

LP00 – Titre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✦ *Le nom du livre, l'auteur*¹

→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

Prérequis

➤ prérequis

Expériences

✦ Biréfringence du quartz

Table des matières

1	Modèle de l'écoulement parfait	3
1.1	Fluide parfait et écoulement parfait	3
1.2	Domaines de validité de l'écoulement parfait	4
1.3	Application de l'équation d'Euler : l'effet Coandă	5
2	Le théorème de Bernoulli	6
2.1	Enoncé du théorème	6
2.2	Interprétation énergétique du théorème de Bernoulli	7
2.3	Application du théorème de Bernoulli : l'effet Venturi	8
3	Écoulement parfait autour d'un cylindre en rotation	9
3.1	Effet Magnus (1853)	9
3.2	Force de Magnus	10

Démonstration énergétique voir version dunod (ou autre)

Préparation

Biblio : GHP, dunod, jolidon, Rieutord, Chassaing GHP, dunod, jolidon, Rieutord, Chassaing (très clair sur les explications des concepts subtils), [Vincent et Benjamin, plan et questions](#)

Complément : Lire page 228 : "Mécanique des fluides - Elements d'un premier parcours" de Patrick Chassaing (livre bleu) où ces questions et toutes celles qui vont avec (paradoxe de d'Alembert, l'effet magnus etc) sont traitées rigoureusement (pages 220-235 et alentour).

Préparation : préparer les calculs de Magnus sur transparent si le temps manque.

Plan : on peut sauter l'interprétation énergétique, qui n'est pas cruciale.

Questions : équation pour la vorticité, NS en rotation, vase de mariotte, perte de charge

Questions viscosité : écoulement de Poiseuille, fluides non newtoniens, NS compressible, force de traînée, C_x en fonction de Re , crise de la traînée, terme en $1/3\eta' \text{grad}(\text{div}\vec{v})$, cellule Hele-Shaw, approximation de lubrification, NS en rotation, historique sur Navier, effet de la gravité, profil de pression.

Introduction

Equations de Navier Stokes, version compressible Les équations de Navier-Stokes sont les équations décrivant la dynamique d'un fluide newtonien. En considérant des fluides incompressibles, elles se simplifient une première fois mais restent encore difficiles à résoudre analytiquement, notamment en raison du terme non-linéaire. On projette l'équation de Navier-Stokes ou on l'écrit au tableau, pour des fluides newtoniens, un écoulement incompressible, dans un référentiel galiléen On rappelle les équations de Navier-Stokes pour des fluides newtoniens, un écoulement incompressible, dans un référentiel galiléen, en notant \vec{f}_v les forces volumiques extérieures (ex : gravité) :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad}P + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{f}_v, \quad (1)$$

Interprétation des termes On rappelle rapidement le rôle de chaque terme

- accélération locale dû au caractère non permanent du champ de vitesse
- accélération convective, non linéaire en la vitesse, qui traduit le caractère non uniforme du champ de vitesse
- gradient de pression, terme moteur
- le terme de viscosité ou de diffusion de quantité de mouvement
- forces volumiques : gravité...

Objectif Le but de cette leçon est de montrer comment les équations de Navier-Stokes peuvent être à nouveau simplifiées en utilisant une hypothèse sur la viscosité du fluide et l'écoulement. La résolution des équations pour des écoulements simples nous permettra alors d'expliquer de nombreux phénomènes physiques visibles dans la vie de tous les jours.

1 Modèle de l'écoulement parfait

1.1 Fluide parfait et écoulement parfait

Fluide parfait Un fluide parfait est un fluide pour lequel la viscosité dynamique η (en Pa.s ou Poiseuille) est strictement nulle. *Il faut aussi que la viscosité de volume et la conductivité thermique soient nulles. Un fluide parfait est complètement caractérisé par sa densité au repos ρ_m et sa pression isotrope p .* L'hypothèse de fluide parfait est une hypothèse très forte car elle implique que l'écoulement du fluide se fait sans aucune dissipation. En réalité, seuls les superfluides (ex : Hélium 3 et 4 à moins de 3K) vérifient cette hypothèse. *A noter que même l'Hélium superfluide est bien décrit avec un modèle à deux fluides, l'un normal avec une viscosité et l'autre sans viscosité. Donc on peut dire qu'un fluide parfait n'existe pas ?* Ce régime n'est pas atteignable dans des conditions normales de température et de pression. Nous allons donc nous restreindre à une autre hypothèse, celle de l'écoulement parfait. *On a aussi $\lambda_{th} = 0$ et l'écoulement isentropique..* Attention, un gaz parfait est visqueux, donc n'est pas un fluide parfait.

Écoulement parfait, équation d'Euler Un écoulement parfait est un écoulement pour lequel les forces visqueuses sont considérées comme négligeables devant les autres termes des équations de Navier-Stokes, et plus particulièrement le terme de convection. On rappelle les équations de Navier-Stokes pour des fluides newtoniens, un écoulement incompressible, dans un référentiel galiléen, en notant \vec{f}_v les forces volumiques extérieures (ex : gravité), on obtient :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad}P + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{f}_v, \quad (2)$$

L'hypothèse de l'écoulement parfait est de négliger le terme en $\eta \Delta \vec{v}$ devant le terme en $\rho (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$, ce qui donne l'équation d'Euler, établie en 1755 :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad}P + \rho \vec{f}_v, \quad (3)$$

Commentaires

- Cette équation est également valable pour des fluides compressibles : puisque nous négligeons les effets visqueux, les deux termes impliquant la viscosité dans les équations de Navier-Stokes pour des fluides compressibles sont supprimés et on retrouve la même équation.

- Les écoulements parfaits sont réversibles en temps. En effet la transformation de $\vec{v}(x, y, z)$ en $-\vec{v}(x, y, z)$ et de t en $-t$ laisse l'équation d'Euler invariante. En effet, négliger les effets visqueux (*et la diffusion thermique*) enlève le terme en $\Delta\vec{v}$ et entraîne la suppression de l'irréversibilité de l'écoulement. *L'écoulement est isentropique. Démonstration en complément.*

Conditions limites Qui dit équations aux dérivées partielles, dit nécessité de spécifier des conditions aux limites. Alors que pour une fluide visqueux et une interface avec un solide, la condition est celle de non-glissement, elle est moins contraignante pour un écoulement parfait et se réduit à la non-pénétration du fluide dans le solide, qui se traduit par :

$$v_{\text{fluide}} \cdot \vec{n} = v_{\text{solide}} \cdot \vec{n}, \quad (4)$$

où \vec{n} désigne le vecteur normal à l'interface fluide-solide [On fait un schéma.](#)

↓ Nous avons ici réussi à déduire des équations de Navier-Stokes l'équation de Stokes, plus simple à manipuler bien qu'encore non-linéaire. Pour autant, l'hypothèse de l'écoulement parfait n'est pas vérifiée à tout endroit de l'espace et demande de s'intéresser plus précisément aux conditions de validité du modèle.

1.2 Domaines de validité de l'écoulement parfait

Nombre de Reynolds Pour vérifier si le terme visqueux est bien négligeable devant le terme de convection, il est intéressant d'introduire le **nombre de Reynolds** Re qui compare la contribution du terme convectif au terme diffusif. En posant U la vitesse caractéristique et L la longueur caractéristique de l'écoulement, on trouve :

$$Re = \frac{\text{convectif}}{\text{diffusif}} = \frac{\rho \frac{U^2}{L}}{\eta \frac{U}{L^2}} = \frac{\rho UL}{\eta} = \frac{UL}{\nu}, \quad (5)$$

où $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ est la viscosité cinématique du fluide (en $m^2 \cdot s^{-1}$, analogue à un coefficient de diffusion). Pour que l'équation d'Euler soit valable, il faut donc que $Re \gg 1$.

Bonus : écoulements turbulents L'écoulement parfait peut être compatible avec la turbulence, aux échelles intégrales et inertielles. Mais cela ne reste valide que dans les zones de turbulence où on n'atteint pas l'échelle de dissipation visqueuse, où les tourbillons sont dissipés sous forme de chaleur par la viscosité. *The energy cascade is the transfer of energy from larger vortices to smaller ones, until the cascade ends at a scale in which all energy from its vortices is dissipated into thermal energy, due to viscosity*

Exemples et ordres de grandeur Prenons deux exemples simples pour lesquels l'équation d'Euler est valide :

- un jet d'eau à la sortie d'un robinet. Pour $U = 10^{-1} m \cdot s^{-1}$, $L = 10^{-1} m$ et une viscosité cinématique de l'eau de $\nu = 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$, on trouve $Re = 10^4 \gg 1$.
- le passage de l'air autour d'une voiture. Pour $U = 10 m \cdot s^{-1}$, $L = 1 m$ et une viscosité cinématique de l'air de $\nu = 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$, on trouve $Re = 10^6 \gg 1$.

L'équation d'Euler s'applique donc pour des écoulements très variés de la vie de tous les jours. Pourtant une voiture est freinée.

Nécessité d'une couche limite laminaire En fait, pour un fluide visqueux en écoulement à haut Re , l'écoulement prédit par l'équation d'Euler est une bonne approximation, sauf dans une zone au voisinage du solide, appelée couche limite. La vitesse du fluide visqueux doit nécessairement passer de \vec{v} à $\vec{0}$, sur une distance non nulle. Dans cette zone, le terme diffusif ne peut pas être négligé, même si $Re \gg 1$ loin de la paroi. *Ici, on a supposé une couche limite laminaire, donc pas de décollement de couche limite à grand Re . Si la couche limite est turbulente, elle est souvent plus épaisse. Pour une aile d'avion, la couche limite est laminaire à l'avant puis devient plus épaisse et turbulente à l'arrière.*

Estimation de la taille de la couche limite Dans la couche limite, les effets diffusifs deviennent donc dominants. Pour estimer δ , on équilibre terme convectif et terme diffusif.

$$\rho \frac{U^2}{L} \sim \eta \frac{U}{\delta^2} \Leftrightarrow \delta \sim \frac{L}{\sqrt{\frac{UL}{\nu}}} = \frac{L}{\sqrt{Re}}. \quad (6)$$

Si on reprend notre exemple de l'air autour d'une voiture, on trouve $\delta = 1mm$. On voit donc ici que la couche limite est souvent une zone très restreinte de l'écoulement et qu'elle peut souvent être négligée. Cependant, il est très important de garder à l'esprit son existence puisqu'elle est responsable de la dissipation associée aux fluides visqueux.

Conclusion L'équation d'Euler est valide à deux/trois? conditions (i) $Re \gg 1$ (ii) $Re \ll Re_c$ pas de dissipation et turbulence (iii) hors de la couche limite.

↓ Prenons un exemple concret pour mieux manipuler cette équation à travers l'effet Coandă.

1.3 Application de l'équation d'Euler : l'effet Coandă

↪ poly Marc Rabaud, GHP p.209, Ce que disent les fluides p.45, Sanz p.345-347.

Effet Coanda. Lévitiation de la balle de ping-pong

Matériel : balle de pingpong, sèche cheveux.

On montre la vidéo : <https://youtu.be/E32YHDTdy-4?t=205>. Considérons une balle de ping-pong volant au-dessus d'un sèche-cheveux. Si on ne met pas d'angle, la position de la balle de ping-pong est stable par compensation de la force exercée par l'écoulement et de la force de pesanteur. Si jamais on introduit maintenant un angle par rapport à la verticale, on voit que la position d'équilibre reste stable. On va proposer une explication simpliste.

Hypothèses On estime le nombre de Reynolds, pour voir si on peut utiliser l'équation d'Euler. **ODG:** $U = 10m/s$, $L = 1cm$, $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} m^2/s$ donc $Re = 10^4$. On suppose l'écoulement (i) parfait, (ii) effet de gravité négligé. On peut faire un ordre de grandeur $v^2/r \sim 10^4 m/s^2 \gg g \sim 10m/s^2$. **NB :** Marc Rabaud suppose l'écoulement stationnaire, mais pas GHP. En fait, on considère des lignes de courant instantanées, pas besoin de stationnarité.

Résolution Si les lignes de courant sont courbées on peut utiliser le repère tangent et l'on note \vec{n} le vecteur unitaire dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire au point considéré et \vec{t} le vecteur tangent. L'accélération lagrangienne s'écrit alors comme la somme d'une accélération tangente dv/dt (dérivée du module de la vitesse) dans le référentiel de la particule fluide et $dv/dt = v(dv/ds)$ pour l'exprimer dans les coordonnées du laboratoire et d'une accélération centripète v^2/R où R est le rayon de courbure local de la trajectoire. **On fait un schéma.** Même si on utilise un repère tangent, le référentiel d'étude est celui du laboratoire, considéré galiléen. :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = v \frac{\partial v}{\partial s} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n} = -\vec{\nabla} p \quad (7)$$

Dans la base cylindrique (r, θ, z) d'origine le centre de courbure, en projetant radialement :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{v^2}{R} > 0. \quad (8)$$

Comme l'obstacle est convexe, $R > 0$ et la pression augmente lorsque on s'éloigne du centre de courbure des lignes de courant. C'est l'effet Coanda. plus le rayon de courbure est petit, plus la pression croît rapidement.

Application à la balle et au sèche cheveux Le gradient de pression induit une force \vec{F}_p qui tend à aspirer la balle vers l'intérieur du flux d'air créé par le sèche-cheveux, **en le montrant sur un schéma.**

Limites du modèle ↪ **Article cool!** En fait, il y a des phénomènes complexes. Si $Re \ll Re_c$, on peut avoir un écoulement turbulent et des lignes de courant peu définies. De plus, la balle subit une force de traînée. La balle peut être mise en rotation par viscosité et subit alors une portance. La stabilité horizontale est assurée si le jet est raisonnablement collimaté. En général, on voit des oscillations verticales et horizontales, à des fréquences différentes.

Interprétation alternative La force F_p peut aussi être considérée comme correspondant à la variation temporelle de la quantité de mouvement du jet, venant de sa déflexion par la balle.

Applications : cuillère sous robinet et ailes d'avions Cette force est aussi très nettement mesurable si l'on approche le dos d'une cuillère d'un filet d'eau sous un robinet. Cet équilibre de la balle est appelé **effet Coandă** et est en partie responsable de la forme des ailes d'avion, l'effet Coandă tendant à surélever l'aile pour faciliter le décollage (voir la troisième partie sur la force de portance).

L'effet Coandă est une application directe de l'équation de Stokes et du modèle de l'écoulement parfait. Pour autant, il n'est pas le seul intérêt de l'équation de Stokes. Dans cette deuxième partie, nous allons nous intéresser à la conséquence la plus importante du modèle de l'écoulement parfait, à savoir le théorème de Bernoulli.

2 Le théorème de Bernoulli

2.1 Enoncé du théorème

Hypothèses et démonstration Utiliser une couleur par hypothèse! On considère un écoulement parfait, incompressible et stationnaire, où les forces de volumes dérivent d'un potentiel, dans un référentiel galiléen. Intégrons maintenant l'équation d'Euler sur une ligne de courant. La condition d'incompressibilité et la conservation de la masse donnent que ρ est constant sur une ligne de courant. On fait un des lignes de courant.

$$\int_A^B \rho \left((\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) \cdot d\vec{l} = - \int_A^B (\text{grad} P) \cdot d\vec{l} + \int_A^B \rho \vec{g} \cdot d\vec{l} \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \rho \int_A^B \left(\text{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) + (\vec{rot} \vec{v}) \wedge \vec{v} \right) \cdot d\vec{l} = - \int_A^B (\text{grad} P) \cdot d\vec{l} + \rho \int_A^B \vec{g} \cdot d\vec{l}$$

Puisqu'on intègre sur une ligne de courant, $\vec{v}/d\vec{l}$ donc le deuxième terme de gauche est nul. On trouve donc :

$$\left[\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz \right]_A^B = 0 \quad (10)$$

Enoncé du théorème de Bernoulli (1738) Pour un écoulement parfait, incompressible et stationnaire, sur une ligne de courant, la quantité $H = \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz$ est conservée. La quantité conservée H est usuellement appelée la charge totale. On appelle $h = H/\rho$ la charge pizéométrique.

Commentaires

- en l'absence d'écoulement, on retrouve la loi de la statique des fluides : $P_A + \rho gz_A = P_B + \rho gz_B$.
- le théorème de Bernoulli est généralisable à toute force extérieure dérivant d'un potentiel, comme ici avec la force de pesanteur.
- d'autres versions du théorème de Bernoulli existent, si les hypothèses sont différentes. Par exemple, pour un écoulement irrotationnel et homogène $\rho = cte$, le terme $\vec{rot} \vec{v} \wedge \vec{v}$ est nul, donc pas besoin d'intégrer sur une ligne de courant, de plus l'hypothèse d'homogénéité permet de "rentrer" ρ dans les gradients. La charge est la même dans tout le domaine. Pour un écoulement potentiel instationnaire, on peut rajouter un terme $\partial\phi/\partial t$, pour un écoulement compressible barotrope, le terme de pression est modifié.
- Pour un écoulement en rotation, l'intégration du terme de Coriolis sur une ligne de courant est nul. Le terme d'entraînement dérive d'un potentiel.
- Pour d'autres variantes, (gaz parfait et théorème de Saint-Venant...) voir \blacktriangleleft Chassaing p180.

Le théorème de Bernoulli est directement déduit de l'équation d'Euler et donne une première information intéressante sur la conservation d'une quantité que l'on appelle la charge. Pour comprendre physiquement ce théorème, essayons de le retrouver d'un point de vue énergétique.



2.2 Interprétation énergétique du théorème de Bernoulli

↗ alternative avec le 1er principe : Sanz p.359

Bonus : version thermodynamique Un bilan thermodynamique avec le premier principe donne que c'est $h + v^2/2 + gz$ qui est conservé sur une ligne de courant. Pour un fluide incompressible et en l'absence d'effets thermiques, l'énergie interne massique sera la même en amont et en aval, donc $h = u + P/\rho$ peut être remplacé par P/ρ .

Hypothèses et systèmes On considère un écoulement **parfait, incompressible, stationnaire et homogène**. Le système Σ^* est constitué d'une parcelle de fluide, se situant à l'instant t dans le rectangle bleu (à gauche) et l'instant $t + dt$ dans le rectangle vert (à droite) sur la Figure 1. C'est un système fermé. L'espace commun aux deux rectangles définit un système ouvert noté COM ou Σ .

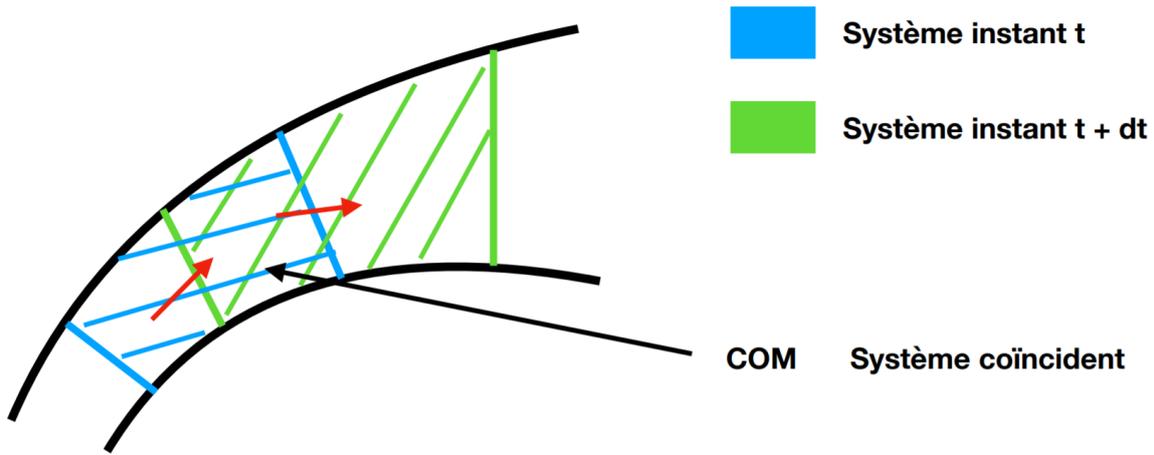


FIGURE 1 – Représentation du système Σ ouvert et du système Σ^* fermé.

Variation d'énergie cinétique A terme, on veut appliquer le théorème de l'énergie cinétique, qui n'est applicable qu'à un système fermé. Ecrivons la variation d'énergie cinétique du système Σ^* entre les instants t et $t + dt$:

$$\begin{aligned} dE_c^* &= E_c^*(t + dt) - E_c^*(t) \\ &= \left(E_c(t + dt) + \frac{1}{2} \delta m v_S^2 \right) - \left(E_c(t) + \frac{1}{2} \delta m v_E^2 \right), \end{aligned} \quad (11)$$

avec δm_e la masse de fluide entrant dans Σ à l'instant t et δm_s la masse de fluide sortant de Σ à l'instant $t + dt$.

Utilisation de la stationnarité L'écoulement étant stationnaire, le débit massique $D_m \sim \rho v S$ est conservé entre les instants t et $t + dt$, donc $\delta m_e = \delta m_s = D_m dt$. De plus, la stationnarité donne $E_c(t + dt) = E_c(t)$, d'où :

$$\begin{aligned} dE_c^* &= \frac{1}{2} (v_S^2 - v_E^2) D_m dt \\ \Rightarrow \frac{dE_c^*}{dt} &= D_m \times \frac{1}{2} (v_S^2 - v_E^2) \\ &= P_{int}^* + P_{ext}^* \text{ d'après le théorème de l'énergie cinétique.} \end{aligned} \quad (12)$$

où P_{int}^* est la puissance des actions internes et P_{ext}^* la puissance dues aux actions externes.

Expression des puissances reçues par le système Σ^* On commence P_{ext}^* .

- Concernant les forces de pression, celles perpendiculaires à l'écoulement ne travaillent pas. On a donc, en utilisant le fait que ρ soit constant sur une ligne de courant, par incompressibilité de l'écoulement :

$$\begin{aligned} P_{ext,p}^* &= P_E S_E v_E - P_S S_S v_S \\ &= \rho \left(v_E S_E \frac{P_E}{\rho} - v_S S_S \frac{P_S}{\rho} \right) \\ &= D_m \left(\frac{P_E}{\rho} - \frac{P_S}{\rho} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

- Concernant les autres forces qui travaillent, on se restreint à la force de pesanteur. On a donc :

$$\begin{aligned} P_{ext,\bar{g}}^* &= \rho g S (v_E z_E - v_S z_S) \\ &= D_m g (z_E - z_S). \end{aligned} \quad (14)$$

- L'hypothèse d'écoulement parfait intervient dans l'évaluation de $P_{int}^* = 0$. On suppose en écoulement parfait qu'il n'y a pas de dissipation due à la viscosité. *Sinon, il faut utiliser un bilan thermodynamique pour prendre en compte l'échauffement et la variation d'énergie interne.*

Conclusion Finalement, en reportant dans le théorème de l'énergie cinétique,

$$0 = D_m \left[\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz \right]_E^S \quad (15)$$

On trouve ici une interprétation énergétique du théorème de Bernoulli : **le théorème de Bernoulli est vérifiée si la puissance interne d'un système est nulle et inversement.** Le théorème de Bernoulli est donc un théorème de conservation d'énergie en système ouvert.

Nous venons de voir l'interprétation physique du théorème de Bernoulli. Pour finir cette partie, utilisons-le maintenant dans un exemple concret à travers l'effet Venturi.

2.3 Application du théorème de Bernoulli : l'effet Venturi

Effet Venturi

On montre la vidéo : <https://youtu.be/hYBCaRdEvjU?t=240>. De l'eau circule dans le tube, dont on donne un schéma en parallèle. Le régime est stationnaire. La hauteur d'eau varie lorsque la section du tube varie. Pourquoi ?

Tube piézométrique Considérons le tube de la Figure 2. Si l'on suppose que le fluide est un écoulement parfait, incompressible et stationnaire, on peut appliquer le théorème de Bernoulli dans le tube tel que :

$$\frac{v_A^2}{2} + \frac{P_A}{\rho} = \frac{v_B^2}{2} + \frac{P_B}{\rho} = \frac{v_C^2}{2} + \frac{P_C}{\rho}. \quad (16)$$

De plus, la loi de la statique des fluides nous donne :

$$\begin{aligned} P_A &= P_0 + \rho g h_A. \\ P_B &= P_0 + \rho g h_B. \\ P_C &= P_0 + \rho g h_C. \end{aligned} \quad (17)$$

Au final, on trouve :

$$\frac{v_A^2}{2} + g h_A = \frac{v_B^2}{2} + g h_B = \frac{v_C^2}{2} + g h_C. \quad (18)$$

En écoulement stationnaire, le débit massique est conservé. Comme la section diminue en B , v_B est plus élevé donc h_B diminue : c'est l'effet Venturi. En revanche, $h_C = h_A$: la hauteur revient à la normale par conservation de la charge. En réalité, il y a des pertes de charge dues à la viscosité. *On peut les estimer explicitement en résolvant l'écoulement de Poiseuille. Il y a une perte de charge singulière due à l'élargissement brutal du tube (cf. Jolidon)*

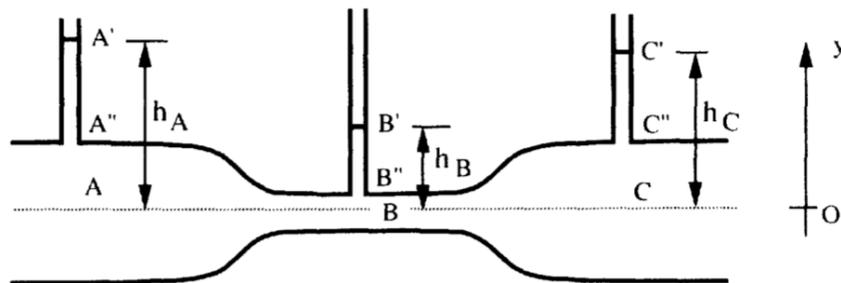


FIGURE 2 – Illustration de l'effet Venturi. Les hauteurs h_A et h_C sont les mêmes et $h_B < h_A$ car $v_B > v_A$.

Bonus : Perte de charge régulière et singulière La perte de charge, donc d'énergie, se fait par dissipation visqueuse. La perte de charge par unité de longueur est constante le long de la conduite horizontale : elle est qualifiée de perte linéaire ou régulière. Pour une conduite cylindrique, on peut l'estimer explicitement en résolvant l'écoulement de Poiseuille. Lors de l'agrandissement d'une section, on parle de perte de charge singulière. Elle traduit le fait que dans un écoulement réel, les lignes de courant ne peuvent pas suivre la courbure de la conduite juste après un obstacle, contrairement à l'hypothèse d'un écoulement parfait. Les lignes de courant de l'écoulement ne pénètrent donc pas dans une zone de la conduite. Cette partie s'appelle eau morte. Par viscosité, de l'énergie est transférée de l'écoulement global vers cette zone, où elle est dissipée sous forme de chaleur.

Effet Venturi

L'expérience de la Figure 2 se trouve dans la collection. Vous pouvez l'alimenter directement via un robinet. Cette expérience est intéressante car elle permet de mettre en évidence la perte de charges (voir le Jolidon pour plus de détails) par dissipation visqueuse à la sortie de la deuxième partie du tube : on voit apparaître une zone dite "d'eaux mortes" explicable seulement en prenant en compte les limites du modèle de l'écoulement parfait. Expérimentalement, on a ainsi $h_B < h_A$ entre les première et deuxième parties du tube mais aussi $h_C < h_A$ entre les première et troisième parties du tube. On peut également alimenter le système avec un vase de Mariotte qui permet d'avoir un débit d'entrée constant.

L'expérience reste quand même compliquée à faire marcher proprement et on sait pas vraiment pourquoi (on adore).

L'effet Venturi résumé Le long d'une ligne de champ horizontale, une sur-vitesse implique une sous-pression et inversement.

Applications de l'effet Venturi

Trompe à eau On montre la vidéo : <https://youtu.be/E32YHDTdy-4?t=150>. Le jet d'eau du robinet entraîne l'air avec lui et donc le met en mouvement. L'air mis en mouvement voit sa pression diminuer, ce qui aspire le fluide dans le tuyau. C'est aussi le principe de la trompe à eau. *La limite basse en pression est celle de la pression saturante lors du changement d'état de l'eau liquide en vapeur. Quand la pompe à vide est en marche, on voit nettement le débit d'eau ralentir, probablement à cause de la dépression.*

Retour sur l'effet Coanda On poursuit la vidéo. On revient sur l'effet Coanda : le jet d'air crée une dépression qui permet de confiner la balle de ping pong.

Portance d'une aile On poursuit la vidéo. On a ici un phénomène de portance ; c'est avec le même principe que l'avion va pouvoir s'élever. Le profil des ailes permet une dépression sur le dessus de l'aile la faisant s'élever.

Bonus : applications supplémentaires Tube de pitot, une voiture de sport est plaquée au sol, vase de torricelli

Dans cette deuxième partie, nous avons vu le théorème de Bernoulli, qui est un théorème de conservation d'énergie utilisée en réalité à travers l'effet Venturi (filtration sous Büchner en chimie) ou en utilisant le tube de Pitot comme tachymètre (le tube de Pitot n'est pas présenté ici mais il est à connaître également, tout comme la loi de Toricelli. Voir le Jolidon pour plus de précisions). Pour finir cette leçon, nous allons réutiliser le théorème de Bernoulli plus concrètement pour décrire l'écoulement autour d'un cylindre en rotation et voir ses conséquences.

3 Ecoulement parfait autour d'un cylindre en rotation

3.1 Effet Magnus (1853)

Mise en évidence de l'effet Magnus

On fait tomber un ballon de basket d'un barrage : https://youtu.be/QtP_bh2lMXc?t=27. Il tombe assez droit, comme on peut s'y attendre en l'absence de vent. Puis on donne un effet rétro : https://youtu.be/QtP_bh2lMXc?t=55. Le ballon est dévié de manière assez impressionnante !

Bonus : autres ressources [Frappe de Roberto Carlos](#). ou [Utilisation sur un bateau pour la propulsion avec des cylindres tournants](#) ou [Cup flyers](#)

Cadre et hypothèses On va simplifier le problème en se ramener à une géométrie plus simple qui contient quasiment la physique du problème. On veut étudier le mouvement d'un cylindre en rotation sur lui-même à l'intérieur d'un écoulement, voir Figure 3. On suppose un écoulement parfait, incompressible, stationnaire, où l'influence du poids est négligé et on se place dans le référentiel du cylindre!! Le cylindre est supposé infini, l'écoulement est 2D.

Application du théorème de Bernoulli On peut appliquer le théorème de Bernoulli sur n'importe quelle ligne de courant :

$$\begin{aligned} P_A + \rho \frac{v_A^2}{2} &= P_{A'} + \rho \frac{v_{A'}^2}{2} \\ P_B + \rho \frac{v_B^2}{2} &= P_{B'} + \rho \frac{v_{B'}^2}{2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Si on suppose que $v_A = v_B = U$, la vitesse de l'écoulement à l'infini, et donc $P_A = P_B$, on trouve en soustrayant les deux lignes ci-dessus :

$$P_{A'} + \rho \frac{v_{A'}^2}{2} = P_{B'} + \rho \frac{v_{B'}^2}{2}. \quad (20)$$

Interprétation qualitative Or, $v_{B'} > v_{A'}$ (on le voit sur la Figure 3 car les lignes de courant au-dessus sont plus resserrées en haut du cylindre). On a donc $P_{B'} > P_{A'}$: comme dans l'effet Coandă, une différence de pression entraîne l'apparition d'une force ici perpendiculaire à l'écoulement ; c'est l'**effet Magnus** (1853). On peut citer un exemple d'utilisation au tennis ou au football pour un effet lifté sur une balle en utilisant l'effet Magnus.

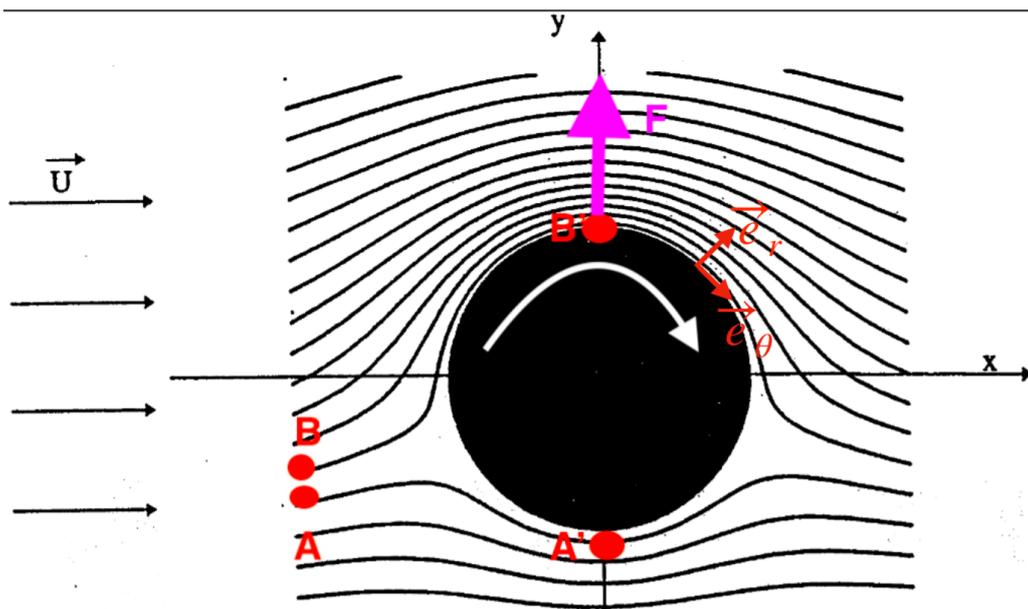


FIGURE 3 – Illustration de l'effet Magnus. La rotation de la balle entraîne l'apparition d'une force perpendiculaire à l'écoulement.

Symétrie de l'écoulement La symétrie amont-aval est toujours présente (en laminaire) mais la symétrie haut-bas disparaît avec la rotation de la balle.

Une première utilisation simple du théorème de Bernoulli nous a permis de mettre en évidence l'effet Magnus. Nous allons maintenant aller plus loin dans la description du système pour essayer de quantifier la force issue de l'effet Magnus.

3.2 Force de Magnus

Objectif Le but est de trouver l'expression de la force de Magnus. Pour cela, il faut calculer les actions de contact à l'interface solide/fluide et donc calculer la pression $P(R)$. La stratégie est de construire un écoulement potentiel

cinématiquement acceptable, de calculer v^2 et de déduire la pression à l'aide du théorème de Bernoulli.

Hypothèses Reprenons notre système précédent en considérant cette fois-ci l'écoulement comme parfait, incompressible, irrotationnel et stationnaire. On se place dans le référentiel du cylindre. La charge de Bernoulli est alors constante dans le domaine du fluide, en particulier à la surface du cylindre ($r = R$) tel que :

$$\frac{P_0}{\rho} + \frac{U^2}{2} = \frac{P(R)}{\rho} + \frac{v_\theta^2(R)}{2}. \quad (21)$$

Développement en écoulement potentiel Puisque l'écoulement est irrotationnel, la vitesse dérive d'un potentiel ϕ tel que $\vec{v} = \vec{grad}\phi$. On veut trouver un écoulement potentiel cinématiquement acceptable, vérifiant notamment les conditions limites suivantes : *NB : Par incompressibilité et irrotationnalité, le potentiel des vitesses répond à une équation de Laplace $\Delta\phi = 0$. L'unicité de la solution est donc assurée pour un système simplement connexe, et elle est unique à une circulation près pour un système doublement connexe. Les solutions sont superposables et la solution globale est fixée par les conditions aux limites. Au final, si une solution vérifie les conditions aux limites, c'est la seule à une circulation près.*

- $V(r, \theta) = U$ lorsque $r \rightarrow \infty$ à l'infini.
- La vitesse radiale est nulle à l'interface, d'où $\vec{v}(R) = v_\theta(R)\vec{e}_\theta$.

Par analogie avec l'électrostatique, on peut utiliser un développement multipolaire tel que :

$$\phi = Urcos\theta - \frac{pcos\theta}{2\pi r} + \frac{\Gamma}{2\pi}\theta. \quad (22)$$

Le premier terme correspond à l'écoulement stationnaire sans obstacle. Le deuxième terme est l'analogie du dipôle en électrostatique créé par le cylindre immobile. Enfin, le dernier terme ϕ_3 est le terme induit par la rotation du cylindre sur lui-même, avec Γ la circulation de la vitesse. Une manière simple de retrouver ce terme est de dire que :

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = 2\pi r v_\theta = 2\pi r \frac{1}{r} \frac{d\phi_3}{d\theta} \Rightarrow \phi_3 = \frac{\Gamma}{2\pi}\theta. \quad (23)$$

L'écoulement est irrotationnel mais à circulation non nulle ? Pas de contradiction car on est en géométrie non simplement connexe.

Rôle de la viscosité [Le mentionner à un autre moment ?](#) Dans notre approche, on a supposé que le fluide était en mouvement, en introduisant, on pourrait dire "arbitrairement", un tourbillon de vitesse (la circulation).

C'est un moyen théorique de simuler en fluide parfait les effets de portance obtenus par rotation d'un obstacle sur lui-même, en fluide visqueux.

En réalité, la circulation existe car le fluide a été entraîné par le cylindre, ce qui est un effet visqueux. Mais ici, on ne se préoccupe pas de l'origine de la circulation. On la postule et on fait les calculs en fluide parfait.

Calcul des vitesses On en déduit l'expression des vitesses radiale et orthoradiale :

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{d\phi}{dr} = Ucos\theta + \frac{pcos\theta}{2\pi r^2} \\ v_\theta &= \frac{1}{r} \frac{d\phi}{d\theta} = -Usin\theta + \frac{psin\theta}{2\pi r^2} + \frac{\Gamma}{2\pi r}. \end{aligned} \quad (24)$$

Utilisation des conditions limites Avec les CL, on calcule p . En $r = R$, $v_r = 0 \forall \theta \Rightarrow p = -2\pi R^2 U$. Finalement :

$$\begin{aligned} v_r &= Ucos\theta \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \\ v_\theta &= -Usin\theta \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi r}. \end{aligned} \quad (25)$$

Utilisation de l'équation de Bernoulli pour déduire la pression On en déduit enfin l'expression de la pression à l'interface :

$$P(R) = P_0 + \frac{1}{2}\rho U^2 \left(1 - \left(-2sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi R U}\right)^2\right). \quad (26)$$

Force de Magnus On sépare deux forces s'exerçant sur le cylindre. Ici, on est en géométrie 2D, ces forces sont par unité de longueur transversale pour éviter d'avoir des problèmes de dimension.

- La force de traînée colinéaire à l'écoulement :

$$F_t = \int_0^{2\pi} P \cos\theta R d\theta = 0 \quad (27)$$

La force de traînée est nulle pour un écoulement parfait. On peut donner un argument énergétique. Si la force de traînée était non nulle, alors il existerait une force réciproque qu'exercerait le cylindre sur le fluide qui travaillerait puisque la force serait alignée avec l'écoulement du fluide. Il y aurait donc une énergie cédée au fluide qu'il ne pourrait pas dissiper puisqu'il n'y a pas de viscosité et qu'on est en régime stationnaire (*cela pourrait être dissipée par des ondes vers l'infini*). C'est ce que l'on appelle usuellement le paradoxe de d'Alembert : dans un écoulement réel, la force de traînée est non nulle. Cela s'explique une fois de plus par la présence de la couche limite qui dissipe en réalité une partie de la force exercée par le cylindre sur le fluide : on est à la limite de validité de notre modèle.

- La force de portance orthogonale à l'écoulement :

$$F_p = \int_0^{2\pi} P \sin\theta R d\theta = \rho\Gamma U. \quad (28)$$

La force de portance est non nulle même pour un écoulement parfait. La condition critique pour que cette force existe est la rotation du cylindre : si jamais le cylindre est immobile ($\Gamma = 0$), il n'y a pas de portance. On le voit très bien en comparant la trajectoire de la chute d'une balle sans vitesse initiale qui tombe verticalement, et d'une balle avec une vitesse de rotation initiale dont la trajectoire est fortement déviée perpendiculairement à l'écoulement. Ce résultat $F_p = \rho\Gamma U$ porte le nom de théorème de Kutta-Jukowski (valable pour les ailes d'avions aussi)

Théorème de Kutta Joukowski : Dans un écoulement parfait autour d'un cylindre en rotation, celui-ci subit une force orthogonale à l'écoulement appelée force de portance qui explique l'effet Magnus, tel que $\vec{F}_p = \rho\vec{\Gamma} \wedge \vec{U}$ dans cette géométrie 2D, c'est une force linéique.

Paradoxe de D'Alembert : Dans un écoulement parfait, la force colinéaire à l'écoulement appelée force de traînée est en revanche nulle. En réalité, l'écoulement n'est pas parfait, notamment au voisinage du fluide. La force de traînée est non nulle à cause du décollement et du sillage tourbillonnaire.

Limites de l'étude L'étude ne prend pas en compte le décollement et le sillage tourbillonnaire. En réalité, la force de portance et de traînée varie dans le temps au rythme des décollements.

Bonus : condition de Kutta, tourbillon de démarrage La mise en place d'une circulation peut être expliquée par la condition de Kutta. The Kutta condition is a principle in steady-flow fluid dynamics, especially aerodynamics, that is applicable to solid bodies with sharp corners (singularité géométrique), such as the trailing edges of airfoils. Kuethe and Schetzer state the Kutta condition as follows :

A body with a sharp trailing edge which is moving through a fluid will create about itself a circulation of sufficient strength to hold the rear stagnation point at the trailing edge. Cela évite une singularité dans l'écoulement, engendrée par la singularité géométrique.

In fluid flow around a body with a sharp corner, the Kutta condition refers to the flow pattern in which fluid approaches the corner from both directions, meets at the corner, and then flows away from the body. None of the fluid flows around the sharp corner. The Kutta condition is significant when using the Kutta-Joukowski theorem to calculate the lift created by an airfoil with a sharp trailing edge. The value of circulation of the flow around the airfoil must be that value which would cause the Kutta condition to exist.

Le tourbillon de démarrage, formé à la mise en mouvement du profil d'aile, à son bord de fuite, est porteur d'une circulation des vitesses Γ . Or, le fluide étant initialement au repos, la circulation des vitesses le long d'un contour entourant le profil, tel que C_1 , est nulle à $t < t_0$. La viscosité du fluide ne modifie pas le caractère irrotationnel de l'écoulement loin de l'obstacle. Par suite, le théorème de Lagrange/Kelvin s'applique sur le contour à l'infini, imposant à la circulation le long de C_1 de rester constamment nulle. Or la présence du tourbillon de démarrage implique, sur un contour tel que C_2 , l'existence d'une circulation $+\Gamma$ non nulle. Il en résulte, sur le contour complémentaire C_3 entourant le profil, une circulation nécessairement opposée $-\Gamma$. C'est précisément celle-ci que vise à déterminer la théorie de Kutta-Joukowski.

Conclusion

Dans cette leçon, nous avons vu que le modèle de l'écoulement parfait était valable dans de nombreux systèmes de mécanique des fluides et qu'il permettait de simplifier considérablement les équations sans omettre les interprétations

physiques. Pour autant, les limites de ce modèle notamment à travers la notion de couche limite sont omniprésentes et indispensables pour comprendre toute la physique d'un problème de mécanique des fluides. Comme dans tout problème de mécanique des fluides, il faut avant tout faire attention aux conditions données pour savoir quelles sont les bonnes approximations à faire.

Annexe

Annexe 1 : caractère isentropique de l'écoulement parfait

Effectuons un bilan de puissance interne volumique sur un écoulement supposé incompressible parfait avec comme seule force extérieure les forces de pression :

$$\frac{Du}{Dt} = -\text{div}j_{\vec{Q}} + q - \frac{P}{V}\text{div}\vec{v}. \quad (29)$$

Le premier terme est un terme de dissipation thermique qui est nulle pour un écoulement parfait sans dissipation visqueuse. Le deuxième terme est un terme de source volumique de chaleur supposé nul ici. Enfin, le troisième terme est nul par incompressibilité de l'écoulement. En utilisant le premier principe de la thermodynamique $dU = -PdV + TdS$, on a :

$$du = -P\frac{dV}{V} + Tds = P\frac{d\rho}{\rho} + Tds \quad (30)$$

Puisque l'écoulement est incompressible, le premier terme à droite est nul si bien que :

$$\frac{Du}{dt} = T\frac{Ds}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{Ds}{dt} = 0. \quad (31)$$

L'entropie est conservée pour un écoulement parfait incompressible.

Annexe 2 : démonstration alternative du théorème de Bernoulli

On considère un écoulement **parfait, incompressible et irrotationnel**. Cette dernière condition nous dit que la vitesse dérive d'un potentiel tel que $\vec{v} = \text{grad}\phi$. Si on intègre l'équation d'Euler, on trouve donc :

$$\rho \int_A^B \left(\text{grad}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) + \text{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + (\text{rot}\vec{v}) \wedge \vec{v} \right) \cdot d\vec{l} = - \int_A^B (\text{grad}P) \cdot d\vec{l} + \rho \int_A^B \vec{g} \cdot d\vec{l} \quad (32)$$

Le troisième terme de gauche étant nul, on trouve directement le théorème de Bernoulli valable ici **dans tout l'espace** :

$$\left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz \right]_A^B = 0. \quad (33)$$

Compléments/Questions

Compléments

Application du théorème de Bernoulli ↯ cf. fiche, Corentin pour la présentation. Tube de Pitot, vidange de Torricelli.

Cavitation Si on atteint une vitesse trop grande, la pression donnée par Bernoulli peut atteindre la pression de vapeur saturante : il y a apparition de bulles. On ne peut donc pas faire le "vide". Problème dans les sous marins et bateau. Bon pour les crevettes pistolet.

Théorème de Kelvin La circulation est conservée pour un fluide parfait. C'est une conséquence de Bernoulli.

Tube de Pitot Cependant il faut bien savoir expliquer pourquoi ça marche en fluide réel (sur un avion par exemple) alors que la prise de pression est nécessairement dans la couche limite (où Bernoulli n'est pas applicable) : C'est le fait que dans la couche limite il n'y a pas de variation significative de pression sur la verticale $dp/dz = 0$ ie la pression dans un point au dessus dans le fluide parfait permettant d'établir Bernoulli est la même que sur le tube de Pitot. De plus, il faut le placer dans un endroit où il n'y a pas décollement de la couche limite (donc pas trop en aval) de l'aile.

Modèle de Prandtl de la couche limite Le problème hors couche limite est donné par l'équation d'Euler (ex : $U=\text{cte}$) Dans la couche limite, on simplifie les équations avec $\delta \ll L$, ce qui permet de négliger des dérivées. On raccorde

les deux solution. En cherchant des solutions autosimilaires, on tombe sur une ODE : l'équation de Blasius.

Ressaut hydraulique Le ressaut hydraulique est un phénomène couramment observé lors d'écoulements hydrauliques à surface libre tels des rivières ou des déversoirs. Lorsque le fluide subit une perte importante de vitesse, la surface de l'écoulement s'élève brusquement. L'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle et en turbulence, qui se traduit par des pertes irréversibles de charge. Le flot, qui était rapide, ralentit et s'empile sur lui-même à la manière d'une onde de choc supersonique.

Questions

- Autres exemples de forces volumiques : Coriolis, inertie d'entraînement, Lorentz (magnétohydrodynamique).
- Qu'est ce qu'il faut ajouter à Bernoulli pour un fluide réel ? Terme de perte de charge due à la viscosité.
- Est ce que on peut modéliser la perte de charge dans l'écoulement parfait ? (Viscosité : la perte de charge est linéaire), ici elle est singulière (le fluide ne suit pas la modification de la section quand elle augmente).
- Ecoulement de Torricelli : $v = \sqrt{2gh}$. Applique Bernoulli tranquillo.
- Effet Coanda aussi appelé effet théière. Résumé en une phrase : le fluide suit la paroi de l'obstacle.
- Ecoulement irrotationnel à aussi un autre nom : écoulement potentiel.
- Ressaut hydraulique : Le ressaut hydraulique est un phénomène couramment observé lors d'écoulements hydrauliques à surface libre tels des rivières ou des déversoirs. Lorsque le fluide subit une perte importante de vitesse, la surface de l'écoulement s'élève brusquement. L'énergie cinétique est transformée en énergie potentielle et en turbulence, qui se traduit par des pertes irréversibles de charge. Le flot, qui était rapide, ralentit et s'empile sur lui-même à la manière d'une onde de choc supersonique.
- Buchner effet venturi.
- Principe de fonctionnement du tube de Pitot (1732).
- Comment observer les lignes de courants ? PIV, tracking lagrangien.
- Pour la vidéo sur l'effet magnus, faire un ordre de grandeur pour vérifier que c'est bien l'effet magnus qui intervient. Analogie de la force de Magnus avec la force de Lorentz. On peut définir l'équivalent de la pulsation synchrotron ω . Le rayon de courbure est tel que $v = \omega R$.
- principe des ailes d'avions : décollement de la couche limite \rightarrow circulation \rightarrow portance. Est ce que si l'aile est droite ça marcherait ? (moins de décollement de couche limite, c'est pour ça que les ailes sont légèrement inclinées).
- Citez d'autres forces volumiques. *Forces de Coriolis, de Lorentz.*
- Branche de la physique qui étudie les écoulements avec des considérations électromagnétiques ? *Magnétohydrodynamique.*
- Equation d'Euler : date ? 1757.
- Quel terme ajouter au théorème de Bernoulli pour un fluide réel ? *Ajouter un terme de perte de charges due à la viscosité.*
- Pertes de charges : est-ce qu'on peut la modéliser dans l'écoulement parfait ? *Non, la perte de charge régulière est due à la viscosité (diminution linéaire du niveau de l'eau) et la singulière est due à la zone d'eaux mortes.*
- Ecoulement de Toricelli ? *Application du principe de Bernoulli sur une ligne de courant dans un vase de Mariotte en haut et en bas du vase à la même pression. On trouve $v = \sqrt{2gh}$. <https://www.youtube.com/watch?v=9V3-XeDSm0U>*
- Autre nom de l'effet Coanda ? *L'effet théière.*
- Résumez l'effet Coanda en une phrase. *Le fluide suit la paroi de l'obstacle.*
- Ecoulement rotationnel : autre nom ? *Ecoulement potentiel.*
- Ressaut hydraulique ? *C'est ce qui se passe pour un jet d'eau au niveau de l'évier. L'eau subit une perte de vitesse au contact de l'évier ce qui se traduit par une dissipation d'énergie. Le fluide ralentit et s'empile sur lui-même, d'où l'apparition de rouleaux. C'est le même phénomène responsable du mascaret.*

- Phénomène utilisé pour le filtre Büchner? *Effet Venturi*.
- Définition de la charge? *Vision énergétique avec le ρ au numérateur; avec ρ au dénominateur, on a une charge homogène à une hauteur qui est plus parlant pour l'effet Venturi où on regarde une différence de hauteur.*
- Est-ce qu'il existe des fluides parfaits? *Superfluides*.
- Mesure de vitesse de fluides? *Tube de Pitot*.
- Fonctionnement du tube de Pitot? *Application du théorème de Bernoulli sur une ligne de courant (encore mon cher Michel!).*
- Date du tube de Pitot? *1732*.
- Mesure des lignes de vitesse? *Suivi par vidéo de particules phosphorescentes (Particle Image Tracking)*.
- Écoulement laminaire? *Écoulement à faible nombre de Reynolds*.
- Phénomène à très haut nombre de Reynolds? *Crise de la traînée due à de la turbulence dans la couche limite*.
- Expression de la force de traînée? $F = \frac{1}{2}\rho SC_x v^2$.
- Toujours sous cette forme? *Simplifié en $F = 6\pi\eta Rv$ à faible nombre de Reynolds pour le cas d'une sphère dure et lisse (force de Stokes)*.
- Evaluation de la distance de déviation sur une balle de basket lâchée du haut d'un pont par l'effet Magnus (en lien avec la vidéo montrée pendant la leçon)? $F = \rho\Gamma U$ avec $\Gamma = 2\pi s^{-1}$ (un tour par seconde), $\rho = 1\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (masse volumique de l'air). Puis PFD en considérant le poids et la force de traînée et en identifiant la vitesse v à la vitesse suivant z .
- Principe des ailes d'avion? *Condition de Kutta (voir remarque pour la force de portance)*.
- Est-ce que ça fonctionne dans toutes les positions de l'aile? *Pas pour une aile colinéaire aux lignes de vitesse (pas de décollement de couche limite)*.
- Que se passe-t-il quand l'angle est trop important? *La force de portance rediminue brusquement : c'est le décrochage (notamment responsable du crash du vol Paris-Rio)*.
- Paradoxe de d'Alembert? *Voir section sur la force de traînée*.
- **Explications sur la portance** Forme de l'aile implique une vitesse de l'écoulement plus élevée au-dessus de l'aile qu'en-dessous, donc (thm de Bernoulli) dépression qui maintient l'avion en l'air.
- **Années pour l'équation d'Euler et Navier-Stokes?** Historiquement Euler en premier mais pédagogiquement on présente l'équation qui a le plus de termes en premier puis on simplifie.
- **Comment vérifier que l'écoulement est incompressible? Pourquoi est-ce qu'on peut appliquer le thm de Bernoulli à un avion?** On compare le nombre de Mach $Ma = \frac{v}{c_{son}}$ à 1.
- **On entend parfois parler de décollement de la couche limite, à quoi est-ce que ça correspond?**
- **Que signifie que l'écoulement est isentropique?** Un fluide parfait incompressible est isentropique.
- **Que devient l'équation d'Euler pour un fluide compressible?**
- **Quand tu as fait les ODG, tu as pris la même masse volumique pour le sèche-cheveux que pour l'avion, pourquoi?** La masse volumique diminue avec l'altitude
- **Tu as parlé de couche limite visqueuse, existe-t-il d'autres types de couches limites?** Couche limite thermique
- **Tu as mentionné des exemples où le Re et le Pe sont du même ODG, connais-tu des cas où ils sont très différents?**
- **Est-ce que les coefficients de viscosité et de diffusion thermique sont reliés?**
- **Définition d'un fluide barotrope?** La masse volumique ne dépend que de la pression et alors on peut faire rentrer $\frac{P}{\rho}$ dans le *grad*.
- **Bernoulli est-il valable si le ref n'est pas galiléen?** Non car extrait de NS

- **Effet Venturi** Fluide incompressible donc conservation du débit et $v_1 S_1 = v_2 S_2$.
- Euler est-elle valable en ref non galiléen ?
- **Cavitation** ? Bernoulli à la pression de vapeur saturante : si la vitesse augmente trop, la pression diminue et apparition de bulles.
- Sur l'effet Venturi, peut on atteindre un vide poussé ? Y a-t-il une limite pour la pression ? oui, c'est la pression saturante lors du changement d'état de l'eau liquide en vapeur
- Comment s'écrivent la force de Coriolis volumique et la force d'accélération d'entraînement volumique ?
- Pour une aile d'avion, connaissez vous le paradoxe de d'Alembert ?
- Sur l'effet Coanda, pourquoi la balle tournait ? Viscosité
- L'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de 1 cm pour une voiture roulant à 100km/h. Pour un élève 1cm est négligeable devant 1m, faut-il pour autant négliger cette couche limite ?
- Comment s'écrit l'équation de Navier-Stokes pour un fluide compressible ? - Comment prendre en compte un fluide compressible dans le théorème de Bernoulli ?
- Vous avez dit que l'hélium est un fluide parfait, vous pouvez en dire plus ? (J'ai répondu à propos de l'hélium 4 au dessous de 2.17 K.) Et pour l'hélium 3 ?
- Vous avez dit qu'on a pour l'énergie interne $U(S, V, N)$, pourquoi ces variables là ?
- Vous avez des exemples de fluides non simples ?
- Que devient la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant si on n'est pas dans un référentiel galiléen ?
- Quand la pompe à vide est en marche, on voit nettement le débit d'eau ralentir, pourquoi ? Et pourquoi y a-t-il un retour d'eau si on coupe l'eau sans casser le vide ? Comment pouvez-vous estimer expérimentalement la vitesse de l'eau en sortie de la pompe ?
- Vous dites que l'épaisseur des couches limites est en l'inverse de la racine du nombre de Reynolds, comment le démontrez-vous ? Est-ce vrai si la couche est turbulente ? Est-elle alors plus grande, plus petite ?
- Pour l'aile d'avion, comment savoir si l'écoulement est plus rapide au dessus ou au dessous de l'aile ? Toujours pour l'aile, vous dites que dans un écoulement potentiel incompressible, la force de portance est nulle, pouvez-vous développer ? Et donc, quel est le rôle des couches limites ? Cette notion de portance s'applique-t-elle aussi sous l'eau ? (Se démontre à partir de calculs un peu longs...) (Il s'y crée de la vorticité, qui rend l'écoulement non potentiel, et la portance et la traînée peuvent être non nuls.)
-   quoi ressemble la couche limite autour d'une aile profil e ? C'est quoi le décollement de la couche limite ?
-   quoi ressemble la couche limite autour d'une aile profil e ? C'est quoi le décollement de la couche limite ? Quelle équation peut-on donner pour le vecteur tourbillon ?

Commentaires

- Pour la démonstration de Bernoulli, mettre un schéma avec les lignes de courants.
- Notons que lorsque que l'on passe de l'équation vectorielle d'Euler à celle, scalaire, de Bernoulli on perd généralement (sauf, notamment, dans le cas 1D) deux équations. Ce déficit est compensé en se plaçant en des points où la direction de la vitesse est connue. En pratique, on remplace très souvent la vitesse, en M , par la vitesse moyenne, sur une section donnée. On adopte alors implicitement un modèle pseudo-unidimensionnel (par exemple, dans un conduit convergent, la vitesse n'est pas, en tout point, selon l'axe du conduit). Cette approximation est courante dans l'application des formulations intégrales de bilan.
- Notons que l'on peut intégrer également l'équation vectorielle d'Euler le long d'une ligne de vorticité (au lieu d'une ligne de courant)