

# LPXX – ADAPTATION D’IMPÉDANCE

17 juin 2021

Nicolas Barros & Abel Feuvrier

*Oui*  
MR C

Résiste! Prouve que tu existes!

---

*France Gall, Résiste*

You are only coming through in waves  
Your lips move but I can't hear what you're saying

---

*Pink Floyd, Comfortably Numb*

## Niveau : L2

## Commentaires du jury

## Bibliographie

🚩 *Physique Tout en Un PSI-PSI\**, **Cardini**

→ Tout le programme Le cours de référence, des approches documentaires, des exercices et des problèmes, des résolutions de problèmes, tous les corrigés détaillés

🚩 *Dictionnaire de Physique*, **Taillet**

→ Définition d'impédance, et adaptation d'impédance

🚩 *Ondes Electromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs*, **Garing**

→ ENfin un bon exo anti-reflet

🚩 *Ondes 2e année*, **HPrépa**

→ Le chapitre 3 s'appelle câble coaxial : notion d'impédance, et le chapitre 4 est excellent

## Prérequis

- Câble Coaxial
- Physique des ondes
- Acoustique
- Equations de Maxwell dans le vide
- Optique Géométrique

## Expériences

- 👉 Réflexion dans un câble coaxial
- 👉 Radio dans une cloche à vide

## Table des matières

<b>1 Impédance</b>	<b>3</b>
1.1 Définition . . . . .	3
1.2 Équations de couplage . . . . .	4
1.3 Oscillations et équation d'onde . . . . .	4
<b>2 Adaptation d'impédance : l'exemple du câble coaxial</b>	<b>4</b>
2.1 Problème à l'interface . . . . .	5
2.2 Coefficients de réflexion et de transmission . . . . .	5
2.2.1 Réflexion en amplitude sur une impédance terminale . . . . .	5
2.2.2 Réflexion et transmission entre deux câbles . . . . .	5
2.3 Généralisation à d'autres systèmes . . . . .	6

<b>3 Applications</b>	<b>6</b>
3.1 Acoustique . . . . .	6
3.2 Optique . . . . .	6
3.3 Électronique . . . . .	6
3.4 Autres exos cools : . . . . .	6

## Introduction

Au collège on voit la loi d'Ohm, plus tôt dans l'année on a vu les impédances complexes, là on va généraliser encore.



### Radio dans la cloche à fromage

⚡ 1min

⊖ Prix nobel 2022

On allume radio. On entend la radio. Le sonomètre indique que la radio fait du bruit. Excellent. Maintenant on met la cloche à fromage au dessus de tout ça. On entend rien, mais il y a encore du bruit ! la cloche n'empêche pas le son de se propager à l'intérieur, c'est juste qu'il se passe quelquechose aux parois ! Si l'onde ne traverse pas la cloche, c'est un problème d'adaptation d'impédance \*roll credits\*



FIGURE 1 – Matériel pour la manip qualitative

## 1 Impédance

### 1.1 Définition

Sources : Dictionnaire de Physique, richard Taillet à impédance

La notion d'impédance est très générale en physique. Elle est définie comme le rapport d'une grandeur caractérisant une excitation à laquelle un système est soumis, et d'une grandeur caractéristique de réponse de ce système.

On peut également parler d'impédance complexe, dont le module indique l'amplitude de la réponse, et la phase le déphasage entre l'amplitude et cette réponse.

La notion d'impédance est on l'a dit très générale, en témoignent ces divers exemples issus de domaines fort éloignés de la physique :

Domaine d'application	Définition	Interprétation
Impédance électrique	$Z_{el} \equiv U/I$	égale à R pour un dipôle uniquement résistif
Impédance acoustique	$Z_{ac} \equiv U = p/v$	
Impédance thermique	$Z_{th} \equiv \Delta T/P$	
Impédance d'une corde	$Z_c \equiv T_0\mu$	

Dire qu'on se borne aux systèmes linéaires. On peut aussi parler d'impédance d'entrée ou de sortie d'un circuit, ainsi que de l'impédance équivalente d'un circuit passif.

## 1.2 Équations de couplage

L'impédance relie deux grandeurs couplées<sup>1</sup>. Pour trouver l'expression de l'impédance, on applique donc des lois physiques qui permettent de lier les deux grandeurs, ce qui formellement donne ce qu'on appelle des équations de couplage (on tourne un peu en rond, mais je pense que c'est mieux). On en connaît déjà : loi d'Ohm, lois constitutives des condensateurs, des bobines, conservation de la masse/équation d'Euler, équations de Maxwell...

$$\begin{array}{l} \text{loi d'Ohm} \\ \text{relation constitutive du condensateur} \\ \text{équation d'Euler} \end{array} \left| \begin{array}{l} u = Ri \\ i = C \frac{du}{dt} \text{ (conv. récepteur)} \\ \rho \partial_t v = -\partial_x P \end{array} \right| \begin{array}{l} Z = R \\ Z = \frac{1}{j\omega C} \\ Z = \rho_0 c \end{array}$$

TABLE 1 – Quelques exemples d'équations de couplage connues

Écrire les différentes lois, les équations de couplage qu'elles donnent, les expressions de l'impédance qu'elles donnent. Remarquer que certaines expressions dépendent de la fréquence.

## 1.3 Oscillations et équation d'onde

Lorsque la relation de couplage fait intervenir des dérivées, c'est-à-dire quand on a des impédances complexes, on peut voir apparaître des oscillations des grandeurs concernées (exemple : circuit LC, pour commencer avec seulement des oscillations temporelles). Lorsqu'on a des dérivées spatiales et temporelles, on peut voir apparaître des ondes (exemple : câble coaxial, qui va nous permettre d'enchaîner sur la suite).

Cardini PSI chap30

On rappelle les équations de couplage du coax, on en déduit les conditions aux limites pour une impédance  $Z$  quelconque.

On a vu que dans un câble coaxial, la tension et l'intensité du courant obéissent à deux équations de d'Alembert identiques. Une des solutions possibles sont les ondes progressives harmoniques se propageant à la vitesse  $c = 1/\sqrt{\Gamma\Lambda}$ . par exemple dans le sens des  $x$  croissants, on peut prendre (en complexe) :

$$u^+(x, t) = u_0^+ \exp(j(\omega t - kx)) \quad (1)$$

et idem pour  $i^+$ . En utilisant le fait que  $u(x, t)$  et  $i(x, t)$  soient couplées, par  $-\frac{\partial u}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial i}{\partial t}$ , on a :

$$-(-jk)u^+ = \Lambda j\omega i^+ \quad (2)$$

Et donc on obtient  $\frac{u^+}{i^+} = \sqrt{\frac{\Gamma}{\Lambda}} = Z_c$ .

L'impédance caractéristique du câble coaxial est  $\sqrt{\frac{\Gamma}{\Lambda}} = Z_c$ . Elle relie les expressions des ondes progressives de tension et des courant, différent selon le sens de propagation :

$$u^+(x, t) = +Z_c i^+(x, t) \quad u^-(x, t) = -Z_c i^-(x, t) \quad (3)$$

## 2 Adaptation d'impédance : l'exemple du câble coaxial

Définition de l'adaptation d'impédance. Source, Taillet

Modification de l'interface entre deux systèmes, aux travers desquels se propagent des ondes ou des signaux, dans le but de limiter ou d'éliminer le phénomène de réflexion lors du passage d'un système à l'autre

On va voir comment ces réflexions apparaissent, et comment les éviter ou les utiliser.

## 2.1 Problème à l'interface

On observe que l'onde se réfléchit à la sortie d'un câble coaxial.



Manip : montrer que y a une onde réfléchi. Brancher une resistance au bout : selon qu'on soit en court-circuit ou en impédance infinie, on prend un igne ou pas. On peut quasiment réduire la reflexion avec 50 Ohms. Poly Elec, TP 1.2

C'est la même chose que la réflexion d'une onde lumineuse à un dioptre, mais les lois de Snell-Descartes ne disent rien sur la puissance réfléchi ou transmise... Comment formaliser ça pour notre coax ?

## 2.2 Coefficients de réflexion et de transmission

On en déduit les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude puis en puissance. On commente, surtout l'existence et l'utilité de l'impédance propre !

### 2.2.1 Réflexion en amplitude sur une impédance terminale

Ici tout est dans le cardini p898 à 903. Photos en PJ

Objectif : faire le lien avec l'expérience introductive. Obtenir les coefficients de réflexion en amplitude pour la tension :

$$r_u = \frac{u_0^-}{u_0^+} = \frac{R - Z_c}{R + Z_c} \quad (4)$$

Il y a adaptation d'impédance entre le câble et la charge résistive lorsque l'onde incidente est totalement absorbée à la charge résistive. Elle a lieu pour  $R = Z_c$ . Lorsque  $R=0$ , on retrouve l'expression de l'onde de tension dans le cas du court circuit. On retrouve de même le cas du circuit ouvert pour  $R$  infini

### 2.2.2 Réflexion et transmission entre deux câbles

On considère à présent deux câbles coaxiaux différents, d'impédances caractéristiques  $Z_1$  et  $Z_2$  mis bouts à bouts. A la différence de la résistance, l'onde peut se propager dans ces deux milieux. Une onde harmonique est émise dans le câble occupant l'abscisse  $x < 0$ , qui se propage dans les  $x$  croissants.

Insister sur le fait que cette situation en apparence restrictive (deux bouts de câbles) et en fait un cas particulier d'un phénomène très général : onde électromagnétique progressive harmonique incidente entre deux milieux d'indice optique différent (air/verre), onde sonore entre deux milieux d'impédances acoustiques différentes (air/eau), etc...

Tous les développements se trouvent dans le Cardini p909 pour le cas entre deux câbles, p941 pour l'interface entre deux fluides.

Message à faire passer :

A l'interface entre deux milieux d'impédances caractéristiques  $Z_1$  et  $Z_2$ , on obtient les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude :

$$r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \text{et} \quad t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (5)$$

Il y a donc adaptation d'impédance lorsque l'onde incidente est intégralement transmise dans le second milieu. Elle a lieu pour l'égalité des deux impédances.

1. Deux grandeurs sont couplées si les variations de l'une provoquent des variations de l'autre. Ces variations peuvent être spatiales, temporelles, la réponse peut être locale ou non... Tout ça c'est contenu dans l'impédance.

Les coefficients de réflexion et transmission en puissance -définies à partir des vecteurs de Poyntig ou de l'expression de la puissance de l'onde considérée-, sont donnés par

$$R = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad t = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad (6)$$

On remarque que  $R+T = 1$ , ce qui traduit la conservation de la puissance à l'interface.

## 2.3 Généralisation à d'autres systèmes

Y a des cas où on veut transmettre un max de puissance, genre en optique ou en élec de puissance par exemple. On va pouvoir généraliser parce que les équations sont les mêmes : à partir du moment où on a des grandeurs couplées qui se propagent on peut jouer sur l'impédance.

## 3 Applications

### 3.1 Acoustique

Établir l'analogie avec le câble coax et balancer le résultat. Pour l'exemple, on a l'embaras du choix : membranes (les balances de Tony Garnier me manqueraient presque tiens), cornets, échographie/sonar...

On va voir l'exemple des échographies. On dresse l'analogie entre ondes électromagnétiques dans un câble coaxial et ondes sonores dans un milieu matériel (loi des mailles = équation d'Euler, loi des noeuds = conservation de la masse + loi polytropic).

Dans le câble coaxial		Dans un milieu matériel
$u$	$\longleftrightarrow$	$P$
$i$	$\longleftrightarrow$	$v$
$C$	$\longleftrightarrow$	$\chi$
$L$	$\longleftrightarrow$	$\rho_0$
$Z_c = \sqrt{L/C}$	$\longleftrightarrow$	$Z_a = \sqrt{\rho/\chi}$
$P = ui$	$\longleftrightarrow$	$\Pi = pv$

TABLE 2 – Récapitulatif de l'analogie entre ondes électromagnétiques dans un câble coaxial et ondes sonores dans un milieu matériel 1D dans l'approximation acoustique

On peut donc tout transposer.

Le principe de l'échographie : on balance une onde sonore dans le ventre de la future maman. Cette onde sonore va se réfléchir sur les os du bébé (qui ont une plus grosse impédance que le reste, odg) et en mesurant la durée émission/réception on obtient une image du bébé.

Problème : il faut qu'on ait une onde réfléchie assez forte, et l'impédance du ventre est beaucoup plus grande que celle de l'air... On va faire de l'adaptation d'impédance, en appliquant un gel<sup>2</sup> sur le ventre, ce qui modifie le coefficient de transmission, etc, ordre de grandeur, conclusion.

On peut trouver des OdG de l'impédance du gel à appliquer [sur Wikipedia](#), mais également à la fin du chapitre 31 du J'intègre. Par exemple, l'impédance du squelette est environ 5 fois plus importante que les autres milieux. Le coefficient de réflexion sur les os est donc d'environ 0,4, on voit très nettement les os sur une échographie.

### 3.2 Optique

EN vrai c'est plus de l'électromagnétisme. Se plie en 5 minutes, le plus long c'est écrire les conditions aux limites. Exercice 6.4 du Garing Ondes Electromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs

### 3.3 Électronique

### 3.4 Autres exos cools :

Dans le même Garing : 2.3 ETude d'une ligne par son impédance,

2. un peu froid askip

Hprépa Ondes 2e année : Exercices 4 et 5 Chapitre 4 (acoustique)