

LP56: Illustration de l'intérêt de la notion de symétrie dans différents domaines de la physique.

Jérémy FERRAND & Paco MAURER

2012/2013

Bibliographie indispensable :

- ★ Jean SYVARDIÈRE, *La symétrie en Mathématiques, Physique et Chimie*, *EDP Sciences*
- ★ Richard FEYNMAN, *Le cours de physique de Feynman Mécanique 2*, *Dunod*

Bibliographie annexe :

- ★ Jean SYVARDIÈRE, *BUP 709*
- ★ Richard FEYNMAN, *Le cours de physique de Feynman Mécanique 1*, *Dunod*

Remarque : Le plan suivi dans cette leçon découle du plan présenté dans l'ouvrage de Jean Syvardière (partie 6, 7, 8). Je recommande fortement sa lecture pour appréhender les subtilités des symétries. Au long de cette leçon je supposerai les symétries déjà connues (comme en électromagnétisme ou en mécanique des fluides) le but étant, à mon avis, d'apporter un éclairage nouveau et une généralisation des principes déjà abordés.

Table des matières

I	Principe de Symétrie et Applications	2
I.1	Symétrie des grandeurs physiques	2
I.2	Principe de symétrie	4
I.3	Conséquences	4
II	Symétries Brisées	6
II.1	Principe de symétrie généralisé	7
II.2	Brisure spontanée de symétrie	7
III	Symétries des Lois et des Interactions	8
III.1	Lois de conservation	8
III.2	Invariance d'échelle	9

Prérequis :

- Électromagnétisme
- Mécanique
- Cristallographie
- Optique
- Mécanique quantique

Remarques du jury

[2012, 2011] “Les invariances peuvent être traitées dans cette leçon.”

[2010] “Cette leçon doit mettre en évidence les conséquences des symétries en physique. Elle ne doit pas se borner à des calculs de champs électromagnétiques. Le jury jugera en partie la leçon sur la pertinence et la variété des exemples proposés par le candidat.”

Dans le passé, il y avait déjà une leçon portant aussi sur la notion de symétrie restreinte au domaine des champs électromagnétiques. Le jury stipule clairement qu'il ne faut plus se limiter à ce domaine ; voici néanmoins les rapports de jury associés pour que vous puissiez vous faire une idée sur le sujet :

[2006] “Le jury attend une application au cas de champs dépendant du temps.”

[2005] “Cette leçon ne doit pas être traitée dans le cadre strict de la statique.”

Commentaire lors du passage

La leçon est trop longue il y a trop d'exemples qui ne sont pas traités avec suffisamment de profondeur. Il est peut-être nécessaire de définir la différence entre symétrie et invariance. La première partie n'est pas bien passée. Le premier exemple est trop compliqué. On peut partir du principe de relativité pour introduire la leçon. Expliquer que le principe de Curie est lié à un principe de causalité. Montrer que la symétrie liée à l'espace et au temps (homogénéité isotropie...) est différente de celle liée aux interactions. On peut s'intéresser à une particule avec frottement fluide on perd la symétrie temporelle. Faire l'adimensionnement sur Navier et Stokes c'est plus pertinent. Transition de phase perte de l'ergodicité. Théorème de Noether est en fait une formalisation de ce que l'on a vu auparavant. Un exemple qui peut être traité est un tenseur diélectrique où l'on cherche l'influence des symétries sur ces coefficients. Il faut mettre une expérience d'intro (l'anagyre par exemple)

De façon générale le plan est à refaire, une proposition de plan était 1 Symétrie (espace, temps, système, avec des exemples) 2 Principe de symétrie (Curie, généralisation avec Noether) 3 Brisure de symétrie.

Introduction

La notion de symétrie est quelque chose de sensible. Il est facile de dire d'un objet qu'il est symétrique ou non. Regardons autour de nous et il semble que la nature ait une préférence pour la symétrie, au point tel que l'on trouvera une personne au visage symétrique plus attrayante.

Au cours de leçons précédentes on a pu illustrer l'intérêt de l'analyse de la symétrie d'un problème et de lois pour simplifier ou donner des résultats qualitatifs (et pas approximatifs!) ; à tel point que même si les lois régissant le système ne sont pas connues on peut assurer l'égalité ou la nullité de certaines grandeurs.

Exemple : Pour un atome alcalin isolé dans l'espace on peut considérer que l'électron est soumis à un potentiel électrostatique moyen de symétrie sphérique. Sans rien connaître de la forme de ce potentiel, on peut factoriser sa fonction d'onde sous la forme :

$$\psi(\mathbf{r}) = R(r)Y_l^m(\theta, \phi) \quad (1)$$

Et ce n'est pas tout ! Comme les harmoniques sphériques sont connues (au moins dans les livres), on peut déjà prévoir la dégénérescence en énergie (dégénérescence géométrique ou fondamentale).



Par la suite on va généraliser les concepts de symétrie en physique en explicitant les différentes symétries possibles et en développant le principe de Curie. On verra ensuite comment on peut interpréter les brisures de symétrie en physique et comment appliquer la symétrie à la conservation de grandeur.

I Principe de Symétrie et Applications

I.1 Symétrie des grandeurs physiques

I.1.a Grandeurs polaires, grandeurs axiales

Pour décrire la nature, un observateur est amené à introduire de nombreuses conventions : orientation de l'espace, orientation du temps, signe des charges. Cependant les phénomènes physiques sont indépendants de ces conventions de même qu'ils sont indépendants du choix des unités dans lesquels on les expriment. Si on change une convention il faut savoir quelle grandeur sont amenés à être changées.

On fait apparaître deux grandeurs en physique :

- Les grandeurs polaires, dont le signe est une propriété intrinsèque indépendante de la convention d'espace choisie. La position la vitesse, ou l'accélération sont des grandeurs polaires.
- Les grandeurs axiales dont le signe sans signification physique se réfère à une convention de l'espace qui est change lorsque l'on change la convention. Le vecteur surface orientée, le moment cinétique ou le moment d'une force sont des grandeurs axiales.

I.1.b Symétries temporelles et de charge

Une classification analogue s'établit dès que l'on considère le temps, comme nous allons le constater sur un exemple physique. En effet on peut orienter le temps soit vers l'avenir (convention habituelle) soit vers le passé.

Considérons le mouvement d'une particule M sur son orbite. Le vecteur vitesse est à chaque instant dirigée selon le sens du mouvement. Si on utilise la convention inverse, la loi du mouvement ne change pas, mais le vecteur vitesse change de signe car : $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$. L'accélération est au contraire invariante sous cette transformation. Ceci est heureusement satisfaisant d'après le second principe de Newton la force est proportionnelle à l'accélération et celle-ci est indépendante de l'observateur.

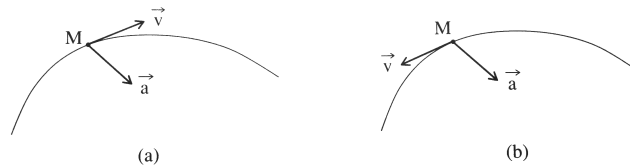


FIGURE 1 – Influence de l'orientation du temps sur la description d'un mouvement : (a) convention ordinaire, (b) convention inverse.

On dira d'une grandeur qu'elle est paire si elle est invariante sous renversement du temps et qu'elle est impaire si elle change de signe sous reversement du temps.

De la même façon on peut classer les grandeurs en fonction de leur changement de signe avec le changement de signe des charges. De façon habituelle la charge est définie telle que l'électron possède une charge négative.

I.1.c Homogénéité des formules

Tout comme l'homogénéité en terme de dimension, on ne peut relier entre elles que des grandeurs possédants les mêmes symétries et le même caractère tensoriel. Ainsi l'équation :

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

est homogène car les deux membres de l'équation sont des grandeurs scalaires polaires impaires. De même on peut vérifier que l'équation donnant la pulsation cyclotron est bien homogène :

$$\omega = -\frac{q}{m}\mathbf{B} \quad (3)$$

Elle relie deux vecteurs axiaux électriquement paire temporellement impaire.



Après cette rapide description des différentes symétries ponctuelles pouvant être étudiée en physique venant en au cœur de la leçon : le principe de symétrie.

I.2 Principe de symétrie

Comme dans le cas de la thermodynamique ou pour le principe de causalité le principe de symétrie n'est vérifié que par l'expérience, mais son utilisation est assez instinctif et très ancienne :

- Vers -600 Anaximandre voyait la Terre comme un objet isolé et si elle ne tombait vers les étoiles c'est qu'elle se trouvait à égales distances de toutes ses étoiles
- Suivant Archimède, si on place deux objets identiques sur une balance il n'y a aucune raison que celle-ci penche vers un objet plutôt qu'un autre.
- Plus intéressant : Au 18ème siècle on expliqua la stabilité de l'univers par un principe de symétrie. Si les étoiles sont en nombre infini par symétrie statistique leurs attractions mutuelles se compensent.

Énoncé du principe de Curie (1894) :

« Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits. La réciproque n'est pas vraie, c'est-à-dire que les effets produits peuvent être plus symétriques que les causes. »

Une autre formulation assez instructive en fut donnée par Y. Bouligand :

« Il n'y a pas de génération spontanée de dissymétries. »



Voyons maintenant les conséquences de ce principe.

I.3 Conséquences

I.3.a Conséquences directs

Il y a deux conséquences directes largement utilisées en physique pour simplifier un problème. Soit une opération de symétrie \mathcal{S} .

- Si \mathcal{S} , laisse globalement invariant le système et transforme un point M en M' alors si l'on connaît une grandeur en M on la connaît en M' .
- Si \mathcal{S} , laisse globalement invariant le système et le point M , alors on peut déduire des information sur la grandeur en M et sur les variables dont elle dépend.

I.3.b Application, prédiction de propriétés vectorielles et tensorielles :

- Source tridimensionnelle isotrope à débit stationnaire en O , soit un point M le système est invariant par rotation autour de l'axe OM . La vitesse qui doit être invariante par rotation est donc radiale (*Conséquence 1*). Soit un point M' se déduisant de M par une rotation autour d'un axe passant par O , le champ en M' se déduit du champ en M . Donc le champ ne dépend que de r (*Conséquence 2*).
- Si on prend une source anisotrope de révolution. On peut de même remonter à des informations sur la vitesse en un point (détermination partielle). On ne pourra plus rien dire si la source n'est plus de révolution (source tourbillonnaire).

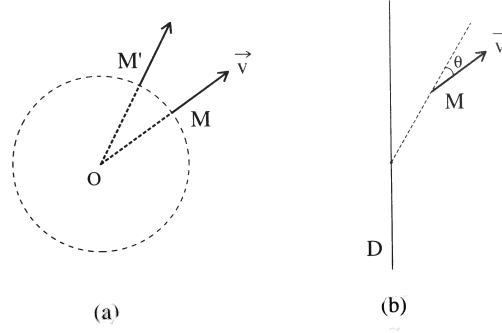


FIGURE 2 – Champ des vitesse d’une source : (a) source isotrope, (b) source de révolution.

De façon très générale on montre grâce au principe de Curie que tout vecteur polaire d’un plan de symétrie du système est contenue dans ce plan de symétrie; alors qu’un vecteur axial sera orthogonal à ce plan. On retrouve les propriétés associées à la symétrie des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} vues en électromagnétisme.

Une conséquence anecdotique de la symétrie du courant électrique et de l’antisymétrie du champs magnétique est l’effet Wiedemann. Si on prend un fil rectiligne aimanté dans sa longueur dans le quel on fait parcourir un courant celui-ci se tord. En effet, si le fil restait rectiligne tout plan contenant ce fil devrait être à la fois plan de symétrie et plan d’antisymétrie!! Deux effets inverses sont observables. Si un courant parcourt un fil et que celui-ci est tordu, il s’aimante. Si le fil est aimanté et qu’il est ensuite tordu, celui-ci est parcouru d’un courant.

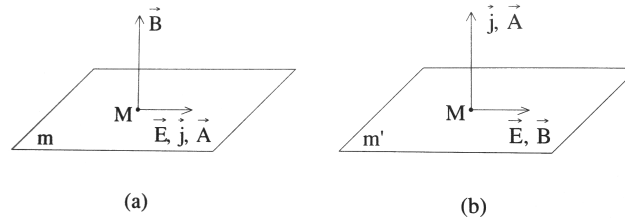


FIGURE 3 – Invariance des vecteurs électromagnétiques : (a) dans un miroir, (b) dans un anti-miroir.

Ce genre d’étude peut également se faire sur des tenseurs. Considérons une relation *tensorielle symétrique* entre deux vecteurs *polaires* :

$$B = \begin{pmatrix} t_{xx} & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{xy} & t_{yy} & t_{yz} \\ t_{xz} & t_{yz} & t_{zz} \end{pmatrix} A \quad (4)$$

Exprimons l’invariance des lois physiques sous une opération de symétrie. Si le système est invariant par une rotation autour de l’axe z de π , alors :

$$t = \begin{pmatrix} t_{xx} & t_{xy} & 0 \\ t_{xy} & t_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & t_{zz} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Car les composantes t_{xz} et t_{yz} se transforment en leur opposé.

A l’inverse si A est polaire et B est axiale, alors le tenseur t est forcément axial (homogénéité) et la même symétrie impose que :

$$t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_{xy} \\ 0 & 0 & t_{xy} \\ t_{xy} & t_{xy} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Dans ce cas si l'inversion est une opération laissant le système invariant alors le tenseur t est nul. Ainsi dans un système centro-symétrique (l'inversion est alors une opération de symétrie) on ne peut pas avoir d'activité optique!!

I.3.c Considération sur le théorème de Gauss, d'Ampère

Lors de l'utilisation du théorème de Gauss ou d'Ampère la règle d'or est de commencer par les symétries du système. En effet ce théorème n'est utilisable que si la symétrie est élevée. Ceci s'explique simplement. Supposons que les charges aient une symétrie de distribution G . Le choix d'une surface S sur laquelle appliquée le théorème ne peut se faire que si G possède une *symétrie continue à deux dimensions*. Car c'est à cette condition que les points d'une surface S peuvent être équivalents géométriquement. Ainsi le théorème de Gauss ne peut être envisagé que dans trois cas :

- La distribution sphérique de charge (2 symétries de rotation).
- La distribution cylindrique droite circulaire infinie (1 symétrie de rotation et une de translation)
- Distribution invariante sous deux translations (plan infini)

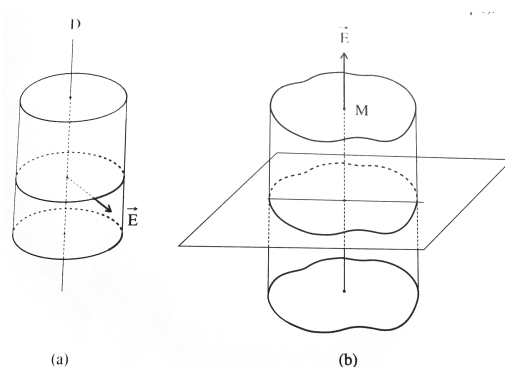


FIGURE 4 – Calcul du champ électrique par la méthode de Gauss : (a) fil rectiligne infini, (b) distribution uniforme plan fini.

De façon identique, le théorème d'Ampère ne peut s'appliquer de façon pratique que dans des systèmes où la symétrie est suffisamment élevée. Puisque que l'on cherche une courbe ou calculer le champ, on veut que celui-ci soit identique par symétrie continue d'au moins un paramètre. Le théorème d'Ampère est utilisable en pratique uniquement sur les distributions linéaires, circulaires, solénoïdales ou planaire.

I.3.d Conséquences indirectes

Si on étudie une propriété possédant un groupe de symétrie K , et que nous cherchons sa symétrie réelle G , alors on est sûr que G est un sous-groupe de la symétrie K . Cela peut-être utile dans la recherche de lois dictant l'évolution d'un système.

Expérience 1 : Anagyre. Son sens de rotation privilégié permet de prévoir une inhomogénéité dans la distribution de sa masse.



Cette étude peut-être rendue difficile par les brisures de symétrie. C'est ce que nous allons voir maintenant.

II Symétries Brisées

Avant d'aller plus avant dans la notion de brisure de symétrie effectuons la petite expérience suivante¹ :

1. On peut aussi faire « flamber » une règle en plastique en appuyant à ses extrémités

Expérience 2 : Goutte d'encre dans l'eau. Bien que toutes les forces laisseraient présager une distribution symétrique par révolution de l'encre dans l'eau (en effet les conditions initiales possèdent cette symétrie ainsi que la gravité et les forces de Van der Waals), on n'observe que des zones sont préférentiellement colorées par rapport à d'autres.

⚠ Cette expérience illustre bien le problème de la brisure de symétrie alors que tout semblait être symétrique la solution brise la symétrie ce qui semble aller à l'encontre du principe de Curie.

II.1 Principe de symétrie généralisé

Une brisure de symétrie est possible lorsqu'un système de symétrie G possède plusieurs configurations ou états stables dégénérés (équivalent des états fondamentaux en mécanique quantique), voire une infinité, de même symétrie H inférieure à G . La généralisation du principe de symétrie de Curie consiste à admettre que la symétrie du système doit se retrouver dans la symétrie globale des solutions possibles.

De façon schématique on dira que la symétrie se retrouve sur les réalisations statistiques d'une propriété. Le choix d'une solution plutôt qu'une autre sera déterminé par les fluctuations ou perturbations du système.

⚠ Développons ici quelques exemples dans différents domaines de la physique illustrant bien le principe de symétrie généralisé.

II.2 Brisure spontanée de symétrie

II.2.a Écoulement d'un fluide autour d'un obstacle cylindrique

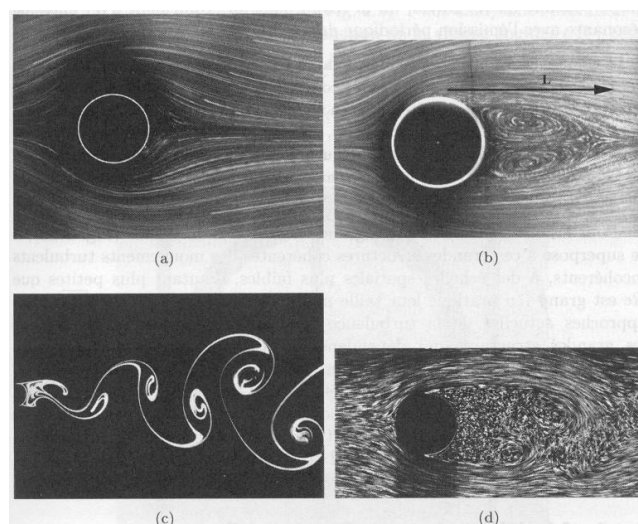


FIGURE 5 – Régimes d'écoulement à différents Reynolds (a :1,54, b :26, c :200, d :800).

L'écoulement autour d'un cylindre (ou d'une sphère) est caractérisé par un nombre sans dimension, le nombre de Reynolds. On peut faire les observations suivantes :

- A faible nombre de Reynolds, le système est symétrique selon l'axe horizontal et antisymétrique selon l'axe vertical.
- Lorsque le Reynolds augmente, (au-dessus d'une valeur typique de 5), deux boucles de courant s'enroulent derrière l'obstacle. La antisymétrie gauche-droite est perdue.

- Lorsque le Reynolds dépasse 70 environ, des tourbillons de sens alternés se détachent périodiquement de l'obstacle. La symétrie bilatérale est brisée. Les tourbillons forment une allée de Von Karman, qui loin de l'obstacle est périodique dans l'espace. On retrouve la symétrie en « moyennant » ses propriétés.
- Pour finir au Reynolds supérieur à 1000, le fluide est turbulent, on perd la structure périodique.

II.2.b Température de Curie

Pour les matériaux il existe (pour faire simple) une température critique en dessous de laquelle le matériau devient magnétique. A températures élevées l'agitation thermique domine sur les effets de couplage entre moments magnétiques, alors qu'à température basse le couplage magnétique favorise une orientation globale des moments magnétiques.

Dans le cas d'un matériau possédant un seul axe d'aimantation facile, si l'on refroidit le système sans excitation magnétique extérieure, le système peut soit aligner tout ses moments (ou presque) vers le haut ou vers le bas. Les deux configurations étant identiques énergétiquement on retrouve la symétrie du système. Cependant le système choisit un sens particulier pour orienter ses moments et reste dans cette configuration. On brise la symétrie que l'on peut retrouver si on réitère l'expérience un grand nombre de fois.



Jusqu'à présent nous avons vu en quoi la symétrie simplifiait un problème, et quelle en était les conséquences pour les propriétés observables d'un système. En fait, la symétrie permet de renseigner de façon beaucoup plus profonde sur le système. Comme nous allons le voir à chaque symétrie continue du système correspond une loi de conservation.

III Symétries des Lois et des Interactions



Les grandes lois de conservation de la mécanique, telles que la conservation de la quantité de mouvement, du moment cinétique ou de l'énergie furent découvertes par Newton et ses successeurs. cependant leur interprétation en terme de symétrie géométrique et temporelle ne fut donnée que bien plus tard par Jacobi (1842), Schütz (1897) et Hamel (1904).

III.1 Lois de conservation

III.1.a Quelques exemples

Considérons une particule soumise à un potentiel bidimensionnel $U(r, \theta)$. Les équations du mouvement s'écrivent en coordonnées polaires :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial r} \quad (7)$$

$$r \frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (8)$$

$$= -\frac{1}{m} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad (9)$$

Si U est invariant par rotation, alors on en déduit immédiatement la conservation du moment cinétique de la particule :

$$l = m r^2 \frac{d\theta}{dt} \quad (10)$$

La quantité $\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$ étant la vitesse aréolaire, le mouvement se fait selon la loi des aires.

Remarque : On peut imaginer bien d'autre symétrie pour U . Par exemple si U à une symétrie hélicoïdale continue d'axe z et de pas h , on peut montrer que la constante du mouvement est alors $l_z - \frac{h}{2\pi}p_z$.

On est tellement certains de ces lois que leur violation apparente dans une expérience amène à suspecter l'existence de particules encore inconnues dans les processus mis en jeu. C'est ce qui arriva pour la désintégration β . Initialement on avait imaginé le schéma suivant :

$$(A, Z) \longrightarrow (A, Z \pm 1) + \beta^\pm$$

Rutherford remarque en 1914 que contrairement aux particules issus des désintégration α et γ , les électrons issus de la désintégration β n'était pas monocinétiques. C'est en 1931 que Pauli trouva la solution à ce problème² en postulant l'existence d'un troisième corps le neutrino ν , particule électriquement neutre (conservation de la charge électrique) et de masse très faible. De plus ce neutrino devait être de spin demi-entier pour conserver le moment cinétique lors de la désintégration.

III.1.b Théorème de Noether

La relation entre lois de conservation et symétrie continue fut donnée en 1918 par Emmy Noether. Dans les grands traits ce théorème explique que si un système est invariant par un groupe continu de transformations à n paramètres, on peut trouver n constantes du mouvement. Ces constantes sont quelquefois appelées charges de Noether. Une des conséquences utilisée couramment en mécanique est que si une masse m est uniquement soumise à un potentiel indépendant du temps alors son énergie se conserve. Nous détaillerons pas plus ce théorème ici, tout bon cours de mécanique analytique pose clairement ce théorème et donne l'expression de la charge de Noether conservée par symétrie continue du système.



Il existe un autre type de symétrie dont nous avons pas encore parler c'est la symétrie d'échelle. Pour cela on va utiliser l'adimensionnement du système et voir quelles conséquences on peut en tirer.

III.2 Invariance d'échelle

III.2.a Exemple mécanique

Si on considère l'équation différentielle qui décrit la chute verticale d'un corps avec frottement visqueux :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + f \frac{dz}{dt} + mg = 0 \quad (11)$$

Le rapport f/m à la dimension d'un temps : c'est le temps caractéristique t_c du problème au bout duquel la vitesse limite mg/f est pratiquement atteinte, à l'altitude $-z_c = -(mg/f)t_c$. En introduisant les variables sans dimension $\chi = z/z_c$ et $\tau = t/t_c$ l'équation devient :

$$\frac{d^2 \chi}{d\tau^2} + \frac{d\chi}{d\tau} + 1 = 0 \quad (12)$$

Les paramètres physique n'apparaissent plus, on a adimensionné l'équation. On voit bien alors apparaître la symétrie d'échelle du problème.



Pour un problème physique la symétrie d'échelle se fera en cherchant les grandeurs pertinentes du problème.

2. Ellis et Wooster montrèrent en 1927 que l'existence d'une distribution d'énergie cinétique n'est pas de à une perte variable d'énergie à la traversée du nuage électronique.

III.2.b Généralisation

On définira les *grandeurs pertinentes* G_i d'un système comme les grandeurs physiques susceptible de jouer un rôle dans la description d'un phénomène, comme les paramètres, les caractéristiques de son environnement (champ), les conditions initiales et les constantes universelles. Notons N le nombre de grandeurs.

Ainsi pour un pendule, les grandeurs pertinents sont la période P , la pesanteur g , la longueur du pendule l , sa masse m et l'amplitude initiale θ_0 .

A partir de ces grandeurs pertinentes on cherchera à construire des nombres sans dimension π_i , appelées *grandeurs réduites*, qui caractérise le problème en terme de dimension. Les grandeurs réduites sont au nombre de $\nu = N - r$, où r est le nombre de dimensions fondamentales des G_i .

Pour le pendule si on remarque que $\frac{l}{P^2}$ à la dimension d'une accélération, on peut créer la variable réduite $\pi_1 = \frac{P^2 g}{l}$.

Vaschy (1894) et Buckingham (1920) exploitèrent la connaissance de grandeurs réduites. En effet si une loi physique peut s'écrire sous la forme $f(G_j) = 0$, alors comme elle doit être invariante dans tout changement d'unités, elle doit pouvoir s'écrire en utilisant uniquement les grandeurs réduites, elle est donc de la forme $\Phi(\pi_i) = 0$. Il existe alors plusieurs cas :

- Si $\nu = 0$, on ne dispose d'aucune grandeur réduite : on a mal modélisé le problème ou trop simplifié le phénomène. C'est le cas par exemple si on oublie la pesanteur pour le pendule.
- Si $\nu = 1$, la loi s'écrit $\Phi(\pi) = 0$ ou encore $\pi = cste$. Par exemple $P = \lambda \sqrt{l/g}$ pour les faibles oscillations (θ_0 n'intervient pas.). Jeans et Einstein on montré que λ est toujours de l'ordre de l'unité.
- Si $\nu = 2$, la loi s'écrit $\Phi(\pi_1, \pi_2) = 0$ ou encore $\pi_1 = h(\pi_2)$. On obtient par exemple $P = \lambda \sqrt{l/g} h(\theta_0)$. Un calcul analytique est nécessaire pour trouver h .
- Si $\nu > 2$ le caractère prédictif de l'analyse est encore plus faible.



Bien que forcément limité cette analyse peut permettre de tirer des informations sur un système grâce à la construction de maquette. En effet si on construit un maquette en gardant constant tout les grandeurs réduites du systèmes il n'y a alors aucune raison que le système se comporte d'une autre façon car alors les équations physiques sont les mêmes. Ainsi si on s'intéresse à la simulation d'un phénomène acoustique, on doit conserver le rapport entre toute distance d et la longueur d'onde λ . Si les distances sont réduites d'un facteur 1000 alors la longueur d'onde doit être réduite d'un facteur 1000 (ou la fréquence augmentée d'un facteur 1000) si bien qu'en pratique on utilise les ultrasons. Dans une simulation hydrodynamique on veillera par exemple à conserver le nombre de Froude et le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \qquad Fr = \frac{U^2}{gL} \qquad (13)$$

Conclusion

Certains concepts forts ressortent de la symétrie. Tout d'abord celle-ci est présente dans tout les domaines de la physique l'étude de la symétrie est transversale. Dans cette exposé j'ai essayé d'en montrer diverses exemples en mécanique du point, en électromagnétisme, en mécanique des fluides, en mécanique quantique, en cristallographie, en physique des particules. L'étude de la symétrie d'un système est un outil de vérification de l'homogénéité des formules mais également un outil d'analyse puissant à la simplification de problème et permet d'expliquer certains résultats qui nous semble intuitifs (activité optique nulle, surfaces de Gauss utilisables...). On a pu expliquer en quoi les brisures de symétries ne violait pas le principe de Curie à partir du moment où l'on considère une moyenne statistique/temporelle. L'étude des symétries continues permet également de faire ressortir des quantités conservées dans un système grâce au théorème de Noether. L'utilisation des invariances d'échelle

fondée sur une symétrie particulière permet d'étudier des phénomènes en laboratoires sans pertes de généralités.