

# LP35 – DIFFRACTION DE FRAUNHOFER

10 novembre 2020

Nicolas Barros & Abel Feuvrier

ALIZÉE DUBOIS ET FABIEN VIALLA

## Niveau : L3

### Commentaires du jury

- **2017** : Les conditions de Fraunhofer et leurs conséquences doivent être présentées, ainsi que le lien entre les dimensions caractéristiques d'un objet diffractant et celles de sa figure de diffraction.
- **2009-2010** : Les phases associées aux amplitudes doivent être traitées avec soin.
- **2006-2008** : Le principe de Huygens-Fresnel doit être exposé clairement, sans débordements mathématiques excessifs. Il faut expliquer pourquoi la diffraction de Fraunhofer est pertinente dans la formation des images.
- **2005** : Rappelons que la diffraction de Fraunhofer accompagne l'image géométrique d'une source initiale et que l'écriture du principe de Huygens-Fresnel dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer doit être rigoureuse. Les applications ne doivent pas se limiter au trou circulaire et à la fente fine. Dans ce dernier cas, il faut justifier le calcul qui est mené.

### Bibliographie

↗ *Optique Expérimentale*, **Sextant**

→ Pour les manip

↗ *Optique*, **Sylvain Houard**

→ Les fondamentaux théoriques, la contextualisation et les images

↗ *Physique Expérimentale*, **Jolidon** Compléments, montage →  
de filtrage optique

### Prérequis

- Transformée de Fourier (définition, propriétés, TF usuelles)
- Optique géométrique (lentilles minces)
- Approximation scalaire, équation de d'Alembert, solutions sphériques

### Expériences

- ☞ Diffraction d'un faisceau laser "direct" par une fente
- ☞ Filtrage optique des fréquences spatiales : expérience d'Abbe

### Table des matières

<b>1 Approche théorique</b>	<b>2</b>
1.1 Principe de Huygens-Fresnel . . . . .	2
1.2 Notion de transmittance . . . . .	2
1.3 Intensité en un point . . . . .	3
1.4 Interprétation . . . . .	4
<b>2 Approche expérimentale</b>	<b>4</b>
2.1 Plan de Fourier en éclairage plan . . . . .	4
2.2 Plan de Fourier en éclairage sphérique . . . . .	4
<b>3 Optique de Fourier</b>	<b>5</b>
3.1 Filtrage spatial . . . . .	5
3.2 Microscopie à contraste de phase (pas eu le temps) . . . . .	5

## Introduction

D'abord, une observation expérimentale (déjà connue).

### Diffraction d'un laser par une fente

Matériel : laser, fente.

On part d'une fente très ouverte (où la description de l'optique géométrique explique tout) et on la referme petit à petit pour voir apparaître la figure de diffraction (où la description de l'optique géométrique est aux fraises).

Le cadre expérimental présenté est celui dans lequel on va travailler tout au long de la leçon. Une source, un plan de diffraction plus loin, un plan d'observation encore plus loin.

On entend parler de diffraction depuis le lycée mais on l'a jamais traitée proprement. On sait que le phénomène apparaît quand la largeur d'une ouverture s'approche de la longueur d'onde de la lumière, qu'on a " $\sin(\theta) \approx a/\lambda$ ", on a l'idée que plus la fente est petite plus l'angle est grand, mais c'est tout. Quantitativement, ça donne quoi?

Pour traiter ce problème quantitativement on sait déjà que l'optique géométrique ne suffit pas, mais on a pas envie de reprendre toutes les équations de Maxwell. On va donc se placer dans l'approximation scalaire :  $\vec{E} = u(P)e^{-i\omega t}\vec{e}$ .

On a une source, un objet diffractant, un plan d'observation "à l'infini" (c'est la spécificité de Fraunhofer, mais on précise pas plus pour l'instant). Connaissant la source et l'objet, quel est l'éclairement dans le plan d'observation?

## 1 Approche théorique

Pour répondre à la question, on va avoir besoin de quelques outils.

### 1.1 Principe de Huygens-Fresnel

On donne le principe d'Huygens-Fresnel : hypothèses, énoncé, schéma (+ historique?). Petite illustration pour montrer que ça marche pour les ondes planes par exemple.

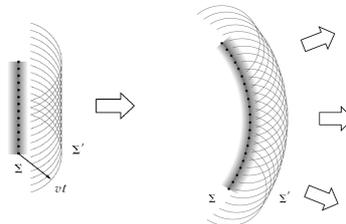


FIGURE 1 – Source : Clément de la Salle. En propagation libre, le principe de Huygens Fresnel est valide : une onde plane reste plane, une onde sphérique reste sphérique

Idée que l'onde se propage de proche en proche : si on connaît l'onde sur un plan, on devrait pouvoir en déduire l'onde. Sauf que dans notre cas, il y a un objet sur le chemin de la lumière. Alors est-ce que la lumière se propage toujours de proche en proche? Dans les fentes oui, mais autour non...

↓ On avait dit "quantitatif! Comment dire ça plus formellement?"

### 1.2 Notion de transmittance

Définition formelle (amplitude transmise = t \* amplitude incidente), interprétation, exemples simples (opacité, transparence, lame de phase). C'est la notion "naturelle" vu ce qu'on cherche à faire.

On savait décrire le champ jusqu'à l'objet : la transmittance nous permet de passer de l'autre côté, où on repasse dans le cas de la propagation sans objet jusqu'au plan d'observation.

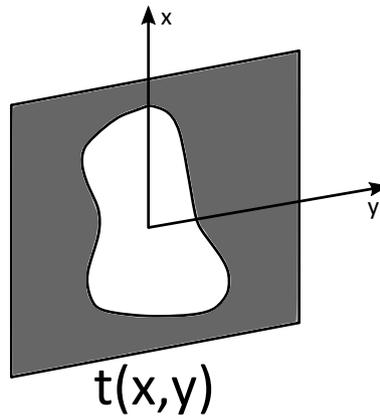


FIGURE 2 – Schéma à refaire au tableau

↓ On va donc pouvoir expliciter l'éclairement sur ce plan d'observation!

### 1.3 Intensité en un point

On éclaire l'objet en onde plane (on l'admet sans s'arrêter, on y reviendra plus tard), on veut l'intensité sur le plan d'observation, comme illustré en figure 3.

Huygens-Fresnel donne (dans un repère polaire centré sur le point P après le plan) :

$$u(P) = \frac{A}{2} \iint_{M \in \text{plan}} t(M) \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos(\theta)) dS \tag{1}$$

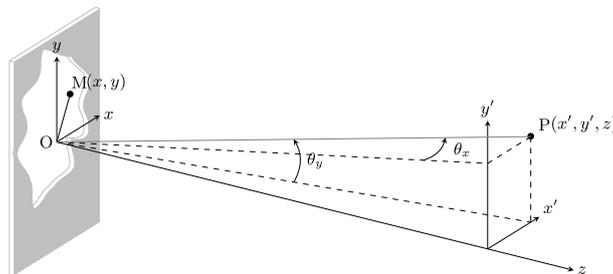


FIGURE 3 – Adapté de physagreg.com . Paramétrisation de l'intensité en un point après passage de la lumière dans un objet diffractant.

Et c'est parti pour le gros calcul de la leçon. On déroule les hypothèses et leurs conséquences, en faisant bien attention à détailler à chaque fois :

- $\theta$  petit
- $x, x', y, y'$  petits devant  $d$
- Observation à l'infini, mais vraiment à l'infini (on s'arrête pas sur Fresnel). C'est ici qu'on passe en régime de Fraunhofer à proprement parler

Et finalement, en introduisant  $\theta_x = x' / d$  et  $\theta_y = y' / d$  (déjà là sur le schéma) :

$$u(P) = \frac{A}{d} e^{i\phi} \iint_{(x,y) \in \text{plan}} t(x,y) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (\theta_x x + \theta_y y)} dx dy \tag{2}$$

## 1.4 Interprétation

C'EST LA TF.

Et tout le reste est littérature (la phase globale sans importance, la décroissance de l'intensité en  $1/d^2$ , la grandeur du plan d'observation devant le plan initial, en parler rapidement si on a le temps) (edit : on avait pas le temps).

Donc (simulation à l'appui), l'image qu'on observait avec une fente dans l'expérience introductive est un sinus cardinal.

↓ Et ça marche en vrai ça ?  
↓

## 2 Approche expérimentale

Qu'est-ce qu'on observe? Où est-ce qu'on l'observe?

### 2.1 Plan de Fourier en éclairage plan

En éclairage plan la source est à l'infini, donc son image est dans le plan focal image d'une lentille convergente. On dessine le montage (qui est le début du montage de la partie 3.1) et on met en évidence le plan de Fourier, dont on donne la définition.



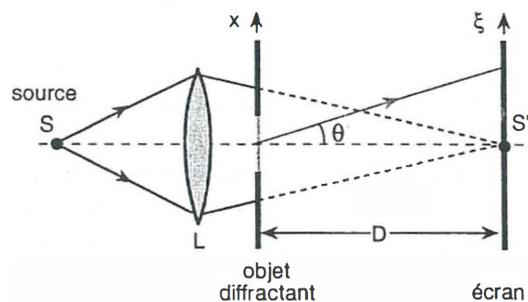
#### Mise en évidence du plan de Fourier

Matériel : laser, objectif + lentille pour en faire une onde plane, grille, écran.

On éclaire l'objet (ici la grille) en onde plane et on observe le plan de Fourier : on voit bien apparaître la TF (connue) d'une grille.

### 2.2 Plan de Fourier en éclairage sphérique

Jusque là on éclairait en onde plane et le plan de Fourier était le plan focal image d'une lentille, mais plus généralement, on peut observer le plan de Fourier à l'image géométrique de la source.



↓ Qu'est-ce qu'on va y faire alors?



### 3 Optique de Fourier

Dans le plan de Fourier, on peut agir directement sur le spectre d'une image.

#### 3.1 Filtrage spatial

Obstruer le plan de Fourier = retirer des fréquences spatiales.

##### Expérience d'Abbe

Matériel : laser, objectif + lentille pour en faire une onde plane, grille, fente, écran.

On reprend l'expérience précédente, mais en plus on conjugue l'image avec l'écran et on ajoute une fente au plan de Fourier. En resserrant la fente, on peut alors retirer de l'image les fréquences horizontales/verticales (selon le sens de la fente).

Une autre manière de filtrer est de filtrer les basses fréquences, c'est le principe de la strioscopie.

On sait qu'on peut filtrer facilement dans l'espace de Fourier. On sait aussi que qualitativement, le centre de l'espace de Fourier correspond aux fréquences basses, c'est-à-dire aux signaux presque constants, et qu'à l'inverse plus on s'éloigne du centre de l'espace de Fourier plus on considère les hautes fréquences spatiales, c'est-à-dire les détails de l'objet.

Donc si on diaphragme dans le plan de Fourier, on élimine les hautes fréquences, autrement dit on floute. À l'inverse, si on obstrue juste le centre, on ne voit plus que les détails, ce qui est une belle méthode non-destructive de regarder un objet en détail.

On montre une simulation (copyright Clément de la Salle) pour illustrer.

#### 3.2 Microscopie à contraste de phase (pas eu le temps)

Transmittance de la forme  $t(x, y) = e^{i\Phi(x, y)} \approx 1 + i\Phi(x, y)$  (exemple : cellules en bio) → au plan de Fourier,  $\delta + i\text{TF}(\Phi)$ , donc si on met une lame  $\lambda/2$  au centre du plan de Fourier on arrive à  $i(1 + \Phi)$ , ce qui ramené à l'image de l'objet donne une intensité en  $(1 + \Phi)^2$  : on voit les différences d'indice optique comme des différences d'intensité (qu'on voit mieux).

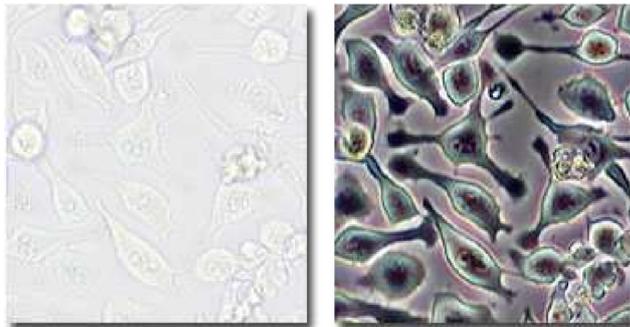


FIGURE 4 – Image de cellules : microscope classique (à gauche) et microscope à contraste de phase (à droite)

### Conclusion

- Au plan de Fourier, c'est-à-dire à l'image géométrique de la source, l'intensité du champ vaut la transformée de Fourier de l'objet diffractant.
- Cette technique nous permet d'avoir accès à la transformée de Fourier de l'objet, qu'on peut modifier avant de projeter son image. On a à peine effleuré les possibilités que ça ouvre.

**Ouverture :** Si on observe pas à l'infini rigoureux, on est dans un autre régime (Fresnel), avec d'autres propriétés.

## Questions du jury

- Développez sur la condition de diffraction. L'obstacle doit-il être plus petit que la longueur d'onde?
- Que se passe-t-il si l'objet est plus petit que la longueur d'onde?
- Pour quelles ondes l'approximation scalaire est-elle justifiée?
- Développez sur l'onde en sortie du laser. Est-elle plane? Dans quel régime se trouve le laser? Quel est l'ordre de grandeur du waist du laser?
- Identifier le terme de Fresnel et le terme de Fraunhofer. Dans quels cas observe-t-on la diffraction de Fraunhofer?
- Pourrais tu montrer l'image expérimentale d'une diffraction de Fresnel (à l'aide du montage de diffraction déjà sur la paillasse)?
- Que se passerait-il avec un diaphragme dans le montage? En regardant un objet quelconque? Quelle est la taille caractéristique à considérer? Quelle fonction permet de décrire le profil d'intensité observée?
- Exemple : séparation des étoiles proches. Quel critère doit-on respecter pour les discerner? Peut on simplement augmenter la taille des télescopes?
- Quelle est l'utilité de la spectroscopie de Fourier si on peut tout faire numériquement?
- Peut-on utiliser une source en lumière blanche?
- Comment nettoyer un faisceau laser? Quel est le principe de fonctionnement d'un épurateur de faisceau?
- On fait la TF d'un objet. Peut on remonter à l'image de l'objet?
- En quoi résonner en transformées de Fourier facilite-t-il le filtrage et l'intuition sur les opérations utilisées?

## Remarques et commentaires

- Explique bien, mais un peu stressé
- Touffu et Pas assez rigoureux
- Pourquoi insister sur l'approximation scalaire si non-utilisée?
- La leçon présentée correspond davantage à un placement niveau L2
- Trop de temps passé sur le début, il faut aller à l'essentiel. Le II et les expériences n'ont commencé qu'à 25 minutes
- Il faudrait faire un exercice d'application après le gros calcul du I, à choisir notamment parmi les livres suivants -à titre indicatif, non sponsorisé- : *Exercices et problèmes de physique* de Stéphane OLIVIER, *Optique physique et électronique* de Daniel MAURAS, *Optique* d'Eugène Hecht. Aussi, aller voir la partie "Optique Physique" du chapitre TF et distribution du Appel.
- Passer moins de temps sur les manips, par exemple faire un exercice d'application et son illustration expérimentale, ou juste la fente puis passer sur un exo.
- L'écriture de "Fraunhofer"
- Présenter plus d'ordres de grandeur
- ⚠ LA MANIPULATION DU LASER! Ne pas déplacer un laser allumé à hauteur d'oeil du jury.

**Agrégation de physique : fiche de correction de leçon 2018**

Nom : **FEUVRIER Abel**

Correcteur.trice.s : **DUBAS Alzée** **VIALLA Fabien** - Note : **16**

Numéro et titre de la leçon (écrire LPxx, ou Dxx si docteur) :

Structure de la leçon (juge la forme)	😊😊	😊	😞	😞😞
Gestion du temps (durée visée 40 min)		✗		
Qualité de l'introduction ? (Est-elle présente, est-elle de qualité)		✗		
Le plan de la leçon apparaît-il clairement ? (la structure de la leçon apparaît-elle lors de la présentation)	✗			
Qualité de la conclusion ? (Est-elle présente, est-elle de qualité)		✗		
Gestion du tableau (écriture, orthographe, axes sur les graphiques, ...)	✗			
Diversité des supports de communication	✗			
Attitude (communication verbale, dynamisme, interaction avec les correcteur.trice.s ...)	✗			

Cohérence de la leçon (juge le fond)	😊😊	😊	😞	😞😞
Est-elle dans le sujet ?	✗			
Son contenu est-il suffisant ?	✗			
Son articulation est-elle bonne ?	✗			
Est-elle contextualisée ?	✗			
Pertinence des choix didactiques ? (choix des exemples, des calculs à faire ou non, ...)			✗	
Illustration expérimentale (présence et pertinence)	✗			
Illustration informatique (présence et pertinence)	✗			

soyez pr  
pas de  
d'appli

Approche expérimentale (si format docteur)	😊😊	😊	😞	😞😞
Choix de l'expérience				
Durée de l'approche expérimentale				
Réalisation de la mesure en direct				
Analyse et traitement des résultats				
Discussion des sources d'erreur et des incertitudes				

Réponse aux questions	😊😊	😊	😞	😞😞
Sur les choix relatifs à la leçon			✗	
Sur la culture connexe à la présentation		✗		
Sur la partie expérimentale (LP docteur)				

Commentaires éventuels au dos :