LP00 – Titre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ *Le nom du livre*, **l'auteur** [1] ⟶ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

Prérequis

➢ Théorie cinétique des gaz

➢ Diffusion (thermique, de particules. . .)

➢ Statique des fluides

➢ Description d'un fluide en mouvement (cf programme PC)

Expériences

☕ Biréfringence du quartz

Table des matières

Jury

Choix

A faire

Préparation

Ressource : poly Montrouge, GHP, Sanz, HPrepa. Compléments : Fermigier, Comolet. Plan de Etienne Thibierge : bilan de puissance pour l'écoulement de Couette.

Préparation : repasser le poly de Marc Rabaud surligné pour se remttre en tête

Plan : attention, le "vrai" calcul n'est qu'à la fin.

Passage : distinguer fluide compressible et écoulement incompressible

Questions : écoulement de Poiseuille, fluides non newtoniens, NS compressible, force de trainée, Cx en fonction de Re, crise de la trainée, terme en $1/3\eta' \vec{grad}(div\vec{u})$, cellule Hele-Shaw, approximation de lubrification, NS en rotation, historique sur Navier, effet de la gravité, profil de pression,

Ressources Laura

Laura http://olivier.granier.free.fr/MOOC/co/rappels-de-cours-meca-fluide-nbre-reynolds.html sur turbulence(?), http://www.daniel-huilier.fr/Enseignement/Notes_Cours/Viscosite/Viscosite_des_fluides2.pdf viscosité gaz/liquides

Introduction

Viscosité dans la vie quotidienne La viscosité (du latin viscum, pour colle) est l'ensemble des phénomènes de résistance au mouvement d'un fluide. On en a une bonne intuition dans la vie quotidienne : on dit que le miel est plus visqueux que l'eau : `https://www.youtube.com/watch?v=8Ty07Jelhwg` ou encore cette vidéo qui compare la viscosité de plusieurs huiles moteur `https://www.youtube.com/watch?v=1UWp3uIm5yA`.

Deux grandeurs physiques caractérisent la viscosité : la viscosité dynamique (celle utilisée le plus généralement) et la seconde viscosité ou la viscosité de volume. On utilise aussi des grandeurs dérivées : fluidité, viscosité cinématique ou viscosité élongationnelle. Ces deux grandeurs sont l'image à l'échelle macroscopique des chocs moléculaires, chocs élastiques pour la viscosité dynamique et chocs inélastiques pour la viscosité de volume.

Expérience de la colonne de colorant

Version expérimentale Dans la cuve écoulement de couette de l'ENS. On la remplit de Glycérol jusqu'en haut et on ferme avec le couvercle coulissant adapté. à l'aide d'une seringue on dépose alors une colonne verticale de glycérol coloré dans la cuve. (Il faut se placer loin des bords. On fait alors coulisser le couvercle et on laisse la magie opérer. Puis on fait coulisser le couvercle dans l'autre sens. Du fait de la différence de densité entre le colorant et le reste du fluide, la réversibilité n'est assurée que sur des temps courts où la poussée d'Archimède reste négligeable et où la diffusion de particules est négligeable.

Observations

- La colonne de colorant bouge au cours du temps donc la vitesse horizontale dans le fluide varie verticalement : il y a un gradient vertical de vitesse horizontale.
- le bas de la colonne n'est pas déformée mais le haut oui : c'est une force de contact. Or les seules que vu précédemment sont les forces de pressions normales aux surfaces, alors que celle-ci est manifestement tangentielle. *La force de cisaillement peut être non tangentielle à l'interface si le cisaillement est normal.*

Version en ligne On montre la vidéo : `https://youtu.be/j2_dJY_mIys?t=140` ou sinon celle-là, plus visuelle : `https://www.youtube.com/watch?v=KLm7PF_Uuk0`. Dans cette vidéo, on remplit une cuve cylindrique de miel (la première vidéo utilse du sirop de mais) et on injecte une ligne de colorant ce qui permet de visualiser l'écoulement. On tourne le cylindre extérieur, le cylindre intérieur restant fixe. Préparer un schéma au tableau avant le passage. On voit qu'un écoulement est mis en place.

Observations

- Un écoulement est créé par la mise en mouvement de la paroi solide. C'est comme quand on mélange une boisson.
- La colonne de colorant s'étale orthoradialement, ce qui signifie que l'écoulement n'est pas uniforme. On voit que le fluide proche de la paroi est entraîné plus efficacement que le fluide loin de la paroi. Il y a un gradient radial de vitesse orthoradiale.
- Au voisinage des parois, le fluide a la même vitesse que la paroi : c'est une force de contact. Or les seules que vu précédemment sont les forces de pressions normales aux surfaces, alors que celle-ci est manifestement tangentielle à la surface *La force de cisaillement peut être non tangentielle à l'interface si le cisaillement est normal.* La convection due aux écoulements hydrodynamiques ne peut en effet contribuer à cette propagation puisque le fluide se déplace dans une direction "tangentielle", perpendiculaire au rayon.

Problématique : On va analyser plus précisément les résultats, donner un modèle phénoménologique, microscopique, exemples.

1 Notion de viscosité

1.1 Un modèle phénoménologique

✍ GHP p.161

Objectif et cadre plan On veut décrire les observations faites avec un modèle phénoménologique. On va simplifier la géométrie en se plaçant en géométrie plane. Une plaque est maintenue fixe et l'autre se déplace parallèlement à elle-même à une vitesse constante V_0 suivant une direction Ox. L'ecoulement ainsi realisé est appele écoulement de cisaillement simple ou écoulement de Couette plan.

Observations On revient sur l'expérience on peut montrer le profil du Couette plan avec le script python agreg "Couette_plot".

- On a adhérence du fluide sur la plaque en bas, et sur la plaque du haut → La nouvelle condition aux limites est que la vitesse tangentielle du fluide sur la plaque doit être celle de la plaque en plus de la vitesse normale $\vec{v}_{lim} = \vec{v}_{paroi}$.
- Le fluide est entrainé par le mouvement. En régime stationnaire (c'est-à-dire assez longtemps après que la plaque ait été mise en mouvement), on observe que la vitesse du fluide varie linéairement de 0 à V_0 d'une plaque à l'autre :
$$v_x(y) = V_0 \frac{y}{a}$$
On a un phénomène linéaire, ce qui est à comparé avec la profil linéaire de température en régime stationnaire entre deux plaques maintenues à des températures fixes. *Le profil n'est pas bien linéaire car on ne tire pas à vitesse constante, il y a de la diffusion et surtout il faut s'assurer qu'on est hors couche-limite d'établissement du régime permanent !*

Interprétation qualitative Imaginons qu'on découpe par la pensée le fluide en couches d'épaisseur mésoscopiques superposées. On fait un dessin. Le gradient de verticale de vitesse horizontale fait que ces couches glissent les unes sur les autres. A cause du glissement, chaque couche exerce une force tangentielle sur les couches adjacentes et les entraîne ou les freine, selon qu'elle est plus lente ou plus rapide. On a transfert de proche en proche, par diffusion radiale, de l'information * quantité de mouvement. Un second point important de cette expérience est l'égalité de vitesse de la paroi solide et du fluide près d'elle. Cette caractéristique est observée pour tous les fluides visqueux usuels. Il existe une force de friction entre les couches fluides en contact avec le solide qui cause l'entrainement du fluide à partir de la paroi. Le transport diffusif de la quantité de mouvement est assuré par une propriété dépendant du fluide, la viscosité, que nous allons maintenant discuter d'un point de vue macroscopique.

Loi phénoménologique En préambule de l'établissement de l'équation de la dynamique, indiquer que l'on doit s'appuyer sur des relations phénoménologiques de réponse à une contrainte, qui est le prix à payer lorsqu'on a pas encore de description microscopique. On va introduire le modèle de fluide newtonien, qui est en fait un modèle de réponse linéaire. Ce modèle est le correspondant, transposé dans le domaine visqueux, du modèle d'élasticité linéaire de Hooke ou encore de la loi de Fourier ou de la loi de Fick. *Un milieu viscoélastique pourra être décrit, dans le domaine linéaire, par la fusion des ces deux comportements (amortissement visqueux d'une onde accoustique).* On peut répéter l'expérience pour plusieurs surfaces et épaisseurs, on obtient phénoménologiquement, pour les fluides **newtoniens** et un **écoulement** de cisaillement **incompressible** $\vec{v}(M,t) = v_x(y,t)\vec{u}_x$, la force tangentielle que le fluide situé au-dessus de l'ordonnée y exerce sur une surface dS du fluide situé en dessous est : [schéma]

$$\mathrm{d}\vec{F}_x^{\,haut\to bas}(y,t) = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} dS \vec{u}_x \tag{1}$$

On a introduit le coefficient de proportionnalité η appelée **viscosité dynamique** et $[\eta] = \frac{[F]}{[S]}[\frac{\partial v_x}{\partial y}] = Pa.s = PI(Poiseuille)$. Ce coefficient de viscosité dépend de la nature du fluide, de la température. Pour un fluide newtonien, la viscosité dynamique est indépendante de la contrainte. On donne des valeurs tabulées à 20 °C sur diaporama

Composé	η (en Pa.s ou Pl)
Air	$1,8.10^{-5}$
Eau	$1,0.10^{-3}$
Glycérol	$1,49$
Miel	$\sim 10^1 - 10^2$
Poix	2.10^8

(2)

Commentaire des ordres de grandeur Matériaux d'apparence solide à notre échelle de temps : viscosité en 10^5 et au-delà. *On peut ici évoquer l'expérience de la goutte de Poix (9 gouttes en 87 ans), A l'inverse, on peut descendre très bas avec par exemple l'hélium liquide (superfluide ou non).* Les valeurs de viscosité s'étalent donc sur plusieurs ordres de grandeur.

Analogie avec la loi de Fick C'est une loi de transport. On peut interpréter $\vec{F}/S$ comme un vecteur densité de courant de quantité de mouvement p_x, relié aux inhomogénéités de vitesse v_x. Elle tend à uniformiser le champ de vitesse.

1.2 Diffusion de quantité de mouvement

✍ GHP p.64 ou Sanz pp292-293

Force volumique de diffusion dans le cas 1D C'est une action de contact mais on veut un équivalent volumique pour écrire les équations de NS plus tard. Prenons une particule fluide de l'exemple précédent, du fait des actions de contact, de la *viscosité*, chaque particule applique sur la particule du dessous une force $d\vec{F_{hb,yx}}$, on fait un bilan sur cette particule de fluide. Écrivons le bilan des forces exercées sur un élément de volume limité par deux surfaces en regard, planes et parallèles, de section S et de cotes y et $y + \mathrm{d}y$. La paroi à la cote y est soumise à une force de cisaillement $-\eta S\left[\partial v_x/\partial y\right](y)$ exercée par le fluide situé au-dessous, et dirigée vers les x négatifs. On fait une figure De même, la paroi à la cote $y + \mathrm{d}y$ est soumise à une force $+\eta S\left[\partial v_x/\partial y\right](y+\mathrm{d}y)$ exercée par le fluide situé au-dessus et dirigée vers les x positifs. Il existe donc une force résultante sur le volume $S\mathrm{d}y$:

$$\mathrm{d}F_x = -\eta S\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)(y) + \eta S\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)(y+\mathrm{d}y) = \eta S\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)\mathrm{d}y$$

On peut préférer ce calcul plus concis en une ligne :

$$d\vec{F_{yx}} = d\vec{F_{hb,yx}}(y+dy) - d\vec{F_{hb,yx}}(y) = \frac{\partial d\vec{F_{hb,yx}}}{\partial y}dy = \eta\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}dSdy\vec{u_x} = \eta\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}dV\vec{u_x} \tag{3}$$

Cette force communique au volume une accélération donnée par la loi de Newton :

$$\rho S\mathrm{d}y\left(\frac{\partial v_x}{\partial t}\right) = \eta S\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)\mathrm{d}y$$

où ρ est la la masse volumique du fluide. Cette équation peut donc être mise sous la forme :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \nu\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

Elle représente l'équivalent pour la vitesse (ou la quantité de mouvement si on multiplie par ρ ses deux membres) des équations de diffusion de la chaleur et de par)ticules. La température et la concentration de traceur sont remplacées par les composantes de la vitesse (ici v_x), ou de la quantité de mouvement par unité de volume (ρv_x). L'équation fait intervenir le coefficient ν dépendant des propriétés du matériau et appelé viscosité cinématique ; il vérifie :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Ce coefficient a pour dimension $[L]^2[T]^{-1}$; il représente un coefficient de diffusion pour la quantité de mouvement, analogue aux coefficients de diffusion thermique κ et de masse D introduits au chapitre précédent. La difference principale vient de ce que la quantité de mouvement est une grandeur vectorielle, alors que la concentration et la température sont des scalaires.

Application à l'écoulement de Couette plan Dans l'écoulement plan, en régime stationnaire, $d\vec{F_{yx}} = 0$ donc

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0$$

donc le profil de vitesse est linéaire, comme voulu.

Force volumique diffusive, cas général Dans le cas général, en supposant **isotropie**, on doit sommer les contributions suivant x, sur toutes les faces, on admet qu'on obtient une force volumique : $f_x = \eta\Delta v_x$ (écoulement incompressible, fluide newtonien). Les forces de viscosité ont des composantes correspondant à des forces de cisaillement (donc tangentielles) mais aussi des composantes normales. En appliquant le PFD sur cette particule fluide, en négligeant la présence d'autres forces, en supposant la pression uniforme dans un plan horizontal, on obtient (ou plutot partir de Euler et ne garder que le premier terme) :

$$\rho\frac{\partial v_x}{\partial t} = \eta\Delta V_x \tag{4}$$

C'est une équation de diffusion !

Commentaires sur la diffusion On s'attend au caractère irréversible, notion de dissipation, effet de peau.

Viscosité cinématique On peut maintenant réinterpréter la notion de viscosité. La viscosité cinématique ν d'unité m^2/s mesure l'efficacité de la diffusion de la quantité de mouvement par les actions de contact dans le fluide.

Composé	η (en Pa.s ou Pl)	ν (en $\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$)	temps de diffusion sur 1 m (s)
Air	$1,8.10^{-5}$	$1,56.10^{-5}$	10^5
Eau	$1,0.10^{-3}$	$1,00.10^{-6}$	10^6
Glycérol	$1,49$	$1,18.10^{-3}$	10^3
Miel	$\sim 10^1 - 10^2$	$\sim 10^{-2} - 10^{-1}$	$10^1 - 10^2$

(5)

1.3 Interprétation microscopique

✍ GHP p.68

Origine microscopique L'origine microscopique de la viscosité est la transmission de quantité de mouvement de proche en proche par les molécules. C'est le même mécanisme qu'en diffusion de particules et en diffusion de température. Cela explique l'analogie avec la loi de Fourier, de Fick et de Newton.

Théorie cinétique des gaz On peut le présentater qualitativement par analogie, ou faire le calcul complet mais ce n'est pas l'objet de la leçon je pense. Dans un gaz parfaits l'interaction entre les particules provient essentiellement des chocs. En diffusion de température et de particules dans un gaz, un modèle purement cinétique met en jeu $\sqrt{<v^2>}$ la vitesse quadratique moyenne et ℓ le libre parcours moyen. Par analyse dimensionnelle, on arrive à un coefficient de diffusion $D = 1/3\sqrt{<v^2>}\ell$ avec un préfacteur géométrique dû à l'isotropie. C'est le même résultat en diffusion de quantité de mouvement.

Ordre de grandeur On obtient en ordre de grandeur pour l'air : $D \sim 2 \times 10^{-5} m^2/s$, ce qui est compatible avec la valeur tabulée de viscosité cinématique, de diffusivité thermique, coefficient de diffusion de FIck.

Commentaires

- Ce modèle est valable pour un gaz parfait, il devient notamment faux quand on est à de trop fortes pressions.
- On ne peut pas décrire les liquides de cette façon, car les interactions entre molécules ne peuvent pas être négligées. La dépendance en température est différente.

Dépendance en température pour les gaz Notamment les gaz parfaits, l'interaction entre les particules provient essentiellement des chocs. La diffusion de quantité de mouvement sera plus facile s'il y a plus de chocs. Or le libre parcours moyen dans un gaz étant fixé par sa densité, le nombre de chocs est proportionnel à la vitesse quadratique thermique moyenne. On a donc $\eta \propto \nu \propto u \propto \sqrt{T}$. Pour un gaz, la viscosité augmente avec la température.

Pour un liquide ✍ GHP, Landau. On prend un modèle de sphères dures, dans des cages, comme un écoulement granulaire. Le déplacement des particules se fait par saut thermique : les particules doivent franchir une barrière d'énergie ΔE. La barrière est abaissée lorsqu'on exerce une contrainte de cisaillemet. Avec une probabilité de saut qui suit une loi de type Arrhenius, on trouve une viscosité en $\eta = \eta_0 e^{\frac{\Delta g}{k_B T}}$ donc une viscosité qui diminue avec la Température. Penser au miel qui coule mieux quand il est chaud.

Bonus : fluide supercritique Apparemment, la viscosité diminue avec la température.

On a vu comment se manifestait la viscosité, il est temps de modifier l'équation d'Euler pour prendre en compte les effets visqueux

2 Dynamique d'un fluide visqueux

2.1 Equations de Navier-Stokes

✍ Comolet p.43, GHP p.134

Bilan des forces et équation de NS Si on refait un bilan des forces qui s'appliquent sur une particule de fluide incompressible dans un référentiel galiléen :

- forces volumiques extérieures : $\vec{f}$

- force volumique de pression : $-\vec{\nabla}P$
- forces volumiques de viscosité : $\eta\Delta\vec{v}$

On obtient donc :

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{\text{grad}})\vec{v}\right) = -\vec{\nabla}P + \eta\Delta\vec{v} + \vec{f} \tag{6}$$

C'est une des équations de Navier-Stokes, écrites pour un fluide newtonien, incompressible, dans un référentiel galiléen.

Interprétation des termes

- accélération locale dû au caractère non permanent du champ de vitesse
- accélération convective, non linéaire en la vitesse, qui traduit le caractère non uniforme du champ de vitesse
- gradient de pression, terme moteur
- le nouveau terme de diffusion de quantité de mouvement
- forces volumiques : gravité...

Décompte des variables et équations On a 5 variables $\vec{v}, P, \rho$ et 5 équations : 3 pour le PFD, la conservation de la masse et l'incompressibilité.

Conditions limite ✍ Poly Marc Rabaud. Comme toute équation aux dérivées partielles, il faut préciser les conditions limites.

Cinématique. Comme nous l'avons vu avec l'expérience introductive, le fluide visqueux semble s'accrocher à la paroi, c'est-à-dire que la vitesse tangentielle est continue aux interfaces comme l'est la vitesse normale. C'est différent d'un fluide parfait.

Dynamique La contrainte est aussi continue. *D'autres conditions aux limites s'imposent, comme la discontinuité de la contrainte normale (loi de Laplace) et la continuité de la contrainte tangentielle dans le cas d'un fluide newtonien à tension superficielle uniforme. cf. Rabaud.*

2.2 Nombres de Reynolds

✍ GHP p.135 (adimensionnement) et p.74 (interprétation) ou Sanz p316.

Adimensionnement de NS On cherche les équations adimensionnées de Navier-Stokes. On prend pour grandeurs adimensionnées [calcul sur diapo].

- $\tilde{\vec{v}} = \frac{\vec{v}}{U}$, U vitesse typique de l'écoulement
- $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} = \frac{x,y,z}{L}$ L longueur typique de l'écoulement : taille de l'obstacle, diamètre de la conduite
- $\tilde{t} = \frac{t}{\tau}$, et $\tau = \frac{L}{U}$
- $\tilde{P} = \frac{P}{P_{dyn}}$ et $P_{dyn} = \rho U^2$ est la pression dynamique (cf relation de Bernoulli), ordre de grandeur de la pression subie par le fluide autre que la pression hydrostatique.

On a donc :

$$\rho\left(\frac{U}{\tau}\frac{\partial\tilde{\vec{v}}}{\partial\tilde{t}} + \frac{U^2}{L}(\tilde{\vec{v}}.\tilde{\vec{\text{grad}}})\tilde{\vec{v}}\right) = -\frac{P_{dyn}}{L}\tilde{\vec{\nabla}}\tilde{P} + \eta\frac{U}{L^2}\tilde{\Delta}\tilde{\vec{v}} \tag{7}$$

$$\rho\left(\frac{U^2}{L}\frac{\partial\tilde{\vec{v}}}{\partial\tilde{t}} + \frac{U^2}{L}(\tilde{\vec{v}}.\tilde{\vec{\text{grad}}})\tilde{\vec{v}}\right) = -\rho\frac{U^2}{L}\tilde{\vec{\nabla}}\tilde{P} + \eta\frac{U}{L^2}\tilde{\Delta}\tilde{\vec{v}} \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial\tilde{\vec{v}}}{\partial\tilde{t}} + (\tilde{\vec{v}}.\tilde{\vec{\text{grad}}})\tilde{\vec{v}}\right) = -\tilde{\vec{\nabla}}\tilde{P} + \frac{\eta}{\rho U L}\tilde{\Delta}\tilde{\vec{v}} \tag{9}$$

On obtient un nombre sans dimension, le nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho U L}{\eta}$.

Principe de similitude Même Re, mêmes équations avec mêmes CI/CL, même solutions ! C'est ce qui permet d'utiliser des maquettes en soufflerie pour modéliser des ailes d'avions. Les écoulements seront les mêmes si les nombres de Reynolds sont les mêmes. *En fait, il faut que tous les autres nombres adimensionnés soient identiques, comme le nombre de Mach Ma, Péclet Pe, Nusselt Nu.*

Interprétation du nombre de Reynolds Le nombre de Reynolds compare les termes $Re = \frac{\|forced'advection\|}{\|forcedeviscosité\|} = \frac{\|\vec{v}.\vec{\nabla})\vec{v}\|}{\|\eta\Delta\vec{v}\|}$. On peut aussi le voir comme un rapport de temps caractéristiques : $Re = \frac{\tau_{diff} \frac{L^2}{\nu}}{\tau_{adv} = \frac{L}{U}} = \frac{UL}{\nu}$. Dans tous les cas, le nombre de Reynolds compare l'influence de l'inertie et de la viscosité.

- $Re \ll 1$ régime diffusif. La diffusion domine la convection. On peut négliger le terme non linéaire dans l'ENS. Les écoulements sont alors qualifiés de rampants.
- $Re \gg 1$ Régime inertiel. La convection domine la diffusion *sauf dans la couche limite.*

Régimes d'écoulements, selon Re
En pratique, on constate un changement de comportement des écoulements non pas pour $Re = 1$, sinon à partir d'un nombre de Reynolds critique Re_c >1, qui dépend de la géométrie du problème. **ODG:** $Re_c \sim 2000$ pour Poiseuille cylindrique.

Transition laminaire-tourbillon-turbulent
On peut montrer l'expérience de Reynolds https://www.youtube.com/watch?v=BBiR6FWmyv4 *ou unécoulement autour d'une sphère.*. Dans l'expérience de Reynolds (1833), on injecte du colorant de même densité que le fluide en écoulement. L'expérimentateur augmente le nombre de Reynolds en augmentant la vitesse d'injection. L'écoulement change de nature.

- $Re \ll Re_c$: Écoulement laminaire. Schématiquement, les couches de fluides coulent les unes sur les autres. Deux particules fluides voisines restent généralement voisines. Des lignes de courant sont identifiables.
- $Re \gg Re_c$ Écoulement turbulent. Le mouvement des particules fluides est chaotique, il n'est plus possible de suivre les lignes de courant.
- Re intermédiaire , on a d'abord apparition de tourbillons mais toujours laminaires. Ensuite on a apparition de turbulence localisée dans le sillage, avec un écoulement toujours laminaire autour.

Les valeurs critiques du nombre de Reynolds dépendant de la géométrie de l'écoulement. *On peut aussi avoir un écoulement à Re très élevé mais piloté par la viscosité : c'est le cas pour des géométries particulières (écoulement dits parallèles).*

Ordres de grandeur Donner un tableau, montrer des exemples, sur diaporama

Pour $Re \gg 1$, on a le terme de viscosité qui peut être négligé et on retrouve l'équation d'Euler. Cependant, on sait qu'il y a des frottements, même sur un avion.

2.3 Notion de couche limite

✍ GHP p.493
On peut sauter cette partie par manque de temps
Cadre On se place dans le cas des écoulements à $Re \gg 1$. En dessous, la notion de couche limite perd son sens (la couche limite s'étendrait à tout l'écoulement)
Nécessité d'une couche limite On a vu que la viscosité impliquait de nouvelles condition aux limites : la vitesse du fluide par rapport à une surface est nulle. Il existe donc une zone proche de l'objet où la vitesse est faible [schéma]

Estimation de l'épaisseur de la couche limite On a une diffusion de la quantité de mouvement sur une distance δ épaisseur de la couche limite : $\delta = \sqrt{\nu\tau}$ et τ est le temps caractéristique de convection par le fluide : $\tau = \frac{x}{U}$. On a donc finalement : $\delta = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$ et donc finalement :

$$\frac{\delta(x)}{x} = \sqrt{\frac{\nu}{Ux}} = \frac{1}{\sqrt{Re_x}} \tag{10}$$

Où on a introduit un nombre de Reynolds local. Une estimation de l'épaisseur est donc $\delta = \frac{L}{Re}$.

Ordres de grandeur ✍ Sanz p318. Pour une voiture (v=90 km/h, L=3m), $\delta \sim$ 1mm. Cela peut paraître négligeable mais la force de frottement que subit la voiture est liée à l'existence de la couche limite visqueuse. Pour un nageur, $\delta \sim$ 1mm. Pour des microorganismes unicellulaire (v=30μm/s, L=100μm), $\delta \sim$ 1mm, c'est plus grand que la taille du microorganisme : cela se traduit par des techniques de nage différentes : ils utilisent des flagelles.

Traînée Cette couche limite permet de faire la liaison entre le régime à haut Reynolds et la paroi. Elle explique que même pour des écoulements à haute vitesse, les objets produisent une traînée. *Décollement de couche limite ?*

Compléments théoriques Pour un modèle plus fin, théorie de Prandtl, équation de Blasius...

3 Ecoulement de Couette

3.1 Equation de Stokes

C'est en bonus, on peut sauter cette partie

Propriétés L'équation de Stokes est linéaire, réversible, puisque la dérivée temporelle, traditionnellement présente en diffusion, est absente.

Réversibilité cinématique ✍ Super poly! Si l'écoulement du fluide est créée par le mouvement de parois solides, lorsqu'on inverse le mouvement des parois, les particules de fluide reprennent exactement les mêmes trajectoires, mais en sens inverse. Cette réversibilité peut également être comprise comme une diffusion "instantanée" de la quantité de mouvement à travers tout l'écoulement : la présence de parois solides influence l'écoulement par la condition de non glissement sur les parois. Lorsque les effets visqueux sont totalement prépondérants, c'est la diffusion de la quantité de mouvement par la viscosité qui "véhicule" cette information. *Si $\vec{u}$ est solution $-\vec{u}$ aussi en inversant les CL. La symétrie de l'obstacle se traduit dans la symétrie des lignes de courant.* Cela a un effet également conséquent sur le déplacement de micro organismes, un mouvement type "nageoire" ne fonctionnant pas à bas nombre de Reynolds. C'est pour cela que les bactéries ont des flagelles type "tire-bouchons" et non type "hélice de bateau"

Compatibilité entre diffusion irréversible et réversibilité cinématique La diffusion irréversible et réversibilité cinématique sont différentes. Quand on parle d'irréversibilité de la diffusion, on parle de renversement du temps $t \to -t$, lié à l'ordre impair des dérivées temporelles, alors que la réversibilité cinématique, c'est changer $\vec{u} \to -\vec{u}$, ce qui n'exploite que la linéarité de l'équation aux dérivées partielles.

Expérience de Stokes
Faire tourner la manivelle dans un sens puis l'autre !

3.2 Ecoulement de Couette plan

✍ Sanz PC édition 2019 (en capture) p358, ✍ GHP p.175 ✍ Etienne Thibierge

.

Cadre On reprend le schéma

Hypothèses

- On considère un écoulement parallèle. L'accélération convective est géométriquement nulle. *Même si vgradv=0, le nombre de Reynolds n'est pas nul, il faut utiliser la définition avec les grandeurs caractéristiques.*
- Invariance par translation selon z.
- On suppose qu'aucun gradient de pression n'est appliqué extérieurement.

Il faudra calculer le Re à la fin pour voir si l'écoulement parallèle reste stable.

Résolution ✍ Sanz p357
Avec les hypothèses, l'équation de Navier-Stokes se réduit à

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, p + \mu\vec{g} + \eta\Delta\vec{v} = 0$$

En projetant sur Ox et Oy, on obtient

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{d^2 v}{dy^2} = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} - \mu g = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

On commence par déterminer le champ de pression en intégrant la seconde équation : $p(x, y) = -\mu g y + f(x)$ (la constante d'intégration est a priori une fonction de x). On determine la constante d'intégration en exprimant la condition aux limites dynamique en $y = 0$ où l'invariance par translation du système étudié selon (Ox) permet d'affirmer que la pression en $y = 0$ est indépendante de x On a donc $f(x) = p(y = 0)$ et donc :

$$p(y) = p(y = 0) - \mu g y$$

On déduit de ce résultat que le gradient de pression selon Ox est nul de sorte que la projection de l'équation de Navier-Stokes selon Ox conduit à

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = 0$$

La solution recherchée est donc de la forme générale :

$$v(y) = Ay + B$$

. On détermine les constantes A et B en explicitant les conditions aux limites cinématiques en $y = 0$ et $y = h$. Comme le fluide étudié est visqueux on doit écrire la condition d'adhérence du fluide aux surfaces solides :

$$\begin{aligned} \vec{v}(y = 0) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \quad B = 0 \\ \vec{v}(y = h) = \vec{U} \Rightarrow U = Ah \text{ soit } : A = \tfrac{U}{h} \end{aligned}$$

Le champ de vitesse est : $\vec{v}(y) = U \frac{y}{h} \vec{u}_x$. Ce champ de vitesse dépend de la vilesse de la plaque, mais pas de la viscosité du fluide. Néanmoins, c'est celle-ci qui est responsable en mouvement de tout le fluide. De plus, la pesanteur crée simplement un gradient de pression hydrostatique vertical, mais n'influence pas l'écoulement.

Bilan de puissance ✍ Etienne Thibierge. L'objectif est de montrer dans le cas de l'écoulement de Couette plan que la puissance exercée par l'opérateur extérieur sur la plaque supérieure n'est pas transmise par le fluide à la plaque inférieure. On montre ainsi le caractère dissipatif de la viscosité.

On note Σ la surface de la plaque. On reprend le schéma de l'écoulement de Couette. Dans le fluide, la résolution de l'équation de Navier-Stokes conduit au champ de vitesse :

$$\vec{v}(z) = \frac{v_0}{h} z \vec{e}_x$$

Force et puissance exercées par le fluide sur la plaque inférieure immobile ($z = 0$)

$$\vec{F} = \eta \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{z=0} \Sigma \vec{e}_x = \eta \frac{v_0}{h} \Sigma \vec{e}_x \quad \Rightarrow \quad \mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}(0) = 0$$

Force exercée par le fluide sur la plaque supérieure ($z = h$)

$$\vec{F'} = -\eta \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{z=h} \Sigma \vec{e}_x = -\eta \frac{v_0}{h} \Sigma \vec{e}_x$$

On en déduit la force $\vec{F}_{\text{op}}$ exercée par l'opérateur sur la plaque pour la maintenir en mouvement de translation rectiligne et uniforme : $\vec{F}_{\text{op}} = -\vec{F'}$. Ainsi la puissance fournie par l'opérateur s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{op}} = \vec{F}_{\text{op}} \cdot \vec{v}_0 = \eta \frac{v_0^2}{h} \Sigma > 0$$

Conclusion : le fluide n'a pas transmis à la plaque inférieure la puissance fournie par l'opérateur. Il y a eu dissipation d'énergie par viscosité.

Longueur d'établissement de l'écoulement de Couette On raisonne en terme d'établissement d'une couche limite. Raisonner avec les ordres de grandeur (cf. fiche).

Vérification du nombre de Reynolds Il faut absolument faire un calcul de Reynolds a posteriori pour vérifier que l'écoulement est stationnaire. Dans les cas contraire, toutes les hypothèses de symétrie et de vitesse parallèle au tube sont fausses.

3.3 Application : viscosimètre de Couette

✍ Sanz 2019 p358 version simplifiée, GHP pour le calcul sans approximation.

Viscosimètre de Couette Le viscosimètre de Couette sert à mesurer la viscosité dynamique d'un fluide. Le fluide est inséré entre deux cylindres coaxiaux, de hauteur L Le fluide occure le volume compris entre les deux rayons R_1 et $R_2 > R_1$. Le cylindre intérieur est entraîné à une vitesse de rotation $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$. On montre un schéma, sur diaporama ou sur tableau.

Hypothèses

- écoukement stationnaire
- $R_2 - R_1 \ll R_2$ approximation locale plane. On peut se ramener à l'étude précédente.
- On suppose qu'aucun gradient de pression n'est appliqué extérieurement.
- On suppose que la forme des champs est celui qui est observé aux faibles vitesses

Forme de l'écoulement Par analogie avec l'écoulement de Couette plan,on peut écrire que $\vec{v}(M,t) = v(r)\vec{u}_\theta$, avec $v(r) = Ar + B$. Les conditions aux limites cinématiques, à savoir $v\,(r = R_1) = R_1\omega$ et $v(r = R_2) = 0$ donnent un champ de vitesse :

$$\vec{v}(M,t) = R_1\omega \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1}\vec{u}_\theta.$$

Calcul du moment exercé sur le cylindre central La force que le liquide visqueux exerce sur une surface $dS = LR_1 \mathrm{d}\theta$ du cylindre intérieur s'écrit :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F_v} = \eta \frac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}\mathrm{d}S\vec{u}_\theta = -\eta\omega \frac{R_1}{R_2 - R_1}\mathrm{d}S\vec{u}_\theta$$

Le moment de cette force par rapport à l'axe (Oz) s'en déduit :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}M_v} = \overrightarrow{HM} \wedge \overrightarrow{\mathrm{d}F_v} = -\eta\omega \frac{R_1^2}{R_2 - R_1}\mathrm{d}S\vec{u}_z$$

soit :

$$\overrightarrow{\mathrm{d}M_v} = -\eta\omega \frac{R_1^3}{R_2 - R_1}L\mathrm{d}\theta\vec{u}_z.$$

Par intégration par rapport à θ, on détermine le moment total exercé par les forces de viscosité sur le cylindre intérieur :

$$\vec{\mathcal{M}}_v = -\frac{2\pi\eta L R_1^3}{R_2 - R_1}\vec{\omega}$$

On constate que ce moment est opposé a la vitesse de rotation ω. C'est le "moment résistant dû à des frottements fluides". Si le cylindre intérieur est entrainé autour de l'axe (Oz) à vitesse constante, alors son moment cinétique ne varie pas. L'opérateur doit donc exercer un moment opposé à celui des forces de viscosité. C'est en mesurant le moment exercé par les forces de viscosité qu'on détermine la viscosité dynamique η.

Limites de la mesure, choix de paramètres Il faut chosiir un entrefer petit mais constant pour optimiser la mesure. Des instabilités peuvent apparaître a forte vitesse et le domaine de taux de cisaillement accessible est limité. Par ailleurs, on a aussi des effets parasites sur le fond horizontal des cylindres, ce qui explique le choix d'une forme conique pour le bas du cylindre intérieur. Enfin, il n'est pas toujours facile d'obtenir un entrefer bien constant, surtout s'il est très faible. **ODG:** $R \sim$qq cm. $R_2 - R_1 \sim 0.1$ à qq mm.

Bonus : calcul sans approximation ✍ Marc Rabaud. Cherchons maintenant l'écoulement axisymétrique purement azimutal existant entre deux cylindres coaxiaux ($\vec{v} = v_\theta(r)\vec{e}_\theta$). La projection de Navier-Stokes sur la direction orthoradiale nous conduit à l'équation $\eta\vec{\nabla}^2\vec{v}\cdot\vec{e}_\theta = 0$. On trouve alors :

$$v_\theta = Ar + \frac{B}{r}$$

Les valeurs de A et B sont données par les conditions aux limites cinématiques aux parois en $r = R_1$ et $r = R_2$

$$A = \frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{et} \quad B = (\Omega_1 - \Omega_2)\,\frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

Mesure du moment L'équation confirme la possibilité d'une mesure du coefficient de viscosité à partir de la mesure du couple résistant exerce par le fluide sur 1'un des deux cylindres lorsqu'on leur impose une rotation relative.

Avec certains appareils d'ailleurs, on impose un couple sur un des cylindres, et on mesure la rotation résultante. *On mesure de moment avec une jauge de contrainte*

Bonus : solution exacte ? On a trouvé une solution exacte de NS (incompressible). Mais à haut Re, c'est instable.

Discussion En régime stationnaire, la contrainte de cisaillement varie en $1/r^2$ avec la distance à l'axe de rotation. Ce résultat exprime l'équilibre des couples des forces entre les différentes couches de fluide, et reste vérifié pour des fluides non newtoniens. La relation déformation-contrainte ne peut donc être déterminée directement pour de tels fluides que si la contrainte peut être considérée comme constante dans le volume de mesure, et donc si l'intervalle entre cylindres est très petit devant leur rayon moyen.

Instabilité de Taylor-Couette A haute vitesse, il se développe des instabilités, notamment l'instabilité de Taylor-Couette.

Lorsque la vitesse de rotation augmente, les effets de la force centrifuge surpassent la viscosité et une première instabilité se produit. Celle-ci consiste en l'apparition de rouleaux dans l'écoulement qui sont des tourbillons toroïdaux, aussi appelés rouleaux de Taylor. Ce nouvel écoulement est l'écoulement de Taylor-Couette. Il est stable jusqu'à la prochaine instabilité.

Une deuxième instabilité apparaît quand la vitesse de rotation, et de fait le nombre de Reynolds, continue à augmenter. Les rouleaux, jusqu'alors stationnaires, se mettent à osciller périodiquement. Ce régime est qualifié de rouleaux de Taylor oscillants (ou Wavy Vortex Flow en anglais). Ceci diminue encore la symétrie de l'écoulement.

Si le nombre de Reynolds continue à augmenter, l'écoulement passe par plusieurs instabilités successives avant de devenir turbulent.

Jusqu'aux Années 1970, on a cru que la transition vers la turbulence passait par une séquence infinie d'instabilités successives. Harry Swinney et Jerry Gollub ont montré à travers des expériences réalisées à l'Université de Princetown en 1975 que la transition se fait en un nombre fini d'étapes.

Alternatives

3.4 Ecoulement de Poiseuille

✍ GHP p.162 et Fermigier p.14

- Résolution de poiseuille cylindrique
- Viscosimètre d'Oseen + manip
- Vaisseaux sanguins.

Conclusion

La viscosité a ainsi tendance à s'opposer au mouvement des objets, qui se déplacent dans un fluide. Ainsi la force de traînée exercée sur une voiture ou un avion sera de plus en plus importante avec la vitesse et l'énergie nécessaire à leur déplacement devra augmenter. Pour minimiser cette énergie et donc économiser le carburant, on cherche ainsi en fabriquant des modèles en soufflerie à trouver à des profils aérodynamiques qui minimisent la force de traînée.

Ouverture Mais, elle peut être à l'origine du mouvement : string shoooooooter ! Ouverture alternative : fluides non newtoniens.

Compléments/Questions

✍ Fiche manuscrite, fiche surlignée de Montrouge.

Crise de traînée AU delà du Re critique, en augmentant Re, il y a une crise de traînée : le sillage turbulent diminue, l'énergie dissipée dans le sillage diminue, la traînée diminue. Application à la balle de golf à la surface non-lisse pour provoquer la crise de traînée à plus faible Re. Chute de portance d'une aile avec l'inclinaison.

Dissipation de l'énergie On peut montrer que le le terme visqueux dissipe de l'énergie. Cela se traduit par un échauffement du fluide

Fluides non newtoniens ✍ GHP. La relation (contrainte,taux de cisaillement) n'est plus linéaire et peut, de plus, dépendre de l'histoire de l'écoulement. Souvent, ces propriétes viennent de la présence dans le fluide d'objets de grande taille par rapport a l'échelle atomique (tout en restant très petits par rapport a la dimension globale de l'écoulement) : ce sont des macromolécules dans les solutions de polymères, ou des particules dans les suspensions, ou encore des gouttelettes dans les émulsions. Ces fluides sont très répandus tant dans la nature (neige, boue, sang, crème ...) que dans la vie courante (peinture, mousse a raser, mayonnaise, yaourt) ou l'industrie (ciment ...). L'étude de la réponse des fluides à une contrainte imposée est la rhéologie.

Pour la classification, il faut avoir un graphe (contrainte, taux de cisaillement) en tête !

- rhéofluidifiants : la viscosité diminue avec la contrainte appliquée (shampooing). De nombreuses solutions de polymères présentent ce type de comportement qui peut être attribué a des macromolecules entremêlées qui se séparent progressivement et s'alignent dans les écoulements. Dans d'autres cas, il provient de la disparition des structures qui sont formées par suite de l'attraction entre particules solides.

- rhéoépaissisants : la viscosité augmente avec la contrainte, Le sable mouillé en est un exemple : à faible vitesse, les grains glissent les uns par rapport aux autres en étant lubrifies par l'eau ; sous forte contrainte, ils viennent frotter et s'arc-bouter les uns centre les autres. Certains solutions de polymères présentent également ce comportement : quand les macromolecules sont initialement enroulées sur elles-mêmes, les contraintes associées a l'écoulementt peuvent les dérouler en longues chaînes, ce qui augmente la viscosité.

- les fluides à seuil, ou fluides plastiques : pas d'écoulement tant que la contrainte ne dépasse pas un certain seuil, (ketchup, crème, dentifrice, peinture, ciment frais). Au seuil de mise en mouvement, il y a un écoulement bouchon. On peut interpréter ces comportements par la destruction des structures tridimensionnelles internes du fluide qui se forment au repos.

- thixotropes : la viscosité diminue au cours du temps à contrainte constante (sorte d'effet de seuil, temps de relaxation pour un retour à une viscosité initiale), concentré de tomate qu'il faut secouer avant de verser). **Nombre de Deborah** De=temps de relaxation/temps de variation de la contrainte (*Les montagnes coulèrent devant le Seigneur*, qui observe sur un temps infini). Pour les polymères, la thixotropie reflète sou vent, a l'echelle microscopique, le désenchevêtrement d'amas de macromolécules. Pour les suspensions, on peut avoir destruction d'édifices de particules dont la formation est due a l'existence de forces d'attraction électrostatiques ou de forces de Van der Waals.

- Les fluides antithixotropes, ou rhéopexes : la viscosité augmente au cours du temps.

- La viscoélasticite correspond a un comportement intermédiaire entre celui d'un solide élastique (déformation proportionnelle a la contrainte et reliée a celle-ci par les coefficients d'elasticite) et celui d'un liquide (taux de déformation croissant avec la contrainte). Un exemple particulièrement spectaculaire de tels fluides est fourni par des boules de certaines pâtes silicone qui rebondissent élastiquement sur le sol comme des solides mais s'étalent comme des liquides quand on les laisse posées assez longtemps sur un plan. Quand la vitesse de variation des contraintes est très élevée (comme dans le cas d'un impact), la structure interne de la substance n'a pas le temps de se réarranger pour s'adapter, et le matériau réagit comme un solide élastique ; il réagit au contraire comme un fluide et finit par s'étaler sous 1'effet d'une contrainte constante dans le temps quand la vitesse de variation des contraintes est faible. On peut faire une analogie électrique ou mécanique ressort/amortisseur.

Viscosimètres

- Viscosimètre à bille.

- Mesure de débit à travers un tube sous une différence de pression donnée. L'écoulement étant lent, on n'a accès qu'à la viscosité à taux de cisaillement faible ; en particulier, on ne peut pas déterminer la dépendance entre viscosité et taux de cisaillement.

Rhéomètres Les viscosimetres de laboratoire utilisent des geometries ou le taux de cisaillement est le mieux connu et le plus constant possible dans le volume de mesure. Deux géométries sont courantes.

- viscosimètre de Couette à cylindres coaxiaux. Le fluide est placé entre deux cylindres concentriques dont un seul est en mouvement. Dans les appareils les plus simples (dits à **cisaillement imposé**), on mesure le couple sur un des cylindres, après avoir impose la vitesse de rotation de l'autre. Dans d'autres cas, on impose le couple, et on mesure la vitesse de rotation ainsi obtenue. Cette dernière configuration (dite à **contrainte imposée**) permet la détermination des seuils de contrainte des fluides a seuil. Le taux de cisaillement est à peu près constant si l'intervalle entre les deux cylindres est faible devant leur rayon [calcul].

  Limites Des instabilités peuvent apparaître a forte vitesse et le domaine de taux de cisaillement accessible est limité. Par ailleurs, on a aussi des effets parasites sur le fond horizontal des cylindres, ce qui explique le choix d'une forme conique pour le bas du cylindre intérieur. Enfin, il n'est pas toujours facile d'obtenir un entrefer bien constant, surtout s'il est très faible. **ODG:** $R \sim$qq cm. $R_2 - R_1 \sim 0.1$ à qq mm.

- Le rheometre cône-plan nécessite peu de liquide et est souvent plus facile d'emploi. **ODG:** angle faible 4 degrés. On fait tourner le cône superieur en laissant le plan inférieur fixe ou l'inverse : le taux de cisaillement est presque constant, sauf près de la pointe (légèrement tronquée) si le sommet du cône coincide parfaitement avec le plan inférieur.

Ecoulement de Poiseuille, circulation du sang En régime permanent, $\Delta P = R_{hydro} D_v$ où $R_{hydro} \propto R^4$.

S'il permet qualitativement d'analyser l'impact d'un rétrécissement (sténose congénitale et/ou due à un caillot, au cholestérol etc.) ou d'un élargissement, le modèle est rudimentaire et ne prend pas en compte de nombreux paramètres : influence de la gravité, régime variable (battements du cœur), parois des vaisseaux non rigides, caractère non newtonien du sang (la viscosité du sang dépend du diamètre des vaisseaux dans lequel il circule, car les hématies présentes vont tendre à s'aligner dans un fin conduit, ce qui fluidifie le sang), régime quasi turbulent dans les plus gros vaisseaux etc.

Aujourd'hui, on étudie les problèmes de circulation sanguine (et d'une manière générale un nombre considérable de problèmes de méca flu) sur ordinateur via des modélisations car l'équation de Navier Stokes n'est pas solvable analytiquement compte-tenu de tous ces paramètres complexes.

Pour obtenir un débit volumique non nul avec un fluide visqueux, il faut exercer une différence de pression d'autant plus grande que le fluide est visqueux. On s'en rend compte dans la vie quotidienne : il faut fournir une grande différence de pression (obtenue en comprimant les poumons) pour se moucher (la morve étant un fluide plutôt visqueux...).

Ecoulements oscillants dans un fluide visqueux Si on force la surface, on verra un effet de peau, caractristique des équations de diffusion. Application en géophysique : les ondes de cisaillement ne se propagent pas à travers le noyau terrestre central dont la partie péripherique (à des distances du centre allant de 2 800 a 5 100 km) est liquide.

Cellule de Hele Shaw ✍ BUP, GHP Une cellule de Hele-Shaw consiste en deux plaques de verre très rapprochées l'une de l'autre entre lesquelles on injecte un ou plusieurs fluides. Ce système est utilisé comme modèle bidimensionnel d'un milieu poreux. La faible épaisseur permet d'atteindre des Re très bas. Paradoxe apparent de la cellule de Hele-Shaw qui permet de visualiser des écoulement bidimensionnels parfaits irrotationnels autour d'obstacles alors qu'il s'agit d'écoulement rampant visqueux à bas nombre de Reynolds ? Il s'agit d'un écoulement visqueux entre deux plans parallèles voisins. On montre que la vitesse dans un plan parallèle est proportionnelle au gradient de pression ; ce champ peut alors être considéré comme les composantes d'un écoulement irrotationnel incompressible à deux dimensions. Il s'agit d'une analogie mathématique entre deux modèles ! Près des cales, on a une condition aux limites de vitesse nulle mais son influence se limitera à une distance de l'ordre de a par rapport à sa surface.

Passage

Plan

Questions

- Définition d'un fluide newtonien ? Relation contrainte et taux de déformation linéaire, instantanée.
- Qu'est-ce qu'un superfluide ? Le superfluide a une conductivité thermique infinie et la présence de tourbillons possédant une vorticité quantifiée. Du point de vue théorique, on peut décrire l'hydrodynamique d'un superfluide par un modèle à deux fluides : le fluide normal qui possède une viscosité non nulle et le superfluide de viscosité nulle. Lorsque la température diminue, la fraction superfluide augmente et la fraction normale diminue. En dessous du point λ, l'hélium superfluide acquiert la qualité de supraconducteur de chaleur, c'est-à-dire qu'il ne supporte pas la moindre différence de température entre deux de ses parties.
- Comment expliquer simplement la viscosité ? Résistance à l'écoulement.
- D'autres fluides que les huiles moteurs qui ont des viscosités proches ? Des fluides avec de très grandes viscosité ? Manteau terrestre, bitume (goutte de poix, tombe tous les 10 ans), écoulements dans les glaciers.
- Longueur d'établissement de l'écoulement de Poiseuille/Couette ? ODG de couche limite ? 1 mm sur une voiture.
- Notion de diffusion de quantité de mouvement : dans couette plan, les couches horizontales se mettent en mouvement les unes après les autres.
- Citer d'autres nombres adimensionnés.
- Expliquer des rhéomètres, des viscosimètres.
- Application de l'écoulement de Poiseuille en biologie ? Vaisseaux sanguins, sève dans les arbres.
- Comment fonctionne un rhéomètre ?

- Comment s'écrit l'équation de Navier-Stokes pour un fluide compressible ? (ajout d'un terme $(\xi+\eta)\text{grad}(\text{div}(\vec{u}))$ avec ξ la viscosité de volume.
- A grand Reynolds, le terme visqueux est négligeable, pourquoi y-a-t-il toujours dissipation ? C'est la turbulence qui dissipe, par cascade d'énergie vers les petites échelles.
- Est-ce que les forces de viscosité sont uniquement des forces de cisaillement ? Non, cf la forme 3D avec le laplacien qui inclue des composantes normales. Cela s'illustre notamment dans l'existence de chainette de fluide (par exemple avec du miel).
- Comment montrer expérimentalement et simplement le transfert de quantité de mouvement par viscosité ? On dépose du colorant au milieu d'un écoulement de Couette plan laminaire et on le verra se mettre en mouvement quelques temps après qu'on ait commencé à faire bouger la plaque supérieure.
- Définition des différents types de fluides non newtoniens ? Exemples ?
- On a fait notre étude en supposant notre fluide incompressible. Qu'est-ce que l'utilisation d'un fluide compressible change ? D'autres termes de viscosité apparaissent (seconde viscosité, viscosité d'élongation...)
- La classique "est-ce qu'un fluide parfait est un fluide réel dans la limite η ? Non c'est une limite singulière car les conditions limites sont différentes.
- Comment en pratique se mesure la viscosité ?
- Qu'est-ce qu'un rhéomètre ? Comment ça fonctionne ?
- Quelle différence entre fluide et écoulement incompressible ?
- Qu'est-ce que la loi de Darcy ? Décrit les écoulements dans les milieux poreux. Vu en BCPST. Peut par ailleurs être traité ici.
- Existe-t-il une viscosité autre que celle pour les écoulements incompressibles ? Quel est son nom ? Seconde viscosité ou viscosité de volume.
- Démontrez la relation div(v) = 0 pour un écoulement incompressible ? Avec le théorème de transport sur une masse de fluide en mouvement ou plus simplement l'incompressibilité se traduit par $D\rho/Dt = 0$ et on utilise la conservation de la masse.
- Dépendance de la viscosité avec la pression pour les gaz ? Il faut regarder la vitesse quadratique moyenne.
- Notion de couche limite, comment trouve-t-on l'expression de sa dimension caractéristique ?
- Vous avez parlé d'écoulement incompressible, qu'en est-il de l'air ?Fluide compressible donc ondes acoustiques mais écoulement généralement compressible.
- Si dans l'écoulement de Poiseuille on a un fluide pesant, que se passe- t-il ?
- Soit un cycliste se déplaçant à 10 m/s dans l'air ou un nageur se déplaçant à 1m/s dans l'eau ; le Reynolds vaut 10^6 typiquement donc la viscosité peut être négligée ; pourquoi est-ce fatiguant ? Dissipation turbulente, couche limite visqueuse.
- Si v grad v = 0 pour un écoulement parallèle, le nombre de Reynolds n'est pas nul, il faut utiliser la définition avec les grandeurs caractéristiques.
- Forme générale de Navier-Stokes, sans incompressibilité ?
- Pourquoi parle t-on de viscosité dynamique ou cinématique ?
- Pourquoi des chercheurs utilisent des cellules de Helle-Shaw pour simuler un fluide de viscosité égale à 0 ?
- Est ce qu'il existe un fluide parfait ? Que se passe-t-il si l'on met du Hélium superfluide dans un cylindre et que l'on tourne le cylindre ? Ca tourne quand même (partie normale du superfluide).
- Comment varie, en fonction du temps, la vitesse d'un verre lancé sur une surface mouillée (se donner les éléments pertinents pour décrire l'expérience) ? Quelle distance parcourt-il ?
- Expliquer le rôle des alvéoles d'une balle de golf, des poils d'une balle de tennis.

- A la question : est-il plus difficile de se déplacer dans l'eau que dans l'air ? La réponse est un effet dit de masse ajoutée : pour se déplacer, il faut déplacer également du fluide. Cela de- mande plus d'énergie de déplacer une masse d'eau, 1000 fois plus lourdes qu'une masse d'air.
- Comment varie la viscosité en fonction de la température dans un fluide supercritique ? Il faut googler. Globalement ça diminue.
- Comment jouer sur les paramètres du viscosimètre de Couette pour augmenter la sensibilité ? Comment on définit un écoulement turbulent ? Pour modéliser un bateau, quel terme faut-il ajouter dans l'équation de Navier-Stokes ? Est-ce que ça crée un nouveau nombre caractéristique ou Re est suffisant ?

Commentaires

- Viscosité : simplement, résistance au cisaillement.
- On parle d'écoulement incompressible et et de fluide incompressible. L'air est compressible mais peut subir des écoulements incompressibles.
- Hypothèses quand on écrit Navier-Stokes : incompressible, fluide newtonien, référentiel galiléens. viscosité