CC-CM-M - LIF6 Architecture matérielle et logicielle

Lundi 2 avril 2012. Aucun document autorisé, durée 45 min. Le barème est susceptible de modifications.

I Questions de cours (15 pts + 1 pt bonus)

Q.I.1 (2 pts) – Déterminez l'écriture du rationnel $(0,1)_{10}$ en base 2. Utilisez pour cela l'algorithme de conversion vu en cours, procédant par des multiplications successives par 2 ; précisez vos calculs.

Q.I.2 (2 pts) – De quelle forme est un nombre flottant normalisé x à p chiffres de mantisse et d'exposant e ? Avec les notations que vous aurez utlisées pour votre définition, donnez :
– la valeur λ du plus petit flottant normalisé strictement positif,
– la valeur σ du plus grand nombre flottant normalisé.

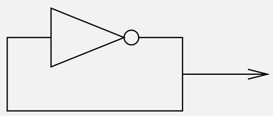
Un *nombre flottant normalisé x à p chiffres de mantisse est soit 0, soit un rationnel de la forme*

$$x = (-1)^s \times (1, x_1 \dots x_{p-1})_2 \times 2^e,$$

avec
– $s \in \{0, 1\}$ *le signe du flottant considéré ;*
– $(1, x_1 \dots x_{p-1})_2$ *est sa mantisse fractionnaire ;*
– $e \in \mathbf{Z}$ *est son exposant, qui est borné, i.e.,* $e_{min} \leq s \leq e_{max}$.

Q.I.3 (2 pts) – Proposez une définition de ce qu'est un circuit combinatoire bien formé (CCBF) ? Donnez un exemple de circuit qui n'est pas un CCBF, en justifiant.

Etant donné un ensemble de portes de bases, un CCBF peut être formé :
– par une porte logique de base,
– par un fil,
– par la juxtaposition de deux CCBFs posés l'un à côté de l'autre,
– en connectant les sorties d'un CCBF aux entrées d'un CCBF,
– en connectant entre elles deux entrées d'un CCBF.
Une autre façon de répondre est de dire qu'un circuit composé de portes logiques connectées entre elles est un CCBF s'il ne comporte pas de cyles et ne présente jamais deux sorties connectées entres elles.
Voici un exemple de circuit qui n'est pas un CCBF, car il présente un cycle :



Q.I.4 (3 pts) – Proposez une définition de ce qu'est un multiplexeur 2^k vers 1 ($k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$). Donnez un circuit combinatoire réalisant un multiplexeur 4 vers 1.

Un multiplexeur 2^k vers 1 est un circuit combinatoire qui prend en entrée :
– 2^k signaux booléens $e_{2^k-1}, e_{2^k-2}, \dots, e_0$,
– k signaux de commande booléens $c_{k-1}, c_{k-2}, \dots, c_0$ codant un entier $c = (c_{k-1}c_{k-2} \dots c_0)_2$,
et présentant comme sortie un unique signal booléen s qui prend comme valeur $s = e_c$. Pour le circuit demandé, il suffisait d'adapter ceux du cours.

Q.I.5 (3 pts) Représentez une bascule flip-flop régie par le front *descendant* de l'horloge, et utilisant deux verrous ; illustrez son fonctionnement par un chronogramme (indiquez bien le nom des signaux).

Voir dans le cours.

Q.I.6 (3 pts + 1 pt bonus) On veut construire un compteur 2 bits modulo 3, qui présente une entrée e :
– quand $e = 1$, la valeur du compteur est incrémentée de 2 modulo 3,
– quand $e = 0$, la valeur du compteur reste inchangée.
On va modéliser ce compteur par un automate fini séquentiel : on note $q = (q_1, q_0) \in \mathbb{B}^2$ le registre d'état, et $F : (q_1, q_0, e) \mapsto (F_1(q_1, q_0, e), F_0(q_1, q_0, e))$ la fonction de transition de l'automate. Ainsi, la valeur du compteur sera donnée simplement par l'état courant de l'automate.

6(a) - (0.5 pt) L'état $q = (11)$ ne sera jamais utilisé : pourquoi ?

6(b) - (1 pt) Représentez graphiquement l'automate fini séquentiel (un cercle étiqueté par état. . .)

6(c) - (0.5 pt) Reportez sur votre copie la table de vérité suivante pour la fonction F :

q_1	q_0	e	$F_1(q_1,q_0,e)$	$F_0(q_1,q_0,e)$
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0	–	–
1	1	1	–	–

6(d) - (1 pt) Donnez des formules logiques « simples » pour $F_1(q_1,q_0,e)$ et $F_0(q_1,q_0,e)$, en justifiant.

6(e) - (1 pt bonus) On veut implanter notre automate sous la forme d'un automate de Moore : donnez le schéma de cette implantation (en l'annotant proprement).

L'état $q = (11)$ ne sera jamais utilisé car $(11)_2 = 3$, et comme on compte modulo 3, le compteur ne prendra jamais cette valeur.

q_1	q_0	e	$F_1(q_1,q_0,e)$	$F_0(q_1,q_0,e)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	–	–
1	1	1	–	–

On a par exemple $F_0(q_1,q_0,e) = \overline{q_1}q_0\overline{e}+q_1\overline{q_0}e = \overline{q_1}q_0+q_1\overline{q_0} = q_1 \oplus q_0$; mais en fait, le cas $(q_1,q_0) = (1,1)$ est impossible, donc on prend $F_0(q_1,q_0,e) = q_1 + q_0$. D'autre part, $F_1(q_1,q_0,e) = \overline{q_1}\ \overline{q_0}\ e + q_1\ \overline{q_0}\ \overline{e} = \overline{q_0}(\overline{q_1}\ e + q_1\ \overline{e}) = \overline{q_0}(q_1 \oplus e)$. Pour les schéma, voir le cours...

II Questions à réponses brêves (5 pts)

Il vous est demandé de répondre aux questions suivantes en une à deux lignes au plus.

Q.II.1 Soit un entier naturel n dont l'écriture binaire compte 16 bits. Soit m l'entier naturel obtenu en ne conservant que les 8 bits de poids faible de l'écriture binaire de n : exprimez m en fonction de n.

$m = n \mod 2^8$.

Q.II.2 Donnez un exemple d'opération en arithmétique flottante IEEE-754 donnant pour résultat +Inf ?

$1/(+0)$

Q.II.3 Donnez le nom de la représentation utilisée pour le codage de l'exposant des flottants en machine.

Représentation biaisée.

Q.II.4 Le nombre $(0,25)_{10}$ est-il représentable exactement sous forme binaire ?

Oui, car $(0,25)_{10} = (0,01)_2$

Q.II.5 Donnez une représentation de $(245,4)_{10}$ en format BCD.

$(245,9)_{10} = (0010\ 0100\ 0101, 1001)$.

Q.II.6 Combien de fonctions booléennes à n variables d'entrées et à une variable de sortie existe-t'il (justifiez) ?

La table de vérité d'une telle fonction comporte 2^n lignes, et sur chaque ligne, il y a deux valeurs possibles pour la sortie : il y a donc 2^{2^n} fonctions à n variables d'entrées et une variable de sortie.

Q.II.7 Comment se caractérise une formule booléenne sous forme normale disjonctive ?

Il s'agit de la disjonction entre plusieurs conjonctions de litéraux.

Q.II.8 Exprimez $a \oplus b$, à l'aide des opérations booléennes NOT, OR et AND.

$a \oplus b = \overline{a}b + a\overline{b}$.

Q.II.9 Citez trois manières de représenter une fonction booléenne.

Table de vérité, expression booléenne, arbre de décision binaire, circuit logique bien formé.

Q.II.10 Quel type de mémoire utilise-t-on pour le niveau de mémoire cache le plus proche du processeur ?

La SRAM, car elle présente un temps d'accés et un débit plus grand que la DRAM.