce qui se passe dans les centrales nucléaires : l'eau est vaporisée grâce à l'énergie atomique, puis fait tourner une turbine, qui entraîne un alternateur, et roulez jeunesse.

On illustre ça avec la figure 7.

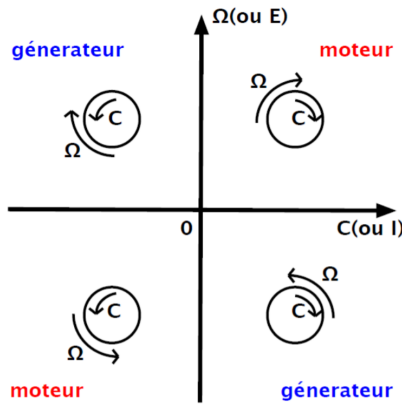


FIGURE 7 – Différents modes de fonctionnements de la MCC

↓ *Ca marche aussi bien en vrai ?*

2.4 Machine réelle

En vrai y a des pertes, de plusieurs nature :

- pertes cuivre : effet Joule, dans les circuits de l'induit et de l'inducteur. On note la puissance associée P_c .
- pertes fer : l'entrefer est censé conduire le champ magnétique, c'est souvent un ferromagnétique : on se retrouve donc avec des pertes par courants de Foucault et par hystérésis². On note la puissance associée P_f .
- Frottements solides : notamment les collecteurs. C'est la principale source d'usure des machines à courant continu. On note la puissance associée P_s .

Et on note P_u la puissance utile récupérée sur l'arbre moteur. On peut donc dresser un bilan énergétique, qui tient sur la figure 8.

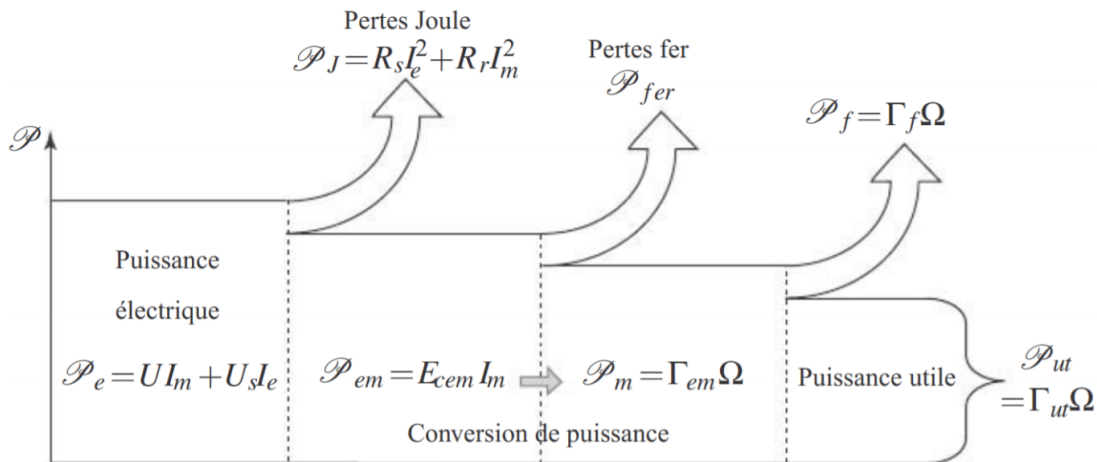


FIGURE 8 – Bilan de puissance en fonctionnement moteur (J'intègre)

Dans la foulée, on peut définir un rendement η_m , défini en mode moteur par :

$$\eta_m = \frac{P_u}{P_u + P_c + P_f + P_s} = \frac{\Gamma \omega}{P_u + P_c + P_f + P_s} \quad (13)$$

Pour le mode génératrice, le raisonnement est le même, mais les pertes n'interviennent pas dans le même ordre, et la puissance utile est la puissance électrique récupérée dans le circuit induit (c'est-à-dire celui du stator). C'est illustré en figure 9.

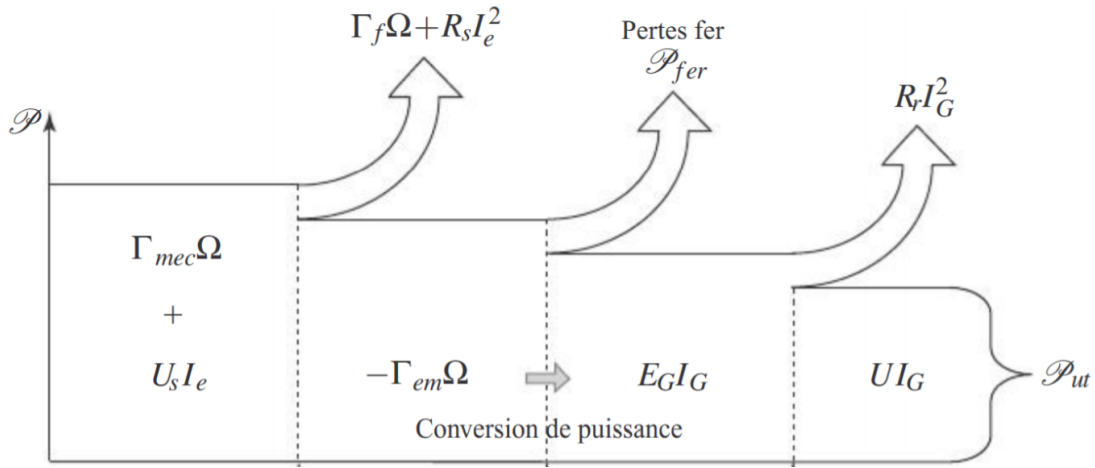


FIGURE 9 – Bilan de puissance en fonctionnement génératrice (J'intègre)

Et on définit donc naturellement le rendement η_g par :

$$\eta_g = \frac{P_u}{P_u + P_c + P_f + P_s} = \frac{ui}{P_u + P_c + P_f + P_s} \quad (14)$$

2.5 Point de fonctionnement

À partir de là on est dans de la sous-partie tampon. Mais ça peut être intéressant à faire, c'est concret et on peut faire une résolution graphique <3

On impose à la machine un couple résistant C_r et on prend en compte les pertes par effet Joule (ce qui donne le schéma électrique équivalent de la figure 10 pour l'induit). Quelles sont les caractéristiques du mouvement (ω, Γ) ?

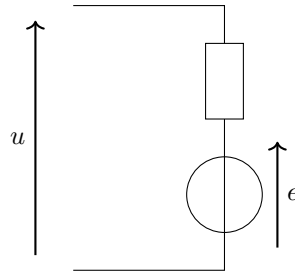


FIGURE 10 – Schéma électrique équivalent de l'induit

On a les équations de fonctionnement (k est un facteur de l'ordre de l'unité qui traduit qu'on est pas dans le modèle parfait du champ radial et uniforme) :

$$\begin{cases} u = e + Ri = k\Phi_0\omega + Ri \text{ (loi de Faraday)} \\ \Gamma = k\Phi_0 i \text{ (couple des forces de Laplace)} \\ \Gamma = C_r \text{ (théorème du moment cinétique en régime permanent)} \end{cases} \quad (15)$$

On peut isoler i dans la première expression et injecter dans la deuxième, ce qui donne :

$$\Gamma = k\Phi_0 \frac{U - \Phi_0\omega}{R} \quad (16)$$

Γ est donc une fonction affine de ω . Pour trouver le couple résistant, on peut donc facilement résoudre la troisième équation graphiquement dans l'espace des phases (ω, Γ) comme sur la figure 11.

Conclusion

Y a pas que le continu dans la vie, y a les machines synchrones aussi !

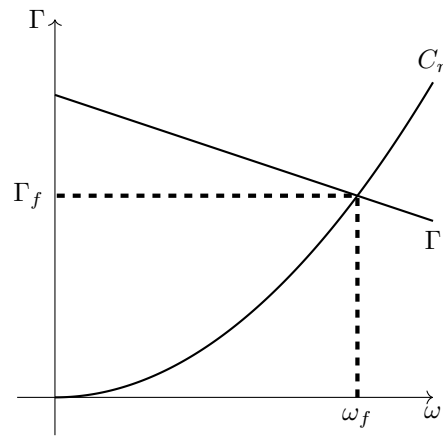


FIGURE 11 – Résolution graphique des équations de fonctionnement pour un couple résistant quadratique