

CC2 - LIF6 Printemps 2013

Durée prévue : 1h15

Aucun document autorisé. Calculatrices, téléphones et ordinateurs portables interdits.

N'oubliez pas de noter votre nom, votre prénom et votre numéro d'étudiant sous le cache rabattable.

Justifiez brièvement et précisément vos réponses, tout en respectant les emplacements prévus.

Le barème est donné à titre indicatif, et pourra être modifié.

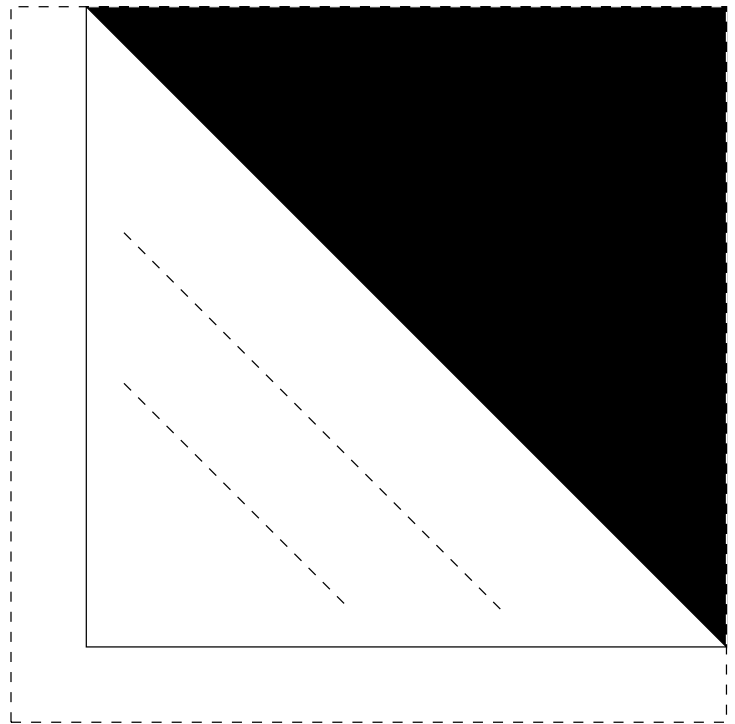
Ne rien écrire dans ce cadre.

Partie 1 :

Partie 2 :

Partie 3 :

Partie 4 :



1 Comparaison d'entiers naturels (5 pts)

On souhaite mettre au point un circuit permettant de comparer deux entiers naturels codés en binaire, $a = (a_3a_2a_1a_0)_2$ et $b = (b_3b_2b_1b_0)_2$. La sortie du circuit devra prendre pour valeur 1 si $a \leq b$, 0 sinon.

On va d'abord s'intéresser à la comparaison de deux bits x et y avant de passer à celle des entiers naturels : l'expression $(x = y)$ vaut 1 si x et y sont égaux, 0 sinon ; l'expression $(x \leq y)$ vaut 1 si $(x)_2 \leq (y)_2$, 0 sinon.

1. (1 point) Complétez les tables de vérités, puis donnez des formules booléennes pour $(x = y)$ et pour $(x < y)$.

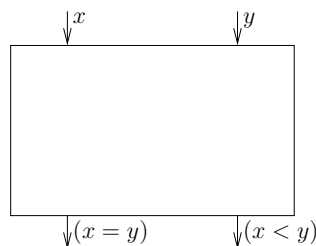
x	y	$(x = y)$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

x	y	$(x < y)$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

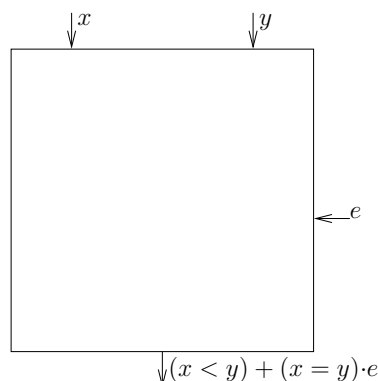
$(x = y) = \dots\dots\dots$

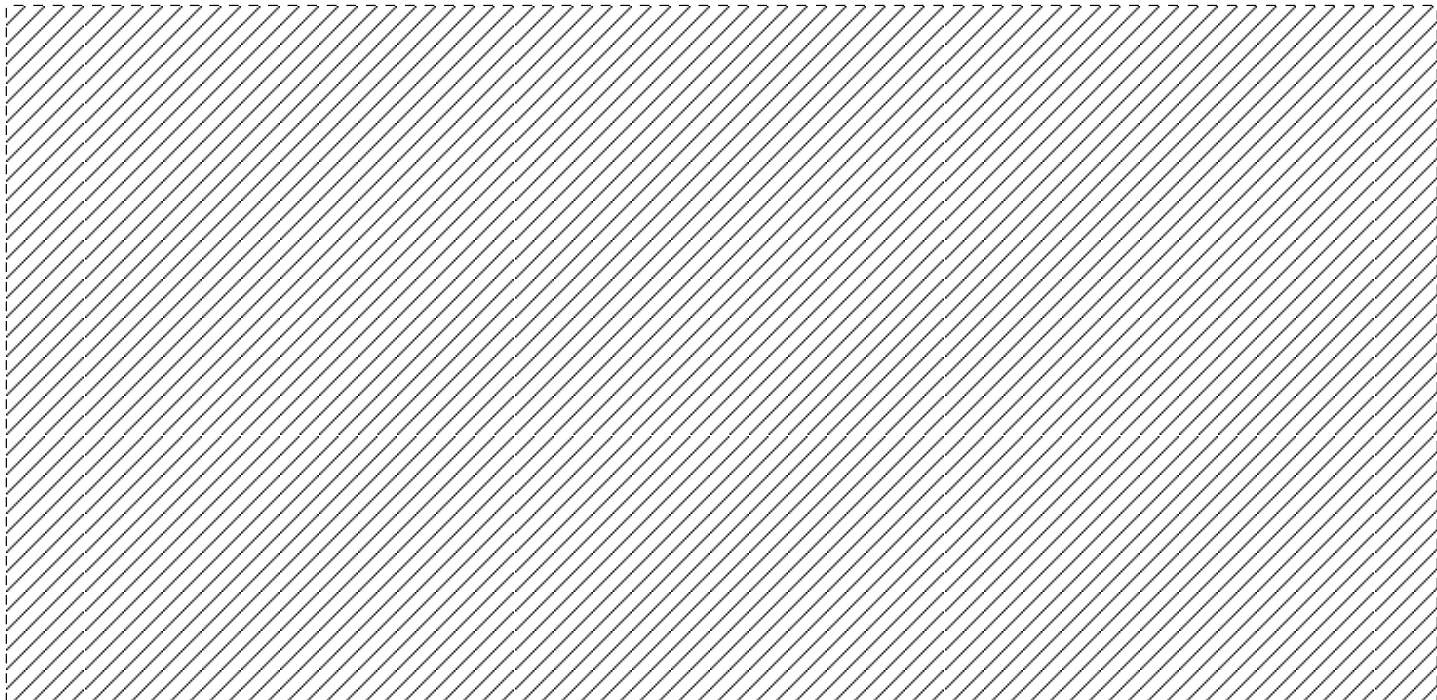
$(x < y) = \dots\dots\dots$

2. (1 point) Complétez le circuit ci-dessous, de manière à ce que ses sorties produisent les valeurs de $(x = y)$ et $(x < y)$. Dans la suite, on appellera HC le composant obtenu.



3. (1 point) Complétez le circuit ci-dessous, qui prend en entrée les deux bits x et y , ainsi qu'une entrée supplémentaire e , et dont la sortie prend la valeur $s = (x < y) + (x = y) \cdot e$. Vous utiliserez un composant HC, ainsi que d'autres portes logiques. Dans la suite, on appellera FC le composant obtenu.

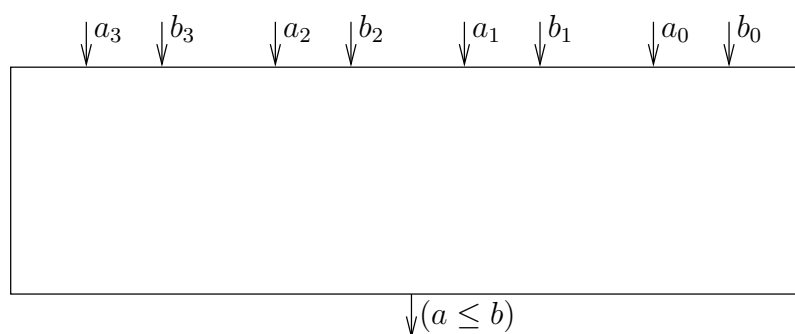




4. (2 points) Par définition de la relation de comparaison « $\leq$ », pour $k \geq 1$ on a :

$$((a_k \dots a_0)_2 \leq (b_k \dots b_0)_2) = (a_k < b_k) + (a_k = b_k) \cdot ((a_{k-1} \dots a_0)_2 \leq (b_{k-1} \dots b_0)_2).$$

Complétez le circuit ci-dessous, de manière à réaliser la comparaison entre $a = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ et $b = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$: la sortie prendra pour valeur 1 si $a \leq b$, 0 sinon.



2 Circuit de multiplication par $(5)_{10}$

On souhaite réaliser un circuit permettant de multiplier un entier naturel $a = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ par $(5)_{10} = (101)_2$.

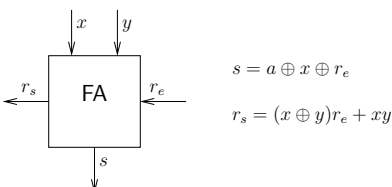
1. (1 point) Posez l'addition $(111111)_2 + (111111)_2$, puis posez le produit de $(1111)_2$ par $(101)_2$.

.....

2. (1 point) Justifiez le fait que la somme de deux entiers naturels codés sur 6 bits est exactement représentable sur 7 bits, et que le produit par $(5)_{10}$ d'un entier naturel sur 4 bits est exactement représentable sur 6 bits.

.....

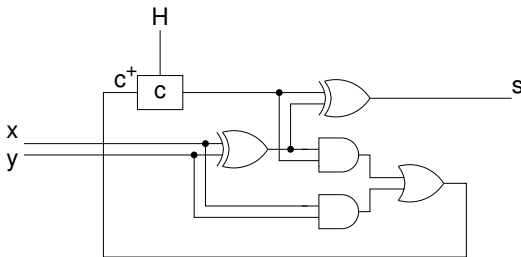
3. (1.5 points) On rappelle le symbole est les spécifications d'un *full-adder* :



A diagram of a 1D chain with 11 sites. The sites are arranged in two rows: the top row contains sites 5, 4, 3, 2, 1, 0 from left to right, and the bottom row contains sites 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 from left to right. Each site is represented by a vertical double-headed arrow. Sites 0 and 11 have additional horizontal arrows pointing outwards to the left and right, respectively.

-

On considère le circuit séquentiel ci-dessous :

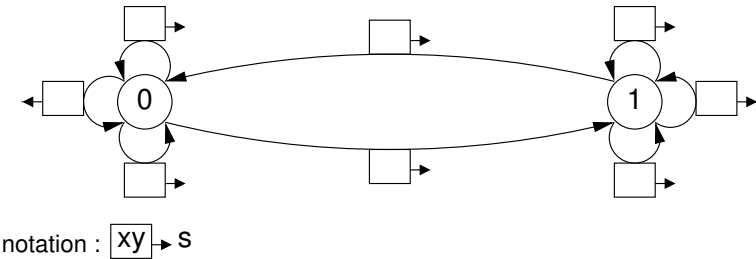


1. (0.5 points) Donnez une expression booléenne pour $c^+ = F(c, x, y)$. Comment est appelée la fonction F ?

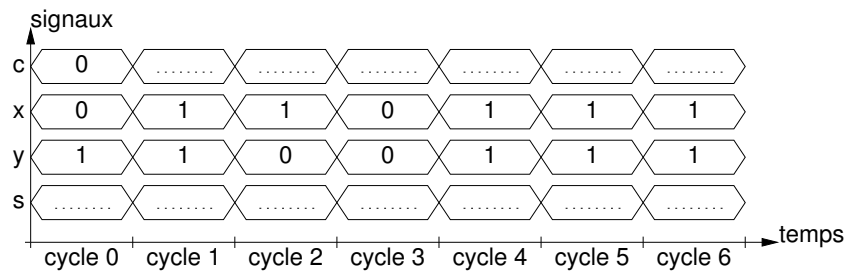
2. (0.5 points) Déduisez du circuit une expression booléenne pour $s = g(c, x, y)$.

3. (1 point) Complétez la table de vérité suivante. Complétez également l'automate fini séquentiel décrivant le circuit étudié, en respectant les notations indiquées.

c	x	y	s	c⁺
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		



4. (1 point) Complétez le chronogramme suivant.



5. (1 point) A votre avis, à quoi sert le circuit séquentiel étudié.

.....

.....

.....

4 Questions de cours (5 pts)

1. (2 points) Proposez une définition de ce qu'est un circuit combinatoire bien formé (CCBF). Vous donnerez également un exemple de circuit combinatoire qui n'est pas bien formé.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. (2 points) Donnez le schéma d'une bascule *flip-flop* régie par le front descendant de l'horloge. Vous utiliserez deux verrous (*latches*) régis par le niveau haut de l'horloge.

3. (1 point) Montrez qu'il existe 2^{2^n} fonctions booléennes à n ($n \geq 1$) variables d'entrée et une sortie. Citez toutes les fonctions booléennes à une variable d'entrée et une sortie.

.....

.....

.....

.....