# LP01 – Contacts entre deux solides-frottements

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

## Niveau :

## Commentaires du jury

## Bibliographie

✍ *Le nom du livre*, **l'auteur** [1] ⟶ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

## Prérequis

➢ Principe fondamental de la dynamique

➢ Oscillateur harmonique

➢ Portrait de phase

➢ Bilan de puissance

## Expériences

☕ Solides sur un plan incliné

☕ Palets en bois alignés/empilés

☕ collé-glissé ?

# Table des matières

## Jury

2017 Cette leçon gagne beaucoup à être illustrée par des **exemples concrets maîtrisés**. 2016 Cette leçon est l'occasion d'appliquer les lois de la **mécanique du solide**. 2015 Cette leçon est **souvent présentée à un niveau trop élémentaire**. La compréhension des **aspects microscopiques**. 2002 **L'énoncé des lois de Coulomb relatives au frottement de glissement est souvent incomplet**. **Il faut éviter la confusion entre puissance des actions subies par un des solides en contact, et puissance totale des actions de contact**. L'origine microscopique des actions de frottement mérite d'être évoquée.

Au programme de PCSI : Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation. Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.

## Préparation

Préparation : vérifier l'harmonie des notations, si a du temps, on peut faire du python pour le stick-slip.

Timing : On vise 8/12/10.

Plan : on peut mettre la partie énergétique sous transparent et en parler dans la partie collé-glissé.

Corona : on peut illustrer avec ce qu'on a dans la trousse.

Questions : arc-boutement (exemples), torseur (glisseur si moment nul en un point, couple si résultante nulle)

## Commentaires

Lorsque l'on définit les contacts il faut bien faire attention. En première approche on définit le contact ponctuel, linéique et surfacique. Mais cette approche est grossière pour plusieurs raisons : cela dépend à quelle échelle on se place (lors de l'approche microscopique il faut revenir dessus). On définit ensuite le point de contact I qui n'est bien défini que pour le contact ponctuel. Or par la suite on parlera également de contact surfacique dans les exemples, il faut donc pouvoir définir le point de contact dans ce cas là. On le prend au centre de la surface dans le cas d'un bloc homogène. Pour justifier cela il faut alors découper la surface en surfaces élémentaires dS (de taille mésoscopique cf partie microscopique) où l'on peut correctement définir le point de contact à chaque fois et on intègre ensuite sur toute la surface).

Même si la leçon porte sans doute davantage sur le frottement de "translation" il ne faut pas omettre d'évoquer la résistance au pivotement et la résistance au roulement. Le premier cas résulte d'une simple intégration faisant passer d'une force locale de frottement à un moment résultant, soit Mf = fNr où r est le rayon caractéristique du pivot.Les embouts d'axe reposant sur des paliers, pour des mécanismes de précision, d'horloge ou de montre mécanique par exemple, sont ainsi usinés en forme de pointe. Le second cas ne se situe pas dans le prolongement du frottement, il est lié à la déformation des surfaces en contact Comme remède contre le frottement, on peut effectivement citer l'utilisation de roulements à billes mais également celle de paliers fluides (ou paliers hydrodynamiques). Ce sont d'ailleurs les seuls utilisables à très haute vitesse de rotation.

## Ressources Laura

- Manip de Da Vinci illustration, pour illustrer limite Ft : http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/frotte2.html
- https://www.youtube.com/watch?v=F05bq6x_Tws
- Touver vidéos billard et bowling
- Expérience de Timochenko https://www.youtube.com/watch?v=WnAWSjMlTVo
- Au cas où le stick slip ça marche pas https://www.youtube.com/watch?v=4kY-v6mq8lA
- BUP 1 http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=11121
- BUP2 http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=19870

# Biblio

Calcul de collé glissé : BFR Méca 2, Sanz ancienne génération.

Lecture : BFR Méca 2, Sanz ancienne génération.

# Introduction

**Constats** On part de deux constats : il est plus difficile de marcher sur la patinoire que sur le sol et lorsqu'on frotte les mains, on sent que cela chauffe. Ces deux phénomènes mettent en jeu des contacts entre des solides.

**Expérience prix Nobel**
Quand on frotte les mains, cela chauffe

**Expérience introductive : plan incliné avec différents objets**
On montre la vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=3miOIZKKYHs. On voit que des objets "glisse plus facilement que d'autres sur la surface". On va préciser cette notion quantitativement dans la leçon. De manière assez contre intuitive, l'angle de glissement ne dépend pas de la masse.

**Les frottements au quotidien** Les effets du frottement solide se manifestent à tout instant dans notre vie quotidienne : c'est grâce au frottement que l'on peut marcher, rouler en voiture, coudre, skier, travailler à notre bureau sans que ce dernier ne glisse, tout comme les papiers qui s'y trouvent dessus.

**Objectif** On veut comprendre la modélisation dynamique et les implications énergétiques.

# 1 Modélisation du contact

## 1.1 Cinématique : Contact entre deux solides

✍ Sanz p.197
D'un point de vue macroscopique, dans les cas simples, on pourra se ramener à une description dans le cadre d'un contact ponctuel. On passe à un contact surfacique en intégrant.

**Contact parfait**. Pour décrire le contact, on prend deux solides $\Sigma_1$ et $\Sigma_2$ dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$. On peut dire qu'on prend le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$ galiléen pour toute la leçon. On suppose que le contact entre deux solides est une surface ou une ligne ou un point. On considère un point de contact en $I$. On définit une normale au plan $\mathbf{n_{12}}$. Il faut alors distinguer trois points différents :

- I
- $I_1 \in \Sigma_1$ confondu avec I à l'instant t. Il faut s'imaginer que ce point est attaché au solide $\Sigma_1$
- $I_2 \in \Sigma_2$ confondu avec I à l'instant t.

A priori ces trois points ont des trajectoires différentes dans $\mathcal{R}$. Cela nous permet de définir la vitesse de glissement $\mathbf{v_{gl}}$ au point I :

$$\vec{v_g}(\Sigma_1/\sigma_2) = \vec{v}(I_1|R) - \vec{v}(I_2|R) = \vec{v}(I_1|R_2) \tag{1}$$

Cette vitesse permet de déterminer si les deux systèmes glissent l'un par rapport à l'autre et est indépendante du choix de référentiel $R$.
Comme les solides ne peuvent pas s'interpénétrer, on a nécessairement que $\vec{v}_g$ est contenu dans le plan tangent au contact.

**Vitesse de glissement des solides** On a définit la vitesse de glissement en un point $I$. On suppose les solides indéformables. Tant qu'ils sont en contact et ne subissent pas de mouvement de rotation dans le repère $R$, $\vec{v}(I_1 \in S_1|R)$ ne dépend pas du choix de $I_1$, idem pour $S_2$. La vitesse de glissement ne dépend pas du point de contact $I$ choisi. On parle de vitesse de glissement des solides. On a fait le choix de ne pas traiter des mouvements de rotation, ce qui exclut les mouvements de roulement avec/sans glissement. On peut le mentionner ici, qu'on pourra aller plus loin dans une leçon ultérieure.

**Bonus : roulement sans glissement** Si on avait considéré un mouvement de rotation possible, on peut définit un vecteur rotation qui se décompose en un pivotement et un roulement.

*Maintenant que l'on a regardé comment décrire le mouvement de deux solides, on va s'intéresser à sa dynamique : quelles sont les forces qui s'appliquent sur les solides qui résultent du contact.*

## 1.2 Dynamique : Actions de contact

✍ Sanz p.265

**Modélisation par un torseur** L'action de contact est modélisé mathématiquement par une résultante (et un moment si on considère des mouvements de rotation). *(un torseur).* Le point d'application est le point de contact $I$. On décompose suivant l'axe normal et le plan tangent.

**Intégration et point d'application** Pour avoir la force globale sur une surface, il faut intégrer la force de contact en chaque point $I$ de la surface de contact $S$. Le point d'application est le centre géométrique $I$ de la surface de contact $S$. Pour justifier cela il faut alors découper la surface en surfaces élémentaires $dS$. On va préciser la taille mésoscopique dans la sous-partie des aspects microscopique où l'on peut correctement définir le point de contact à chaque fois et on intègre ensuite sur toute la surface).

**Interprétation de $\vec{N}_{1\to2}$, $\vec{T}_{1\to2}$** On appelle $\vec{N}_{1\to2}$ la réaction normale, $\vec{T}_{1\to2}$ est la force de frottement ou résistance au glissement. On doit avoir $\vec{R}_{1\to2} \cdot \vec{n}_{1\to2} > 0$. Si l'on a fait l'hypothèse d'un contact entre les solides et qu'il ressort du calcul que $\vec{R}_{1\to2} \cdot \vec{n}_{1\to2} < 0$ cela signifie que cette hypothèse est fausse et qu'il y a perte du contact. *Sauf si les solides sont de même nature et ont une grande surface de contact plane(deux glaces ou deux glaçons par exemple), on observe au contraire une réaction attractive, car les atomes appartenant aux deux solides peuvent se mêler intimement entre eux. Dans la suite, nous exclurons ce cas singulier de solides possédant de grandes surfaces lisses de contact.*

**Bonus : moments** On décompose $M_N$ le moment de résistance au pivotement et $M_T$ le moment de résistance au roulement). *La résistance au pivotement désigne l'ensemble des phénomènes qui s'opposent au mouvement de rotation d'une pièce autour d'un axe (ou arbre). Il est différent de la résistance au roulement qui concerne le mouvement d'une roue par rapport à son support. Le couple de freinage, ou encore le couple maximum transmissible d'un embrayage ou d'un limiteur de couple sont des cas particuliers de résistance au pivotement.*

**Bonus : approximation du contact ponctuel** Dans l'approximation du contact ponctuel, les forces de contact passent toutes près de $I$ donc le moment est nul.

**Origine microscopique de la réaction du support** Au niveau moléculaire, les atomes des deux solides ne peuvent s'interpénétrer *à cause de la répulsion de Pauli des nuages électroniques. A plus grande distance, les forces de Van der Waals sont attractives.* C'est l'origine de la réaction du support. *En réalité, cette répulsion se traduit par une déformation des solides due à la grande contrainte appliquée, et donc à une force due à la compression des solides, donnée par la loi de Hooke. Du coup il faut abandonner le modèle de solide indéformable pour expliquer l'origine de la réaction du support.*

*Explication de Pérez* : L'origine microscopique des forces de contact est de nature électromagnétique entre particules chargées ; en comprimant un solide sur un autre, on réduit les dimensions des zones de confinement des particules chargées qui constituent les solides. On montre alors que ces particules s'agitent davantage en cognant plus souvent les parois de ces zones (cf. Quantique). Les forces moyennes qui résultent à l'échelle macroscopique de la variation de quantité de mouvement, en un point $I$ de la surface de contact, sont alors bien décrites par les vecteurs $\mathbf{R}$ et $\mathbf{\Gamma}_l$

*On sait maintenant décrire les résultantes des actions ainsi que les objets cinématiques associés, un problème avec frottement est-il bien posé ?*

## 1.3 Un problème de frottement

✍ Sanz.

**Problème** On considère un patin sur un plan incliné. On repère la position du solide par l'abscisse $x$ de son centre de masse et on note sa masse $m$. On choisit un axe (Ox) parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné, orienté vers le bas et un axe (Oy) perpendiculaire au plan Projeter une figure. On repère la position du solide par l'abscisse $x$ de son centre de masse et on note sa masse $m$.

**Inconnues** On ne compte pas la position du centre d'inertie du palet comme une inconnue : le plan incliné est invariant horizontalement, les positions horizontales sont toutes équivalentes. De plus, le palet est supposé en contact et indéformable donc sa hauteur est $z = 0, \dot{z} = 0$. Les inconnues sont donc la vitesse horizontale du centre d'inertie $\dot{x}, \dot{y}$ (2), la réaction normale et la réaction tangentielle (3). Cela fait 5 inconnues scalaires.

**Equations** Le PFD donne 3 équations scalaires.

Dans le cas général, il nous manque une équation (équation constitutive) ou une hypothèse (ex : non-glissement $\dot{x} = \dot{y} = 0$) pour fermer le système

**Bonus : équilibre isostasique, hyperstatique** *D'ailleurs, même en absence de frottement ($f = 0$), les équations de la statique ne permettent pas toujours d'accéder aux inconnues de liaison. Si elles suffisent, on parle de système isostatique (équilibre d'un trépied), sinon le système est dit hyperstatique (équilibre d'un tabouret). Il faut alors faire appel à un modèle d'élasticité.*

*Historiquement, c'est par l'expérience que c'est construit le mouvement : Thémistius énoncait au 3e siècle avent JC : "Il est généralement plus facile d'accentuer le mouvement d'un corps que de mettre en mouvement un corps au repos". Ceci constitue une première approche, mais ne permet pas encore de relier les différents termes, Il faut pour cela attendre le 15e siècle.*

# 2 Lois phénoménologiques

## 2.1 Énoncé des loi d'Amontons-Coulomb

✍ Andreotti p.20, Sanz p.268

**Bonus : contact entre solides** our des particules suffisamment grosses, celles-ci sont dominées par la répulsion élastique (contact de Hertz pour les petites déformations dans le domaine élastique) et le frottement (lois de Coulomb).

**Historiques : expérience de Vinci** Les lois macroscopiques empiriques régissant la friction entre deux solides ont été établies à l'aide d'expériences de patins glissants sur un solide. Une première expérience réalisée par Léonard de Vinci est présentée sur diaporama ou avec ces vidéos : charge `https://www.youtube.com/watch?v=9w-ORd14Ucs#t=1m36s` et surface `https://www.youtube.com/watch?v=idYX7kkRqbs#t=1m38s`. Trois observations peuvent être faites sur ce dispositif :

- La force $F_{T_s}$ nécessaire pour mettre en mouvement les blocs est identique, que les blocs soient posés l'un à coté de l'autre ou l'un sur l'autre. $F_{Ts}$ est indépendante de la surface de contact.
- La force $F_{T_s}$ dépend linéairement de la force normale (ici le poids total des blocs
- La force de friction $F_{Td}$ mesurée une fois que le patin glisse est inférieure à la force $F_{T_s}$ nécessaire pour initier le mouvement.

Ces observations conduisent à la formulation suivante pour la friction entre deux solides, établies par Amontons en 1699 et Coulomb en 1785.

**Lois de Amontons-Coulomb (1785)** Considérons un patin posé sur un autre solide et sur lequel on applique une force normale et tangentielle. On note $\mathbf{R}_\mathrm{N}$ ( resp. $\mathbf{R_T}$) la réaction normale (resp. tangentielle) du plan sur le patin (figure 2.2b ). Les lois d'Amontons-Coulomb sont, pour des surfaces isotropes *Pour le bois cela peut dépendre de la direction à cause des fibres : l'anisotropie fait qu'on doit utiliser des tenseurs.* :

- Partant du repos où la vitesse de glissement $\vec{v}_g$ est nulle, il faut que la norme de la réaction tangentielle atteigne $|\mathbf{R_T}| = \mu_s |\mathbf{R_N}|$ pour mettre en mouvement le patin. Le facteur $\mu_s$ est le coefficient de friction statique entre les deux solides en contact. Tant qu'il n'y a pas mouvement, la réaction tangentielle $\mathbf{R_T}$, appelée aussi force de frottement, est a priori indéterminée. On a seulement l'inégalité $|\mathbf{R_T}| \leq \mu_s |\mathbf{R_N}|$ qui est vérifiée. *Cette inégalité est une condition de validité de cette hypothèse. Il faut la vérifier en fin de calcul pour tester la présence ou non de glissement.*

- Une fois le patin en mouvement, la norme de la force de frottement est égale à $|\mathbf{R_T}_d| = \mu_d\,|\mathbf{R_N}|$, où $\mu_d$ est le coefficient de friction dynamique. La force de frottement est alors dirigée dans le sens opposé à la vitesse du patin. *L'égalité $T = f_d N$ est une équation que l'on peut utiliser lorsqu'on fait l'hypothèse qu'il y a glissement. Pour utiliser ces lois il faut faire l'hypothèse que la vitesse de glissement est non nulle et prédire sa direction et son sens. Le calcul doit conduire à une vitesse de glissement dans le sens prévu et une composante tangentielle de sens opposé pour valider l'hypothèse.*

| Le coefficient de frottements est indépendant de l'étendue de la surface en jeu ! |
|---|

**Commentaires**

- Insister sur le fait que la force tangentille ne dépend que de la charge (force normale) et non la surface : cela avait été formulé par Amontons.
- C'est une relation sur les normes des forces. Au repos, rien n'est dit a priori ni sur le sens ni sur la direction de la composante tangentielle. On a juste une contrainte sous la forme d'une inégalité : sa norme est inférieure à une certaine valeur.
- $f_d < f_s$ . Cela se traduit concrètement par le fait que pour mettre en mouvement une lourde caisse posée sur le sol il faut exercer dans un premier une force horizontale donnée, mais qu'une fois que le mouvement est initié, pour maintenir une vitesse constante à la caisse, il faut exercer une force horizontale moins grande. *Cela a aussi comme conséquence que la force tangentielle est maximum à la mise en mouvement. Ainsi, il est plus avantageux de freiner par acoups.*
- Quand on résout des problèmes, on doit formuler des hypothèses.
- Les coefficients $\mu_s$ et $\mu_d$ sont des constantes ne dépendant que de la nature des matériaux en contact, avec typiquement **ODG:** $1 > \mu_s > \mu_d > 0,1$. *Mais on peut avoir $\mu > 1$ comme platine/platine*
- On remarque $\epsilon$ galement qu'en général $\frac{f_s - f_d}{f_s} \ll 1$, ce qui fait que très fréquemment on confond les deux valeurs. On ne parle alors que d'un coefficient de frottement $f$ qui est à la fois $f_s$ et $f_d$
- *Bonus : On peut généraliser les lois de Coulomb au frottement de roulement et de pivotement. Il suffit de remplacer $\mathbf{v}_{1/2}$ et $\mathbf{R}_t$, respectivement par $\mathbf{\Omega}_{1/2,t}$ et $\Gamma_{I,t}$ pour le frottement de roulement, et par $\mathbf{\Omega}_{1/2,n}$ et $\mathbf{\Gamma}_{I,n}$ pour le frottement de pivotement ; les facteurs de proportionnalité sont différents de $\mu$*

**Remarque sur le caractère phénoménologique** Cette description phénoménologique du frottement solide est particulièrement robuste et encore largement utilisée pour décrire de nombreux phénomènes. L'origine microscopique de ces lois est cependant non triviale. L'origine physique de ces forces à l'échelle microscopique est complexe et met en jeu de nombreux phénomènes, comme la géométrie des surfaces en contact à petite échelle, leurs états physico-chimique (charge électrique, oxydation, température, présence d'un film lubrifiant), ou encore les propriétés mécaniques locales des matériaux (élasticité, plasticité, fluage,etc.). Cela explique pourquoi c'est difficile de tabuler des valeurs précises. En effet, il y a beaucoup de paramètres en jeu : état de la surface, humidité, vieillissement géométrique (poser un solide longtemps $\neq$ le poser 1 seconde), lubrification. *L'étude du contact caoutchouc-bitume est décisive dans le choix des pneumatiques de véhicules. Une analyse détaillée montre que la dépendance $\mu(v_g)$, dans ce cas, n'est pas simple et qu'elle varie notablement avec la charge du véhicule et la pression de gonflage* Les lois de Coulomb permettent de ne pas entrer dans la description de tous ces mécanismes microscopiques. Il a fallu attendre les années 1950, avec les travaux de Bowden & Tabor (1950) pour voir apparaître une interprétation du frottement solide qui prenne en compte les propriétés physiques des matériaux en contact. On va en discuter un peu plus tard.

**Limites** ✍ Andreotti. Les lois du frottement solide, bien que vérifiant en première approximation les lois de Coulomb, sont en réalité plus complexes.

- Tout d'abord, la proportionnalité entre la force de frottement et la charge normale n'est plus vérifiée pour des très fortes charges et/ou pour des matériaux très mous. Dans ce cas, la force de friction sature vers une constante. Ce phénomène est bien connu des pilotes de Formule 1. *Il provient du fait que la rugosité des surfaces est alors totalement écrasée. L'aire réelle de contact est donc égale à l'aire apparente et ne dépend plus de la charge.*
- L'autre approximation concerne l'hypothèse des coefficients de friction $\mu_s$ et $\mu_d$ constants. Des phénomènes comme le vieillissement statique (augmentation de $\mu_s$ avec l'âge du contact ) ou l'affaiblissement cinétique (diminution de $\mu_d$ avec la vitesse de glissement) sont observés. Ils requièrent l'introduction de variables internes pour lur description.

*Pour un exemple ne non respect des lois de Coulomb : glissement à haute vitesse sur une surface lisse [R. Cross, Am.J.Phys. 2005].*

**Bonus : cas idéal sans frottement** On peut noter que la situation idéale, fréquemment rencontrée en exercice, d'un contact sans frottement est incluse dans les lois de Coulomb. Cela correspond à $f = 0$. En effet les lois de Coulomb impliquent alors nécessairement $\|\vec{T}\| = 0$ et donc $\vec{T} = 0$. Dès lors la réaction n'a qu'une composante normale.

**Application à la marche** Les frottements peuvent aller à l'encontre du mouvement mais peuvent être nécessaires au mouvement. Lors de la marche, les frottements fournissent une force motrice. Mais l'énergie est fournie par la puissance des forces intérieures (muscles). Il est plus facile de marcher sur le sol que sur la glace (en donnant odg).

## 2.2 Résolution de problème en cas statique, cône de frottement

✍ Sanz p.270

**Fermeture des équations** La loi de Coulomb ferme le système : soit il y a glissement et alors $T = fN$ (1) et $\vec{T} \propto -\vec{v}$ (1), ce qui fait bien 2 équations manquantes, soit il n'y a pas glissement et alors $\dot{x} = \dot{y} = 0$, ce qui fait bien 2 équations manquantes.

**Résolution statique : système, référentiel** On choisit un axe (Ox) parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné, orienté vers le bas et un axe (Oy) perpendiculaire au plan. Prendre garde aux notations. Le système est le solide par l'abscisse $x$ de son centre de masse et on note sa masse $m$. Le solide est fixe dans le référentiel du plan incliné.

**Bilan des forces** Le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction du plan incliné :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T} = N\vec{u}_y + T\vec{u}_x$$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au solide s'écrit :

$$m\vec{a}(G) = \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} m\ddot{x} = mg\sin\alpha + T \\ 0 = -mg\cos\alpha + N \end{cases}$$

**Résolution** Avec le PFD, on trouve :

$$T = -mg\sin\alpha \quad \text{et} \quad N = mg\cos\alpha$$

**Validation** : La condition $\|\vec{T}\| \leq f_s\|\vec{N}\|$ se traduit ici par $|mg\sin\alpha| \leq f|mg\cos\alpha|$, soit $\tan\alpha \leq f$, soit encore

$$\alpha \leq \alpha_l = \arctan f$$

**Conclusion** : si $\alpha \leq \alpha_l$, alors le solide posé sans vitesse initiale ne se mettra pas en mouvement.

On retrouve bien une observation de la première expérience. De plus la mesure de $\alpha_l$, angle maximum pour lequel le solide est immobile donne accès au coefficient de frottement puisque :

$$f = \tan\alpha_l$$

**Application : Mesure d'un coefficient de frottement** On peut utiliser cette technique pour mesurer des coefficients de frottement statique.

**Cône de frottement** La condition d'équilibre se traduit aussi par le fait que $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$ doit rester dans un cône d'angle $\alpha_l$.

**Application : arc-boutement** La condition de repos de dépend pas la masse de l'objet ! On revient à l'expérience introductive. Les alpinistes et les grimpeurs utilisent souvent des coinceurs pour s'assurer en en bloquant un dans une fissure. Beaucoup de ces dispositifs utilisent le principe de l'arc-boutement, à l'exemple du coinceur à deux cames représenté sur diaporama. Les pièces de ce dispositif ont une forme telle que plus on tire sur la tige, plus les cames appuient sur les parois, sans pour autant glisser car les angles des forces d'appui restent toujours inférieurs à l'angle d'adhérence défini plus haut.

**Bonus : cas de glissement** On fait l'hypothèse que le solide glisse vers le bas. La vitesse de glissement étant par hypothèse dans la direction et le sens de $\vec{u}_x$, la composante tangentielle de l'action de contact $\vec{T}$ est dans le sens de $-\vec{u}_x$ donc $T < 0$; de plus la relation $\|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$ s'ecrit : $|T| = f|N|$ L'équation (2) donne $N = mg\cos\alpha$, on en déduit $T = -|T| = -fmg\cos\alpha$ en reportant dans l' equation (1) on trouve alors : $\ddot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$; enfin en intégrant avec une vitesse initiale nulle on trouve :

$$\dot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t$$

Validation : il faut vérifier que la vitesse de glissement est bien vers le bas, or $\vec{v}_{g2/1} = \dot{x}\vec{u}_x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t\vec{u}_x$, il faut donc que : $\sin\alpha - f\cos\alpha > 0$ soit $\tan\alpha > f$ soit encore :

$$\alpha > \alpha_l = \arctan f$$

Conclusion : si $\alpha > \alpha_l$, le solide posé sans vitesse initiale se met à glisser vers le bas.

**Bonus : Méthode de Timochenko** Une méthode de détermination du facteur de frottement consiste à mesurer la période des oscillations horizontales d'une plaque qui repose sur des galets, c'est la méthode de Timochenko cette plaque est soumise à deux causes de mouvement antagonistes : l'une due au sens de rotation des galets, l'autre à l'action du poids d'une masselotte.

**Pavé sur plan incliné**
Manip : calcul de $f$ ?

## 2.3 Aspect énergétique

On peut déplacer cette partie dans le collé-glissé.

**Bilan de puissance** *Importance de préciser le système et les référentiels* On calculer la puissance totale $P_{tot} = P_1 + P_2$ développée par les efforts internes au système ($\Sigma_1$ et $\Sigma_2$) dont le mouvement est observé depuis le repère R s'écrit

$$\text{Puissance reçue par } \Sigma_1 : P_1 = \mathbf{R}_{2\to1}.\mathbf{v}_{\mathcal{R}}(I_1) \tag{2}$$

$$\text{Puissance reçue par } \Sigma_2 : P_2 = -\mathbf{R}_{2\to1}.\mathbf{v}_{\mathcal{R}}(I_2) \quad \text{Par principe d'action-réaction : } \quad \mathbf{R}_{2\to1} = \mathbf{R}(\Sigma_1 \to \Sigma_2) = -\mathbf{R}(\Sigma_2 \to \Sigma_1) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Bilan : } P_{tot} = P_1 + P_2 &= \mathbf{R}_{2\to1}.\left(\mathbf{v}_{\mathcal{R}}(I_1) - \mathbf{v}_{\mathcal{R}}(I_2)\right) && (4)\\ &= \left(\mathbf{N}_{2\to1} + \mathbf{T}_{2\to1}\right).\mathbf{v_{gl,1\to2}} = \mathbf{T}_{2\to1}.\mathbf{v_{gl,1\to2}} && (5)\\ &\leq 0 && (6) \end{aligned}$$

En fait, comme la vitesse de glissement ne dépend pas du repère $R$, la puissance est la même dans tout référentiel galiléen.

La puissance totale des forces mises en jeu dans un contact entre deux solides est nulle dans le cas du non glissement et négative dans le cas du glissement.

**Où va l'énergie** L'énergie est dissipée sous forme de chaleur. Applications : lorsqu'on frotte les mains cela chauffe, lorsqu'un poids lourd utilise ses freins, cela chauffe. **ODG:** todo : pour les freins par exemple.

**Résistance à la rotation** Même si la leçon porte sans doute davantage sur le frottement de "translation", on mentionne la résistance au pivotement et la résistance au roulement. Le premier cas résulte d'une simple intégration faisant passer d'une force locale de frottement à un moment résultant, soit $M_f = fNr$ où $r$ est le rayon caractéristique du pivot. Les embouts d'axe reposant sur des paliers, pour des mécanismes de précision, d'horloge ou de montre mécanique par exemple, sont ainsi usinés en forme de pointe.

**Limites du modèle** Le calcul nous dit qu'en roulement sans glissement, la puissance dissipée est nulle. On explique ainsi ce que l'expérience courante montre quotidiennement :il est plus facile de faire rouler un objet que de le faire glisser, d'où l'intérêt des véhicules à roues. Pourtant quand on fait rouler un ballon [manip], il finit par s'arrêter. On ne peut pas le comprendre à l'aide du modèle du contact ponctuel. Cela est dû au fait que le contact est surfacique. L'asymétrie des forces de pression lors du roulement [schema] crée des déformations du solide et du substrat qui dissipent de l'énergie.

> *Avant d'aller plus loin, il faut revenir sur les hypothèses que l'on a fait, et essayer de comprendre ce qu'il se passe au niveau du contact. L'hypothèse du contact parfait est évidement très forte.*

## 2.4 Approche microscopique

✍ Andreotti p.22 et BUP 822

*Pour expliquer pourquoi $\mu$ ne dépend pas de la charge, les ingrédients sont (i) contact sur des aspérités (ii) déformation plastique sur les aspérités (iii) adhérence et contrainte critique de cisaillement*

**Retour sur l'hypothèse du contact ponctuel** Premièrement, le contact ne peut pas être ponctuel, si on fait peser un objet de 1g sur la surface d'un atome, on obtient une pression de l'ordre de $1 \times 10^{18}$ Pa soit 5000x plus que la pression au centre du soleil ! Il y a forcément **déformation** au niveau du contact. Tous les contacts sont surfaciques.

**Echelle du contact, surface apparente** Cependant sur quelle échelle peut-on considérer qu'il y a contact ? En effet, si on pose deux cubes de verre l'un sur l'autre, on peut observer les zones de contact. On montre sur diapo la figure 2.3.b de Andreotti, avec photo. On constate ainsi que les surfaces sont en fait en contact par leur aspérités, qui ont un rayon entre **ODG:** 1 et 10 µm. Bowden et Tabor insistent sur le fait que la plupart des surfaces solides ne sont pas lisses mais présentent une certaine rugosité à l'échelle microscopique. Ainsi, lorsque deux solides sont placés l'un contre l'autre, le contact effectif a lieu uniquement au niveau des aspérités les plus hautes. La surface de contact réelle $S_r$ entre les deux solides est donc beaucoup plus petite que la surface de contact apparente $S_a$. Le contact entre deux solides est donc mésoscopique, la surface réelle de contact est bien plus faible que la surface totale : $S_{\text{réelle}} \ll S$.

**Ordre de grandeur de contrainte, déformation plastique** La conséquence de cette observation est que la contrainte normale moyenne $\sigma = F_N/S_r$ supportée par les aspérités en contact est beaucoup plus grande que si le contact était uniformément réparti. On fait un ordre de grandeur, avec les observations de Dieterich & Kilgore, 1994. Considérons deux blocs de Plexiglas, de surface 16mm $\times$ 16mm, pressés l'un contre l'autre par une force normale de 1000N . Dans ce cas, une observation précise de l'aire réelle de contact montre que $S_r \simeq 10^{-2} S_0$. La contrainte normale sur les aspérités a donc pour valeur $\sigma \simeq$ 400MPa, ce qui est de l'ordre de grandeur de la contrainte seuil de déformation plastique du Plexiglas.

**Conséquence, déformation plastique** Bowden et Tabor font alors l'hypothèse que cette contrainte normale est suffisamment grande pour déformer plastiquement les aspérités en contact. On a alors $\sigma$ = constante = $H$ où $H$ est la limite de plasticité en indentation du matériau. Si on regarde un graphe typique de relation contrainte-déformation, on peut faire l'approximation qu'au delà de la limite de plasticité, la contrainte est constante quelle que soit la déformation, **ODG:** 30 MPa pour le bois).

Cela donne donc l'expression de la surface de contact :

$$S_r = \frac{F_N}{H} \tag{7}$$

où $H$ est la valeur de la contrainte sur le plateau de plasticité.

$$S_r = \frac{F_N}{H}$$

| Résultat important : la véritable surface de contact est proportionnelle à la charge normale. |
|---|

**Joint solide, limite élastique en cisaillement, conclusion** Bowden et Tabor supposent ensuite que les aspérités en contact ainsi écrasées sont $\lll$ soudées $x$ et forment un "joint" solide. Pour faire glisser les deux surfaces l'une par rapport à l'autre, il faut donc appliquer une contrainte tangentielle au niveau des contacts $F_T/S_r$ égale à la limite élastique en cisaillement $\tau_c$ du matériau, soit

$$F_T = \tau_c S_r$$

En combinant les deux expressions précédentes, on trouve finalement que la force de frottement est

$$F_T = \frac{\tau_C}{H} F_N$$

Ce modèle simple permet d'expliquer la principale propriété de la force de frottement solide, à savoir la proportionnalité entre la force normale et la force tangentielle. Il permet également de relier le coefficient de friction $\mu$ aux propriétés mécaniques des matériaux en contact : $\mu = \tau_c/H \sim 1$. On a généralement $\frac{\tau_c}{H}$ entre 0.1 et 1 qui décrit qualitativement seulement le frottement mais n'est pas en accord quantitatif avec les mesures.

**Retour sur les matériaux mous** la proportionnalité entre la force de frottement et la charge normale n'est plus vérifiée pour des très fortes charges et/ou pour des matériaux très mous. Dans ce cas, la force de friction sature vers une constante. Ce phénomène est bien connu des pilotes de Formule 1. *Il provient du fait que la rugosité des surfaces est alors totalement écrasée. L'aire réelle de contact est donc égale à l'aire apparente et ne dépend plus de la charge.*

**Limites du modèle de Bowden et Tabor** En revanche, le modèle de Bowden et Tabor ne renseigne pas sur les phénomènes d'hystérésis observés, ni ne décrit dans le détail la distribution du nombre de contacts et de l'aire de chaque contact. Il ne donne pas non plus de renseignement sur les phénomènes physiques responsables du "soudage" $\tau_c$ à l'échelle du contact. Les limites des lois de Amontons-Coulomb, déjà énoncées, sont aussi celles du modèle de Bowden et Tabor.

**Pourquoi $f_s > f_d$ ?** Pour une autre visualisation du phénomène, on pourrait considérer un deuxième mécanisme régissant le frottement : On considère que le contact se fait par les aspérités, quand le solide va bouger, les aspérités vont se décaler les unes par rapport aux autres et agir, par déformation tangentielle cette fois-ci, les unes sur les autres. C'est le modèle de la brosse. *L'inégalité est renversé pour le contact platine/platine.*

BUP p.480 Les deux cas pour la voiture, permet de montrer les deux aspects du frottement : utile mais inutile.

*Comme on peut le voir, faire l'étude des frottements au niveau microscopique n'est pas évident. On va revenir au niveau macroscopique pour voir comment aborder un problème où les frottements sont prépondérants.*

# 3 Phénomène de collé-glissé

## 3.1 Problème et modélisation

✍ Andreotti p.24, BFR Mécanique 2 p.109 ou Dunod MP (2014) p104. Ce poly reprend Andreotti. La version Sanz est en capture d'écran.

**Présentation du collé-glissé**
On montre la vidéo du violon ; https://www.youtube.com/watch?v=F05bq6x_Tws puis celle de l'EPFL https://youtu.be/4kY-v6mq81A?t=48. On constate un effet de seuil. On tire un bloc de bois sur une plaque avec une force constante. On s'aperçoit que le mouvement est saccadé. Puisque les lois de Coulomb sont intrinsèquement à seuil, on pressent qu'on va pouvoir décrire ce phénomène.

**Autres occurences** C'est aussi ce qui se passe lors d'un grincement de porte ou d'un crissement de craie sur le tableau

**Système et référentiel, cadre** Le système est le patin solide de masse $m$. Le référentiel est celui du substrat. Le patin est relié à ressort de raideur K et tiré à vitesse constante (force constante dans la vidéo). On appelle $F_T$ la tension du ressort, $R_T$ la force de friction, et $F_N = mg$ la force normale, où $m$ est la masse du patin.

**Démarche** La démarche est très importante

- *Condition initiale* A l'instant $t = 0$, le ressort est au repos (allongement nul) et le patin à la position $X = 0$. On commence alors à tirer l'extrémité du ressort à la vitesse constante $V$. L'allongement du ressort est alors $\epsilon = Vt - X(t)$.
- *Phase de collé* On formule l'hypothèse de non-glissement : le patin est à l'arrêt. Le patin est à l'arrêt. L'allongement du ressort est $\epsilon = Vt - X(t) = Vt$. L'hypothèse d'arrêt n'est valable tant que la tension $F_T$ n'atteint pas la force critique $F_{T_c} = \mu_s F_N$. Cette force critique est atteinte à l'instant $t_1 = \mu_s F_N/(KV)$.
- *Phase de glissé* On formule l'hypothèse de glissement : le patin est en mouvement Le patin glisse et la force de friction est égale à $R_T = \mu_d F_N$ L'équation de la dynamique s'écrit alors
$$m\ddot{X} = \mathrm{K}\epsilon - \mu_d F_N$$
ce qui s'écrit en terme d'allongement
$$\ddot{\epsilon} + \frac{\mathrm{K}}{m}\epsilon = \frac{\mu_d}{m}F_N$$
C'est l'équation de l'oscillateur harmonique. L'allongement $\epsilon$ oscille donc à la fréquence $\sqrt{\mathrm{K}/m}$ autour de la valeur $\mu_d mg/\mathrm{K}$. Lors de cette oscillation le patin va repasser par la vitesse nulle (lorsque $\dot{\epsilon} = V$ ), et le système est alors renvoyé à la phase de collé.

**Description du mouvement** Le mouvement résultant est donc une succession d'étapes "collées" où le patin est à l'arrêt et où le ressort s'allonge, et d'étapes "glissées" où le patin avance. On dessine la courbe $\epsilon(t)$ ou $x(t)$ du Dunod/Andreotti ou une animation python.

**Résolution python**
On peut montrer la résolution Python (modification du script de l'agreg).

**Non-linéarité, seuil** On a là un exemple typique de phénomène nonlinéaire, puisque une oscillation apparait alors que le forçage est constant dans le temps. De plus, l'oscillation est non-harmonique *dite de relaxation.* Cette non-linéarité provient de la non-linéarité de la loi de Coulomb, qui contient intrinsèquement un seuil dans sa formulation.

**Bilan sur la démarche** Pour résoudre un problème de frottement solide :

- Formulation : on fait une hypothèse relative au mouvement du solide qui peut être soit le non glissement soit un glissement dans une direction et un sens précis.
- Exploitation : on traduit mathématiquement,compte tenu du paramétragedu problème,les conséquences de l'hypothèse.
- Résolution : on résout le problème posé dans le cadre de l'hypothèse. En fin de résolution on calcule, si cela n'a pas encore été fait, toutes les grandeurs qui interviennent dans les conditions à vérifier.
- Validation : on impose aux grandeurs calculées de vérifier les conditions de validité de l'hypothèse. On trouve ainsi la plage de valeur des paramètres pour lesquels cette hypo- thèse est la bonne. Il se peut que ces conditions soient impossibles, ce qui signifie que l'hypothèse choisie était mauvaise. Il arrive aussi qu'elles soient vérifiées mais unique- ment jusqu'à un certain instant ; dans ce cas il faut formuler une nouvelle hypothèse pour la suite du mouvement et reprendre la démarche d'hypothèse-validation.
- Conclusion : on tire une conclusion claire concernant l'hypothèse.

## 3.2 Portrait de phase

**Portrait de phase** On dessine le portrait de phase. Il est sur diaporama mais vaut mieux le faire au tableau.

**Bilan d'énergie** L'aire du cycle donne l'énergie dissipée par frottement par cycle !

**Bonus : diagramme (F,x)** Le diagramme (F,x) est un rectangle (je crois).

Le stick-slip vient du fait qu'il faut une force plus élevée pour faire "décoller" le bloc et qu'un force plus petite est suffisante pour le déplacer à vitesse constante.

**Origine mathématique de l'hystérésis** Pour le cas statique, les lois d'Amonotons-Coulomb donnent une inégalité et le système d'équations n'est donc pas fermé. En fait, il faut connaître l'histoire du système pour résoudre le problème : c'est l'origine mathématique de l'hystérésis.

## 3.3 Applications

**Applications quotidiennes** Le mouvement périodique de "stick slip" est à l'origine des grincements de portes, de craie, des sons harmonieux générés par les instruments à cordes frottées comme le violon. On le rencontre aussi dans le crissement des pneus de voiture lors d'un freinage et le bruit lors du décollement d'un scotch.

**Tremblements de Terre** ✍ Andreotti. A une échelle beaucoup plus grande, le phénomène de "stick slip" fournit un modèle très simplifié pour expliquer les tremblements de terre. L'équivalent de l'interface patin/plan correspond au contact entre deux plaques tectoniques le long d'une faille. L'analogue du forçage à vitesse constante est la lente dérive des continents. Tant que la contrainte tangentielle entre les plaques n'atteint pas le seuil de friction statique, les deux lèvres de la faille restent plaquées l'une contre l'autre et de l'énergie élastique s'accumule dans la croute terrestre, qui joue le rôle du ressort. Lorsque le seuil de frottement statique est atteint, l'énergie est brutalement relâchée sous forme d'ondes sismiques car le coefficient de friction dynamique est plus faible que le frottement statique.

**Bonus : stick-slip nanométrique** On a observé du stick-slip à l'échelle des atomes avec le microscope à force atomique. Lorsque la pointe avance sur une surface, elle a un mouvement de stick-slip, qu'on attribue à "periodic phase transitions between ordered static and disordered kinetic states (cf. Adhesion in Solids, McClelland et al.)

# Conclusion

- Les lois de Coulomb ferment le système d'équations. Pour résoudre un problème de frottement, il faut émettre des hypothèses et les vérifier.
- Dynamiquement, les lois sont non-linéaire. On obtient des oscillations de relaxations dues à la différence entre $\mu_s$ et $\mu_d$.
- Energétiquement, les frottements sont sources de dissipation.Selon les ingénieurs de Nissan Motors, une diminution de quelques centièmes des facteurs de frottement qui règnent dans les zones les plus sollicitées des moteurs permettrait de réduire de 5 % la consommation de carburants, qui, extrapolée au niveau mondial, ferait économiser trente milliards de litres de carburants.
- Les lois de Coulomb sont phénoménologiques, l'étude théorique et la modélisation de la réalité microscopique des frottements est difficile, la tribologie (science qui les étudie) est largement expérimentale et encore en plein développement.
- L'étude du contact entre deux solides peut se continuer par l'étude des milieux granulaires qui repose en partie sur la modélisation de ces forces de contact et de leur modélisation.

# Compléments/Questions

## Questions

- Difficulté pour les élèves ? ✍ BUP 822 Savoir qu'il y a une composante normale et une composante tangentielle pour la force du support. Avoir du mal avec le fait que la force de frottement peut être orientée dans le sens du mouvement (marche, roue motrice). *Pour trouver le sens, il faut imaginer le mouvement sans frottement et la force y sera opposée. Pour une sphère sur un plan, tirée par une force constante, le sens dépend de la hauteur du point d'application de la force.*
- Doit-on prendre en compte le frottement lié au moment de pivotement lors du freinage d'une voiture ? (Si on incline les pneus ?) Ça veut dire quoi qu'une voiture dérape ? Il y a glissement. Les lois de Amontons-Coulomb permettent-elles à elles seules de décrire la physique de la tuture ? $\mu$ dépend de la vitesse de glissement. Qu'est-ce qui permet le freinage dans une voiture ? Pourquoi dit-on qu'il faut freiner par acoups ? (coefficient statique est plus grand que le coefficient dynamique ?) Comment relier cela à la leçon ?
- Comment évolue le frottement avec le vieillissement ? Quel est l'impact du vieillissement sur les coef- ficients de frottement statique et dynamique ? Comment varie la surface réelle de contact ?
- Comment estime-t-on la surface de contact des mains à 200 cm 2 ?
- L'un des deux modèles (de Hertz ou de Tabor) est-il plus valable que l'autre ?
- Comment différencie-t-on les comportements élastique et plastique ?
- Décrire l'évolution de la contrainte avec la déformation relative.
- Quel est l'ordre de grandeur de la différence entre les surfaces réelle et apparente de contact ?
- Détailler le décompte des équations conduisant à la nécessité de lois phénoménologiques.
- Où se trouve le point d'application de la force de contact ?
- Dans l'expérience du bloc qui se met à glisser quand on incline le plan incliné, que pourrait-il se passer d'autre que le glissement ?
- Dans l'expérience de De Vinci, comment pourrait-on exercer la force ?
- Est-il possible d'avoir un coefficient de frottement supérieur à 1 ? Oui pour les surfaces qui accrochent beaucoup.
- Comment oriente-t-on la réaction du support sur le schéma de l'expérience du bloc en bois qui se met à glisser quand le plan est suffisamment incliné ?
- Lors de la présentation, on a vu le bloc de bois glisser un peu puis s'arrêter avec de recommencer à glisser. À quel instant définit-on expérimentalement que le bloc glisse ?
- Comment évolue le coefficient de frottement dynamique avec la vitesse de glissement ?

- Pourquoi qualifie-t-on l'oscillateur de non linéaire ?
- Quelle est l'allure du portrait de phase de l'oscillateur amorti ? Cela spirale vers le centre mais cela s'arrête génériquement à $dx/dt = 0$ mais $x \neq 0$ (pas à l'origine), c'est la particularité des frottements solides.
- Comment se traduit la décroissance linéaire du frottement solide sur le portrait de phase ? Que se passerait-il avec un frottement fluide ?
- Peut-on expliquer sans calculs l'alternance de collage et glissement dans l'expérience de la règle ?
- Dans l'expérience de Timochenko, que se passe-t-il si les cylindres tournent en sens inverse ?
- Est-ce que la réaction normale peut changer de signe ? Non sinon il y aurait rupture du contact.
- Comment Léonard de Vinci a pu mesurer la force qu'il a appliqué ? Avec un système de poulies et de masses calibrées.
- Pourquoi a-t-on physiquement une force normale et une force tangentielle ? La force normale permet à un objet de ne pas pénétrer dans le support. Si on fait rouler une craie sur la table elle s'arrête, on comprend bien qu'il faut une force qui freine la craie et cette force est tangentielle.
- Peut-on réellement parler de contact ponctuel ? Non le contact ponctuel est un modèle comme le contact linéique car la surface de contact sera toujours une surface.
- Quel est le principe de la lubrification ? Cela consiste à placer une fine couche de liquide (en général une huile) entre deux solides afin de réduire le frottement entre deux solides. Cela est utilisé dans toutes les liaisons pivots autour de nous : gonds d'une porte, tous les moteurs...
- Comment évolue le coefficient de frottement dynamique en fonction de la vitesse de glissement ? La réponse n'est pas simple. Si on considère des métaux assez lisse alors on comprend bien que le coefficient de frottement dynamique diminue avec la vitesse de glissement jusqu'à atteindre un pallier (modèle des cils). Certains matériaux voit plutôt une augmentation (polymères) et dans le cas de la lubrification on peut avoir une décroissance puis une croissance jusqu'à un plateau.
- La loi d'Ammontons-Coulomb stipule que le frottement ne dépend pas de la surface, or lorsqu'on augmente la surface de contact on augmente les rugosités, pourquoi on ne frotte pas plus ? La répartition du poids n'est pas la même. Si on augmente la surface on a plus de rugosités mais la pression du solide 1 sur le solide 2 est plus faible et les rugosités "accrochent" moins. Les deux effets se compensent.
- Commenter la courbe contrainte-déformation. Dans le cas d'une déformation élastique la contrainte et proportionnelle à la déformation relative (Loi de Hooke), cette déforma- tion est réversible. Puis la courbe s'incurve et on passe dans le domaine plastique avant la rupture (si rupture il y a). Dans le domaine plastique, si on relâche la contrainte on se retrouve avec une déformation résiduelle : processus non réversible.
- Notions sur les torseurs : c'est quoi un torseur à force nulle ? Un couple. C'est quoi un torseur sans moment ? Un glisseur.

Modèle des brosses ? Lien entre les forces de contact et leur moment ? Est-ce qu'un contact ponctuel a nécessairement pas de moment ? Sur Figure2 du poly de Thomas, rajouter des informations sur le solide en mouvement (sens,direction du solide S1). Les solides S1 et S2 sont isolés, où va la puissance dissipée ? L'énergie dissipée par les actions de frottement est convertie en énergie thermique. Définition du point de contact I pour un contact non ponctuel ? Amontons-Coulomb est phénoménologique ?

Vous avez défini I1 et I2 mais sur le dessin vous montrez un I, quel lien vous faites entre tous ces I ? Vous avez appelé I le point de coïncidence, vous auriez un autre nom à donner ? Vous avez dit que le contact ponctuel était un cas idéal, pourquoi ? Qu'est ce que ça entraîne sur le contact entre les solides ? Vous pouvez m'expliquer rapidement comment on en vient à l'expression de la condition de roulement sans glissement (exo) ? Dans votre raisonnement vous avez négligé plein de source de frottements, lesquels ? Et par exemple au niveau de l'axe de rotation de la roue ça donne quoi ? Liaisons parfaites oui, mais ça donne quoi au niveau des moments ? Votre TMC, vous le faites dans quel référentiel ? Il est galiléen ce référentiel ? Il faudrait ajouter le moment de quelle force ? Pourquoi on l'ajoute pas ?

Hystérésis (2017)

**Différence entre le coefficient de frottement $\mu$ de glissement dans le cas où $v_g = 0$ et $v_g \neq 0$ ? Citer des applications du phénomène d'arc-boutement ? Quel est le coefficient de frottement le plus élevé : statique ou dynamique ? Au niveau microscopique, ayant parlé des irrégularités des surfaces de contact rendant complexe la modélisation des phénomènes, on m'a demandé à quelle échelle il s'agissait de raisonner. Ayant parlé de l'utilisation de couche lubrifiante pour limiter les frottements, on m'a demandé de préciser. Question sur le cas d'une roue en rotation sur un plan horizontal.**

## Compléments

**Arc-boutement** : BFR méca du solide p128, Hprépa p99. Le phénomène d'arc-boutement se produit dans un système mécanique lorsque la configuration de celui-ci est telle que l'adhérence empêche tout mouvement et maintient donc l'équilibre, quelle que soit l'intensité des actions mécaniques extérieures. Un exemple classique et connu de tous est celui du tiroir de commode qui se met légèrement en biais et se « coince » lorsque l'on veut le refermer. Chacun sait que ce n'est pas en poussant plus fort que l'on peut atteindre le but recherché. L'expérience personnelle indique que le tiroir s'immobilise d'autant plus facilement que son guidage est moins profond que large, que le tiroir est chargé d'un seul côté, que l'on ne pousse pas dans l'axe, etc.

De nombreux outils, mécanismes ou dispositifs, comme la clé du plombier ou le serre-joint du menuisier, utilisent l'arc-boutement pour assurer l'immobilisation de certains éléments. Le résultat, selon lequel le solide S ne glisse pas sur le plan incliné pourvu que l'angle du plan soit inférieur à l'angle de frottement $\phi_s$ , est connu sous le nom d'effet arc-boutement. La condition d'arc-boutement ne fait pas intervenir la masse du solide, ce que confirme approximativement l'expérience. Applications : cela permet d'expliquer qu'une vis ne se desserre pas spontanément, si l'angle des pas des vis est choisi plus faible que $\phi_s$, les arcs cintrés des cathédrales

**L'expérience de Léonard de Vinci** ✍ Andreotti. 3 observations

- La force nécessaire pour mettre en mouvement est identique dans les configuration "empilée" et "queueleuleu". Celle-ci ne dépend pas de la surface de contact.
- La force critique dépend linéairement de la force normale (ici poids total des blocs).
- La force de friction mesurée une fois que le patin glisse est inférieure à celle statique limite.

**Modèle des brosses** ✍ BUP 822. Intérêt prédagogique : on peut trouver facilement le sens de la force de frottement. Il rend compte de la dissipation (qualitativement, seulement), ainsi que de l'hys- térèse. Il propose modestement une illustration du processus de conversion de l'énergie macrocopique en énergie microscopique par descente irréversible d'échelle (phonons, température).

**Roue motrice** ✍ Pérez p.338 La montée n'est possible que si

- L'adhérence $f_s$ est suffisamment grande. La bonne valeur de $f_s$, dans le contact caoutchouc-bitume $f_s \sim 0,6$), explique la relative facilité avec laquelle un camion avec remorque franchit une rampe inclinée. De ce point de vue, le contact acier-acier dans le transport par voie ferrée $f_s \sim 0,2$ est un handicap pour obtenir une grande force de traction, alors qu'il est énergétiquement avantageux.
- La masse m des roues motrices est suffisamment grande ; c'est ce qui est réalisé dans les trains de montagnes qui sont équipés de deux locomotives, non pour aller plus vite mais pour augmenter la masse des roues motrices.
- Le couple moteur n'est pas trop grand, sinon il y a glissement et les roues patinent.

Remarque : L'analyse des équations du mouvement montre que la force de frottement est, dans le cas d'une roue motrice, dirigée dans le sens du mouvement. Bien que ce soit elle qui, en dernier lieu, permette la montée,il convient là aussi de ne pas lui attribuer un rôle autre que celui d'un intermédiaire passif : le rôle actif est évidemment joué par le couple-moteur.

**Contact de Hertz** C'est la répulsion élastique entre deux sphères en contact. Avec l'hypothèse de sphères parfaites, éleastiques, lisses (pas de frottement), on peut utiliser l'analyse dimensionnelle pour trouver une loi d'échelle (cf. fiche écrite ou Andreotti). We note that the Hertz contact force does not depend linearly on the depth of indentation $\delta$, although the bodies are elastic. La non-linéarité est un effet géométrique. This is due to the increase of the contact area as the force increases. **ODG:** $\delta \sim 0.1$ $\mu$m.

**Application du contact de Hertz pour le temps de collision élastique** ✍ Andreotti. On équilibre l'énergie cinétique avec l'énergie élastique $E \sim F\delta$ associée à la profondeur de pénétration $\delta$, en utilisant le modèle de contact de Hertz. Le temps de collision est $t = \delta/v$. **ODG:** 10 $\mu$s.

**Collisions inélastiques** Les sources de pertes sont : (i) pertes viscoélastiques (ii) déformation plastique (iii) émission ondes sonores.

**Modèle de Bowden et Tabor** ✍ Andreotti p20. *Les ingrédients sont (i) contact sur des aspérités (ii) déformation plastique sur les aspérités* Bowden and Tabor emphasize that most solid surfaces are not perfectly smooth but have a certain roughness at the microscopic level. Thus, when two solids are placed against each other, only the highest asperities are put into contact (Fig. 2.3, Andreotti). The actual contact area $S_r$ is then much smaller than the apparent contact area $S_a$ , meaning that the actual normal stress sustained by the asperities $\sigma = F_N/S_r$ is much larger than that expected if the load were evenly distributed. Bowden and Tabor then assume that this contact stress is so large that asperities in contact are plastically deformed. The normal stress at contact is then constant, $\sigma = H$, giving

$$S_r = \frac{F_N}{H} \tag{8}$$

où $H$ est la valeur de la contrainte sur le plateau de plasticité. Résultat important : **la véritable surface de contact est proportionnelle à la charge**.

In a second step, Bowden and Tabor assume that the squeezed asperities in contact are 'welded' to form a 'solid' joint. A critical shear stress $\tau_c$ is therefore needed in order to 'break' these joints and slide the two surfaces against one another. The tangential friction force needed to put the two blocks into motion is then

$$F_T = \tau_c S_r = \frac{\tau_c}{H} F_N \tag{9}$$

This simple model thus explain the main property of solid friction, namely the proportionality between the friction force and the normal load. The friction coefficient $f = \tau_c/H$ is also given in terms of the mechanical properties of the interface.

**Résistance au pivottement**. Cela résulte d'une simple intégration faisant passer d'une force locale de frottement à un moment résultant, soit $M_f = f_s N R$ où $R$ est le rayon caractéristique du pivot. Les embouts d'axe reposant sur des paliers, pour des mécanismes de précision, d'horloge ou de montre mécanique par exemple, sont ainsi usinés en forme de pointe.

**Résistance au roulement**. ✍ Andreotti Physically, the origin of this resistance to rolling comes from the asymmetry of the contact area between the bead and the plane, when a torque is applied to the sphere (Fig. 2.6(b)). The asymmetry is related to the dissipation in the contact zone (e.g. viscoelasticity, plasticity), which creates a hysteresis between the compression and extension forces at contact. All these mechanisms induce a shift forwards of the point of application of the normal reaction force by a distance $\delta_r$ , which induces a reaction torque $M_r = \delta_r RN$. The coefficient of rolling friction is then related to the shift $\delta_r$ by $\mu_r = \delta_r/R$. This relation explains why the coefficient of rolling friction is very small, since $\delta_r \sim a$ (the contact size) and $a \ll R$.

**Vieillissement d'un contact** En pratique, on observe que le coefficient d'adhérence croît lentement (mais de façon prolongée) avec le temps. Cet effet peut avoir de nombreuses origines physiques, comme chimiques. On peut citer, par exemple, le fluage ou le pontage capillaire (phénomène de grande importance dans les milieux granulaires). On peut d'ailleurs interpréter comme une conséquence du vieillissement, ici sur des temps courts, l'écart entre les coefficients d'adhérence et de frottement.

**Remèdes contre le frottement** On peut utiliser des (i) roulements à billes (au lieu d'avoir de la friction de Coulomb, on a de la friction de roulement, plus faible). On en trouve dans les mixeurs, dans les lecteurs DVD, dans les trottinettes, dans les cigarettes électroniques, dans les machines à laver, téléscope spatial Hubble... (ii) paliers fluides ou paliers hydrodynamiques. Un film mince de fluide sous pression sépare les surfaces en mouvement relatif. Ce sont d'ailleurs les seuls utilisables à très haute vitesse de rotation.

**Reptation thermique** sur un plan incliné : influences conjuguées de la dilation thermique, de l'adhérence et du glissement. ? ? ? ?

**Fluage** Le fluage (en anglais : creep) est le phénomène physique qui provoque la déformation irréversible différée (c'est-à-dire non-instantanée) d'un matériau soumis à une contrainte constante, inférieure à la limite d'élasticité du matériau, pendant une durée suffisante. Le fluage ainsi que la relaxation de contrainte sont deux méthodes en quasi statique de caractérisation des matériaux visqueux (cas du béton).

**Milieux granulaires** Le coefficient de frottement est modifié par un facteur géométrique, lié à la disposition géométrique des grains.

**Expérience de Sommerfeld (la règle)** Le TMC au centre de masse au centre de masse donne que le point d'appui le plus proche du centre de masse exerce la plus grande force normale. Donc il s'arrête plus facilement de glisser que l'autre.

## Biblio bonus

Pour toujours plus de biblio :
Complet : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00002808/document
Aussi complet : https://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Mod%C3%A9lisation_des_actions_de_contact

Il existe un phénomène analogue à la superfluidité due à l'incommensurabilité de deux surfaces.
Adhérence des pneu (fig 9 et 10)https://www.techniques-ingenieur.fr/res/pdf/encyclopedia/42467210-tri4650.pdf

# 4 Passage

Intro : frottement solide dans la vie quotidienne : marcher à pied est possible grâce aux frottements solides, rouler en voiture, corde de violon.

I/ 1) diapo pour les différents types de contacts. Plan, linéaire, ponctuels. Cas idéaux car les solides sont déformables en vrai. 2) Schéma de deux solides en contact (sphères). Représentation des actions de contact. Décomposition en composantes dans le plan/orthogonale au plan pour les forces et les moments. Définition du moment de pivotement ex : toupie) et du moment de roulement (ex : roue). TMC à un solide. Exemple : cas de la toupie, le moment de pivotement freine la rotation de la toupie. Problème de considérer un contact ponctuel.

**Expérience plaque penchée :** plaques sur planches en bois. On part de l'horizontale et on incline graduellement la planche. L'un se met à glisser plus tôt que l'autre. Quand un solide se met à glisser, on peut baisser légèrement la planche et il continue de glisser. On peut revenir dessus pour faire un peu de quantitatif et mesurer les coefs de frottement avec l'angle limite de frottement.

**Expérience du patin de Leonard de Vinci :** Mesure de la masse de grains de sable nécessaire pour mettre en mouvement. Comparer entre solides alignés horizontalement ou empilés. Erreurs : à coups dans le versage, différence entre les patins. Mais loin d'avoir une masse nécessaire proportionnelle à la surface.. Coef. de

Application du cône de frottement : une personne qui monte une échelle a le plus de chance de tomber quand il arrive en haut de l'échelle (il quittte le cône de frottement).

Origine fondamentale du frottement (avec une interaction fondamentale) : répulsion électrostatique.

Cinématique. (2018). Définition de $I_1$, $I_2$, I, vitesse de glissement.

Historique : Léonard de Vinci a déterminé au XIV e siècle des lois du frottement entre deux solides en réalisant des expériences de glissement de patin. (iv) observations : Les masses ne se déplacent qu'à partir d'une certaine force F T appliquée sur la corde. Dans les deux situations, F T est identique. Ainsi, F T est indépendante de la surface de contact. F T est proportionnelle à la charge normale (ici, l'opposé du poids). Une fois le mouvement initié, la force nécessaire à entretenir le mouvement est inférieure à la force nécessaire pour l'initier.

Deux siècles plus tard, Amontons puis Coulomb ont formulé des lois du frottement, toujours à partir d'expériences de glissement de patins sur un plan.

Amontons-coulomb : loi sur les normes. **ODG:** avec tableau de valeurs (bois/fer...). Entre $10^{-2}$ et 1 plutôt que entre 0 et 1. Intepretation géométrique avec le cône de frottement.

Aspect énergétique. Puissance dissipée (pour 1, pour 2, pour la puissance totale des actions de contact). Indépendance par rapport à la convention.

Années précédentes : boule de billard (TD), collé-glissé.