

Mécanique quantique

Bibliographie

- ?

1 Historique

La MQ dépasse la mécanique Newtonienne des particules et l'électromagnétisme ondulatoire de Maxwell.

1.1 Début de la MQ

- Rayonnement du corps noir : Planck, Kirchhoff.
- Rayonnement fossile à 3K de l'Univers.
- Effet photoélectrique. Découvert par Hertz en 1887. Millikan, Einstein.
- Quantification des niveaux d'énergie : expérience de Franck et Hertz (1914), électrons sur vapeur de mercure. On lit le courant électronique diffusé qui a des creux.
- Ondes de matière : Davisson et Germer (1927) : électrons sur cristal de Nickel, De Broglie.

2 Les bases de la mécanique quantique

2.0.1 Les postulats de la MQ

Les postulats s'appliquent pour des états purs et pas des mélanges I/ **Les états**. L'état d'un système est caractérisé par les vecteurs d'un espace de Hilbert. Structure linéaire, produit scalaire hermitien. II/ **La mesure**. La mesure d'un système quantique est l'application d'un opérateur autoadjoint, qui projette l'état sur un sous-espace propre avec une probabilité donnée par les modules au carré des coefficients de la décomposition spectrale. La valeur de la mesure est la valeur propre correspondante. III/ **Evolution temporelle** Tant que le système ne subit pas de mesure, son évolution est régie par l'équation de Schrödinger donnée par le Hamiltonien H du système.

En physique, le principe de correspondance, proposé la première fois par Niels Bohr en 1923, établit que le comportement quantique d'un système peut se réduire à un comportement de physique classique, quand les nombres quantiques mis en jeu sont très grands, ou quand la quantité d'action représentée par la constante de Planck peut être négligée devant l'action mise en oeuvre dans le système. On peut passer des lois classiques aux lois quantiques en : (i) remplaçant les variables classiques par des opérateurs hermitiens (ii) remplaçant les crochets de Poissons et les dérivées temporelles par des commutateurs.

2.0.2 Propriétés

Inégalité de Heisenberg. Une interprétation est que dans l'espace des phases (6 dimensions), un état quantique ne peut occuper un volume élémentaire plus petit que \hbar^3 . C'est à relier à la notion de volume de cohérence en optique. Théorème d'Ehrenfest.

3 Potentiels

3.1 Généralités

Théorème de Sturm-Liouville : l'énergie augmente avec le nombre de noeuds de la fonction d'onde.

3.2 Puits fini

A largeur égale, le fondamental du puits fini est plus bas que le puits infini car la particule a plus de place pour s'étaler, elle est moins confinée.

3.3 Oscillateur harmonique

Oscillateur harmonique : polynômes de Hermite.

Etats cohérents ou états semi-classiques : états propres de l'opérateur d'annihilation. Superposition des états propres du hamiltonien de l'OH, dont les coefficients vérifient une loi de Poisson. Un état cohérent à l'initial reste cohérent au cours de son évolution (la valeur de z est modulée par ω comme en mécanique classique). Il sature l'inégalité de Heisenberg. En mécanique classique, la grandeur $z = (x + ip)/\sqrt{2}$ évolue en $z(t) = z_0 e^{i\omega t}$ c'est la pointe du vecteur de l'espace des phases, qui décrit une ellipse.

Squeezed states. Ils saturent l'inégalité de Heisenberg mais il y a une dissymétrie entre x et p (normalisés).

3.4 Atome d'hydrogène

Atome d'hydrogène : polynômes de Laguerre en radial, polynômes de Legendre en angulaire (harmoniques sphériques).

4 Moment cinétique

4.1 Moment cinétique

Un moment cinétique est défini par ses relations de commutations. Tout triplet d'opérateurs hermitiens (J_x, J_y, J_z) qui satisfont $[J_\alpha, J_\beta] = i\hbar\epsilon_{\alpha\beta\gamma}J_\gamma$ i.e. $\vec{J} \times \vec{J} = i\hbar\vec{J}$ est un moment cinétique. Pour $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$, on le vérifie avec les relations de commutation canoniques. Pour les autres, c'est une généralisation liée au générateurs des rotations.

Addition.

Harmoniques sphériques.

4.2 Le spin

Rendu nécessaire par l'expérience de Stern et Gerlach.

Spin 0 : méson π , deutéron.

Effet Zeeman.

Sphère de Bloch. Matrices de Pauli.

4.3 Résonance magnétique

Oscillations de Rabi, émission stimulée. RMN

5 Etats intriqués

5.0.1 Interprétation de Copenhague

Selon l'interprétation de Copenhague, les systèmes physiques non pas de propriétés exactement définies avant mesure et la mécanique quantique ne peut que prédire la distribution de probabilité des résultats possibles d'une mesure

The act of measurement affects the system, causing the set of probabilities to reduce to only one of the possible values immediately after the measurement. This feature is known as wave function collapse.

D'autre part, elle considère que parler d'objets indépendamment de toute mesure n'a pas de sens.

5.0.2 Paradoxe EPR

Paradoxe EPR (Einstein-Podolsky-Rosen). Le but était de réfuter l'interprétation de Copenhague de la physique quantique.

En 1964, Bell quantifier les implications du paradoxe EPR en produisant l'inégalité de Bell qui doit être vérifiée si la théorie des variables locales cachées est juste. Le paradoxe EPR devient une question expérimentale plutôt qu'épistémologique.

Les expériences de Alain Aspect confirment en 1981 la validité des prédictions de la mécanique quantique dans le cas du paradoxe EPR. Il utilise des photons intriqués émis par deux désexcitations successives d'un atome de calcium excité par un laser. Par conservation du moment cinétique, l'état de la paire est un singulet ($\hat{L}^2 = 0$).

Toutefois, si ces expériences impliquent que l'on renonce à l'une des trois hypothèses (on s'est décidé pour la non-localité, la mécanique quantique devenant une théorie physique non locale), elles ne permettent nullement la transmission d'un signal plus vite que la lumière (sans quoi d'ailleurs soit la causalité, soit la relativité serait violée).

Cryptographie quantique

En envoyant des photons corrélés, toute mesure ou interception du signal conduit à une modification de l'état quantique, ce qui peut être détecté.

6 Systèmes à deux niveaux

Exemples : Exact : spin de l'électron, polarisation d'un photon (vecteurs de Jones), masse des neutrinos, mésons K et B neutres. Approché : maser, laser, physique atomique.

7 MQ de M1

7.0.1 Mélanges statistiques

Etat pur, un mélange statistique est décrit par un opérateur ρ qui est la somme pondérée normalisée de projecteurs sur des états purs.

7.0.2 Décohérence

Lors de la manipulation d'atomes, les causes de décohérences sont : les fluctuations d'intensité des faisceaux laser, les fluctuations de fréquence/amplitude du piège.

7.0.3 Caractérisation d'un mélange statistique

Un mélange statistique vérifie ρ (i) hermitien (ii) positif (moyenne sur tout état positive) (iii) de trace 1.
Un état pur est caractérisé par $\rho^2 = \rho$.

7.0.4 Diffusion par un potentiel

Section efficace différentielle. Le facteur de forme est la TF du potentiel.

7.0.5 Equation de Klein-Gordon

Défauts (Perez) : densité de probabilité négative.

7.0.6 Equation de Dirac.

Dirac cherchait à transformer l'équation de Schrödinger afin de la rendre invariante par l'action du groupe de Lorentz, pour la rendre compatible avec les principes de la relativité restreinte. Elle décrit le comportement de particules élémentaires de spins demi-entiers, comme les électrons. Avantage : fait apparaître naturellement la notion de spin.

8 Culture

8.1 Horloges atomiques

Fontaines d'atomes. Permet de borner supérieurement les variations de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$. En CGS, $\alpha = e^2/\hbar c$ en monitorant le rapport des fréquences d'oscillation du Césium et du Rubidium par exemple.

8.2 Structure fine, hyperfine

La structure hyperfine s'explique en physique quantique comme une interaction entre deux dipôles magnétiques : le dipôle magnétique nucléaire résultant du spin nucléaire et le dipôle magnétique électronique lié au moment cinétique orbital et au spin de l'électron. S'y ajoutent des corrections prenant en compte le moment quadripolaire du noyau atomique.

La structure fine désigne le dédoublement des raies. 3 termes correctifs : (i) correction de masse relativiste de l'électron (ii) terme de Darwin dû à l'effet de la zitterbewegung (mouvement de tremblement) de l'électron : celui-ci ressent le champ électrique nucléaire moyen sur une région, et non de manière ponctuelle (iii) terme de spin-orbite qui résulte du couplage entre le moment magnétique de spin de l'électron et du champ magnétique généré par la rotation de l'électron autour du noyau (moment magnétique orbital).