LP24 – Ondes progressives, ondes stationnaires

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

- ✍ *Vibrations et phénomènes de propagation, Tome2, Ondes*, **J-P Mathieu** ⟶ cette année
- ✍ *Cours de physique, Tome 3* , **Berkeley** ⟶ cette année
- ✍ *Physique des ondes*, **Olivier** ⟶ 2014
- ✍ *Physique spé PC et electricité*, **Grécias** ⟶ 2014
- ✍ *Ondes mécanique et diffusion*, **Garing** ⟶
- ✍ *Ondes*, **Hprépa** ⟶
- ✍ *BUP 649*, ⟶
- ✍ , ⟶

Prérequis

- ➢ Électricité : loi des mailles et des nœuds
- ➢ Analyse de Fourier

Expériences

- Biréfringence du quartz

Table des matières

Jury

2015 : Les candidats doivent être attentifs à bien équilibrer leur exposé entre ces deux familles d'ondes qui, d'ailleurs, **ne s'excluent pas entre elles.** 2014 : À l'occasion de cette leçon, le jury tient à rappeler une évidence : avec un tel titre, la leçon doit être **équilibrée** et ne peut en aucun cas se limiter pour l'essentiel aux ondes progressives. Jusqu'en 2013, le titre était : Exemples de phénomènes de propagation unidimensionnels. Ondes progressives, ondes stationnaires. Aspects énergétiques. 2009 : Il est important de savoir **justifier la forme générale** d'une onde progressive et d'une onde stationnaire. Si la notion d'impédance est utilisée, il faut préciser pour quel type d'onde elle s'applique. 2008 : Les **notions d'impédance** sont rarement maîtrisées. **Un milieu unidimensionnel peut aussi être dispersif** alors que les candidats n'envisagent trop souvent que des signaux monochromatiques. 2006 : Pour éviter de répéter de lourds calculs, il est recommandé de développer les **analogies** entre les différents exemples. Il faut également consacrer du temps à des notions plus concrètes ainsi qu'à **l'aspect énergétique**, souvent sacrifié.

Préparation

Ressources : animations ondes https://www.acs.psu.edu/drussell/demos.html

Biblio : fiche manuscrite (onde 1, onde A coaxial) + brébec + garing corde pincée/frappée.

Préparation : leçon type prépa, le sanz est bien, il faut bien définir tout et avoir à l'esprit que les étudiants les voit pour la première fois.

Plan : câble coaxial plus mystérieux mais applicable en TP, la corde est plus proche de l'intuition, on définit l'impédance mais on ne l'utilise pas, on peut sauter pour parler plus de résonance. Où dire qu'on confond vitesse de phase et vitesse de groupe ?

Manip : corde de melde et câble coaxial.

Passage : La pédagogie/clarté sont très importants. Faire des bons schémas. Ecrire la partie résonance sur transparent au cas où.

Questions : ondes sphériques 3d, justif forme (cf. fiche), tout sur le câble coaxial (ma fiche), les ondes guidées, expressions de Γ et Λ

Ressources

- Vidéo youtube sur la propagation dans une corde https://www.youtube.com/watch?v=klN2-bCzJb4

Biblio

Brebec (HPrepa), Physique des ondes d'Olivier, BUP 649, J.A. Elliott Intrinsic nonlinear effects in vibrating strings, AJP, Nonlinear resonance in vibrating strings, AJP. F. S. Crawford Jr, « Ondes ; volume 3 du cours de physique de Berkeley. », Armand Colin collection U, un grand classique, à toujours consulter. J. Bruneaux et J. Matricon, « Vibrations, ondes », Ellipses, L2-L3 Universités-Ecoles d'ingénieurs, un survol intéressant de tous les phénomènes ondulatoires. A.B. Pippard, « The physics of vibration », Omnibus Cambridge. La bible des phénomènes ondulatoires (tout type de phénomènes y compris les résonances paramétriques...), à consulter sans ménagement.

Introduction

La physique des ondes est un domaine riche et pluridisciplinaire : des ondes acoustiques pour comuniquer à l'oral, des ondes électromagnétiques pour la radio, internet, des ondes à la surface de l'eau quand on jette un caillou, mais aussi des ondes en mécanique quantique.

Propagation dans une corde
On montre la vidéo :https://youtu.be/klN2-bCzJb4?t=14. Une déformation de la corde se propage.

Propagation dans un câble coaxial
✍ MP 23
Présentation On montre la vidéo : https://youtu.be/5lCQCcgIIXw?t=194. On utilise un câble coaxial de 50m. Il faut choisir une impulsion suffisamment courte pour distinguer les signaux aller et retour (pas de chevauchement). En diminuant le rapport cyclique, on observe bien le signal aller et le signal retour. On observe un retard, alors qu'en régime permanent ou en ARQS globale, les retards n'existent pas. *L'impulsion est déformée : il y a eu dispersion et absorption. On aurait pu prendre une pulse sinusoidal pour avoir moins de dispersion.*

Mesure L'expérimentateur mesure un délai de 516 ns pour un temps de parcours de 100 m/s, soit $2 \cdot 10^8$m/s. *Ce n'est pas c dans le vide car le diélectrique a un indice optique $n > 1$.*

Définition : onde Informellement, une onde est la propagation d'une perturbation, qui peut transporte de l'énergie mais sans transporter de matière, à l'échelle macroscopique. *Les ondes de matières ? C'est un peu particulier.*

Objectifs On va étudier la propagation du signal dans les câbles coaxiaux, couramment utilisés en TP. On se limite aux milieux 1D.

1 Phénomènes ondulatoires, équation de d'Alembert

1.1 Propagation dans un câble coaxial

✍ fiche écrite.
Présentation du câble coaxial Photo, schéma, structure, applications. Ce type de câble relie, par exemple, un poste de télévision à l'antenne réceptrice ou des ordinateurs montés en réseau.

Origine de la propagation Le courant et la tension en entrainement l'apparition d'un courant et d'une tension en $x + dx$.

Les variations spatiale et temporelle de deux grandeurs, qui sont couplées, s'entretiennent mutuellement.

Approche du problème On va plutôt étudier un modèle électrocinétique dit à constantes réparties. Un modèle plus fondamental qui justifierait celui-là est l'approche EM, en calculant les champs avec des conditions limites.

Hypothèses du modèle électrocinétique ARQS magnétique (local, sur une tranche mésoscopique, mais pas globale *i.e.* à l'échelle du câble), pas de dissipation, interprétation des constantes Γ, Λ.

Justification des hypothèses ARQS valable localement ? Pas de dissipation : le signal s'atténue "peu" sur la distance considérée **ODG:** sur la vidéo introductive, moins de 10% sur 100m.

Equations de couplage, équation de d'Alembert 1D C'est une équation aux dérivées partielles. Il faut préciser CI et CL. Elle est linéaire. Elle est invariante par renversement du temps. *C'est une équations d'ondes, mais il y en a d'autres : Klein-Gordon (plasma, guide d'onde), Schrödinger, Shrödinger NL, Burgers (embouteillages), télégraphistes*

Définition d'une onde [regarder Taillet ?] Champ scalaire ou vectoriel obéissant à une équation aux dérivées partielles couplant l'espace et le temps *et la diffusion ? : préciser réversible. C'est un peu large : cela englobe toute la physique des milieux continus.*

Vitesse de propagation

Il n'y a qu'un seul paramètre dans cette équation. Donc une seule manière de relier une longueur et un temps. Si cette équation décrit une onde qui se propage à une certaine célérité, c'est nécessairement celle là. Dans d'autres problème, il faut distinguer plusieurs vitesses *(groupe/phase)*.

Ordres de grandeur Câble de TP. C'est proche de c car l'indice du milieu est proche de 1. En fait, Γ et Λ viennent d'une étude électromagnétique et sont liés, on ne peut pas les choisir pour dépasser la vitesse de la lumière.

Bonus : pertes ✍ wikipedia. Les pertes dans le câble coaxial sont dûs à l'effet Joule dans l'épaisseur de peau des conducteurs. Plus le diamètre du conducteur est petit, plus grande sera sa résistance, et donc plus il y aura de pertes, plus la fréquence augmente, plus il y aura de pertes, plus on augmente la longueur du câble, plus il y aura de pertes. **ODG:** 19 dB/100 mètres à une fréquence de référence de 800 MHz.

En outre, il existe un rapport optimum du diamètre de l'âme sur celui du blindage. Celui-ci correspond à une impédance caractéristique de 75 Ω, ce qui explique que cette valeur soit employée pour les câbles de réception qui doivent minimiser les pertes, toutes choses étant égales par ailleurs.

Pour le transport de puissance, on aurait tendance à penser que maximiser le diamètre de l'âme diminue la résistance et donc les pertes. Ceci est vrai en continu, mais en haute fréquence, l'épaisseur réduite du diélectrique entraîne une tension de claquage plus faible, et donc une puissance maximale admissible limitée. L'optimum se réalise pour une impédance caractéristique de l'ordre de 30 Ω. La valeur de 50 Ω correspond à un compromis entre pertes en émission et pertes en réception.

Une technique pour propager des signaux est d'utiliser des solitons.

L'équation trouvée est en fait assez générale, on la retrouve entre autres dans une corde.

1.2 Propagation dans une corde

✍ HPrepa, Sanz.

Cette partie a pour but de montrer que l'équation d'onde est multidisciplinaire. Si on n'a pas le temps, on peut juste donner les hypothèses, commenter la physique et admettre l'équation

Origine physique de l'onde Le déplacement d'une portion de corde induit une force qui agit sur ses plus proches voisins, les mettant en mouvement. Leurs déplacements induisent de nouvelles forces, donc de nouveaux déplacements. La déformation des liaisons entre portions de cordes voisines va se propager de proche en proche dans la chaîne. La grandeur qui se propage (le déplacement de la corde) est une onde.

Hypothèses Corde homogène, sans raideur/élasticité, pesanteur négligée devant la tension, petites perturbations, mouvement plan : on s'intéresse aux ondes transverses.

Validation des hypothèses Il faut savoir les justifier. La prise en compte du poids modifierait très légèrement la forme de la corde au repos, cette modification étant tout à fait négligeable pour une corde tendue. En effet, prenons une corde de guitare, tendue à 100 N (valeur typique pour une guitare classique), de longueur 64 cm, en acier. Sa masse est de l'ordre du gramme, donc son poids de l'ordre de 0,01 N : il est bien négligeable devant la tension de la corde.

Compléments : raideur et polarisation *Si on prend en compte la raideur, il faut introduire un terme en* $\partial^4 y/\partial x^4$ *dans l'équation (cf. vibrations transverses d'une poutre). A cause des fixations aux extrémités de la corde qui privilégie des plans d'oscillations, toutes les polarisation linéaires ne sont pas équivalentes. S'il y a une asymétrie du fixage des extrémites, il y a un couplage non-linéaire entre ces polarisations : en général, on voit une polarisation elliptique qui tourne à cause de cela* ✍ *APJ Elliot "Intrinsic nonlinear effects in vibrating strings"*

Ordres de grandeur ✍ Fiche. Corde de piano, corde de guitare. Sinon, dans le Sanz, on nous dit : pour la corde en acier la plus aiguë d'une guitare, on a un diamètre de 3×10^{-4}m, une masse volumique de $7.87\times10^{3}\text{kgm}^{-3}$ et une tension de 100N : on trouve $c = 424\text{ms}^{-1}$

On a trouvé l'équation mais on ne sait pas si cela décrit le phénomène observé dans le câble coaxial tant qu'on ne s'est pas intéressé aux solutions. On va ainsi étudier les solutions en 1D. On peut la généraliser à 3D mais on ne va s'intéresser qu'au cas des ondes planes, qui ne dépendent que d'une coordonnée cartésienne de l'espace.

2 Ondes progressives

2.1 Solutions de l'équation de d'Alembert

Heuristique On remonte la vidéo : https ://youtu.be/klN2-bCzJb4 ?t=14. La déformation conserve approximativement sa forme, mais elle se propage à une certaine vitesse. Soit $\psi(x,t)$ le profil de corde, on traduit l'observation par $\psi(x+c\Delta t, t+\Delta t) = \psi(x,t)$ où c est la célérité de l'onde. Faire un schéma. Autrement dit,

$\psi = cte$ lorsque $u = x - ct$ est constant *i.e.* il existe une fonction "forme" tel que $\psi(x,t) = f(u)$

. Si l'onde allait dans l'autre sens, $\psi = cte$ lorsque $v = x + ct$ est constant. Cela suggère fortement de faire un changement de variable.

Résolution dans le cas à une dimension On fait le calcul en peu de lignes. On observe une superposition des deux types de solutions annoncées : ce sont des ondes progressives ! On écrit et on encadre :

Les solutions à l'eq. de d'Alembert 1D sont les superposition de deux ondes planes progressives se propageant dans deux sens opposés à vitesse $\pm c$

Limites du modèle Dans l'équation de d'Alembert, il y a propagation sans déformation ni atténuation. En général, comme on l'observe dans les ondes dans le câble coaxial, il y a dispersion et atténuation, donc l'équation de d'Alembert ne capture pas tous ces phénomènes. C'est en quelque sorte l'équation d'onde à idéale, à l'ordre 0, comme ce que le gaz parfait est au gaz réel.

On a obtenu la forme générale des solutions, mais il existe une base très simple des solutions : les ondes monochromatiques.

2.2 Ondes planes monochromatiques et relation de dispersion

Définition : OPPM Une onde progressive monochromatique se met sous la forme $\underline{\psi}(x,t) = \underline{A}e^{j(\omega t - kx)}$. On parle de monochromatique par analogie avec les ondes électromagnétiques du visible auxquelles on peut associer une couleur à une fréquence. *La grandeur physique est la partie réelle, qui oscille en cosinus.* Montrer une animation. D'après les dessins, elle se déplace à une vitesse $c = \omega/k$. On va le vérifier en l'injectant dans l'équation de d'Alembert.

Longueur d'onde, vecteur d'onde À une onde progressive monochromatique $\underline{\psi}(x,t) = \underline{A}e^{j(\omega t - kx)}$, nous associerons un vecteur $\vec{k} = k\vec{e_x}$, appelé vecteur d'onde, qui indique sa direction de propagation (en prenant k algébrique, positif ou négatif, pour tenir compte des deux sens de propagation). La pulsation et le vecteur d'onde sont liés par la relation de dispersion $\omega(k)$.

Relation de dispersion On injecte l'onde plane dans d'Alembert.

Lien avec la transformée de Fourier L'équation des ondes est linéaire. Cela veut dire que chaque pulsation est indépendante des autres. Cela pousse à chercher un ansatz monochromatique. La TF est une décomposition sur la base des ondes planes monochromatiques, qui sont solutions de l'équation de d'Alembert. Elle a un intérêt physique les OPPM sont des solutions particulières et l'équation est linéaire.

2.3 Impédance et énergie

Equation de couplage On le fait avec des OPPM pour la simplicité des calculs mais c'est plus général.

Impédance En généralité, informellement, "$Z = \rho c$" où ρ est l'inertie du milieu ou encore Z=(grandeur intensive)/(débit de grandeur extensive) **ODG:** câble coaxial.

Quelle est la vitesse de propagation de l'énergie ?

Bilan d'énergie La variation de l'énergie, contenue dans une longueur élémentaire dx de la ligne pendant un intervalle de temps δt, est liée aux transferts d'énergie qui ont lieu en x et $x + \mathrm{d}x$(doc. 12)

Pendant la durée δt, l'énergie entrant dans le volume compris entre les plans de cote x et $x + \mathrm{d}x$ est à gauche $\mathcal{P}(x,t)\delta t$ et à droite $\mathcal{P}(x + \mathrm{d}x, t)\delta t$

Comme il n'y a ni création ni dissipation d'énergie, elle est égale à la variation $\frac{\partial e}{\partial t}(x,t)\mathrm{d}x\delta t$ de l'énergie de ce volume :

$$\mathcal{P}(x,t)\delta t - \mathcal{P}(x + \mathrm{d}x, t)\delta t = \frac{\partial e(x,t)}{\partial t}\mathrm{d}x\delta t$$

soit

$$-\frac{\partial \mathcal{P}(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial e(x,t)}{\partial t}$$

La variation de la densité d'énergie électrique en un point fixé (x constant) associée à l'onde est ici uniquement liée à la propagation de l'énergie. Dans d'autres cas, des termes d'absorption (ligne résistive, fuite dans les condensateurs) ou d'amplification (source d'énergie) pourraient être à prendre en compte.

Vitesse de propagation de l'énergie Cas d'une onde plane progressive Considérons une onde plane progressive se déplaçant dans le sens des x croissants le long d'une ligne d'impédance caractéristique Z_c Nous savons que dans ces conditions :

$$i(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \text{ et } v(x,t) = Z_\mathrm{c} f\left(t - \frac{x}{c}\right), \text{ soit } v(x,t) = Z_\mathrm{c} i(x,t)$$

Puissance transférée : L'intensité $i(x,t)$ étant comptée positivement dans le sens des x croissants, la puissance transmise (donc cédée) par la partie gauche (abscisse inférieure à x) de la ligne à la partie droite (abscisse supérieure à x) vaut $\mathcal{P}(x,t) = +v(x,t)$.

Densité linéique d'énergie : L'énergie $\partial\mathcal{E}$ stockée dans un élément de ligne de longueur dx est la somme des énergies accumulées dans l'inductance $\Lambda\mathrm{d}x$ et dans la capacité $\Gamma\mathrm{d}x$, soit :

$$\mathrm{d}\mathcal{E} = \frac{1}{2}\Lambda\mathrm{d}x i^2(x,t) + \frac{1}{2}\Gamma\mathrm{d}x v^2(x,t)$$

La densité linéique d'énergie $e(x,t)$, définie par $\partial\mathcal{C} = e(x,t)\partial x$, vaut :

$$e(x,t) = \frac{1}{2}\Lambda i^2(x,t) + \frac{1}{2}\Gamma v^2(x,t)$$

e peut également s'écrire sous la forme :

$$e(x,t) = \frac{1}{2}\Lambda i^2(x,t) + \frac{1}{2}\Gamma Z_c^2 i^2(x,t) = \Lambda i^2(x,t) = \frac{v^2(x,t)}{\Gamma}$$

puisque $\Gamma Z_\mathrm{c}^2 = \Lambda$

Vitesse de propagation de l'énergie Nous pouvons définir la vitesse de propagation de l'énergie v_e en exprimant l'énergie δW traversant une section de cote x, pendant un intervalle de temps δt, de deux manières différentes : connaissant la puissance transmise $\mathcal{P}(x,t)$, nous avons $\delta W = \mathcal{P}(x,t)\delta t$.

la densité linéique d'énergie $e(x,t)$ se déplaçant à la vitesse v_e, l'énergie δW cherchée (doc. 11) correspond à l'énergie contenue sur un élément de ligne de longueur $v_\mathrm{e}\delta t$, soit $\delta W = e(x,t)v_\mathrm{e}\delta t$ L'identification de ces deux expressions nous donne :

$$\delta W = \mathcal{P}(x,t)\delta t = e(x,t)v_\mathrm{e}\delta t, \quad \text{soit} \quad \mathcal{P}(x,t) = e(x,t)v_\mathrm{e}$$

Nous en déduisons :

$$v_\mathrm{e} = \frac{\mathcal{P}(x,t)}{e(x,t)} = \frac{Z_\mathrm{c} i^2(x,t)}{\Lambda i^2(x,t)} = \frac{Z_\mathrm{c}}{\Lambda} = c$$

$$\boxed{\text{Pour une onde plane progressive } \Psi(x,t) = f\left(t - \tfrac{x}{c}\right)\text{, la densité linéique d'énergie se déplace à la vitesse } c}$$

Tableau d'analogie avec la corde de Melde ✍ HPrepa. *Pour la corde de Melde, le deuxième terme est l'énergie potentielle associée à la déformation de la corde. Lorsque la corde se déforme, sa longueur totale change. Si elle est fixée à une poulie à une extrémité, l'énergie potentielle est associée au travail de l'opérateur qui exerce la tension T_0, pendant que la corde roule sur la poulie. Alternativement, c'est le travail des forces de tension.* ✍ *Garing.*

> *Nous avons résolu l'équation de d'Alembert et décomposé sur une certaine base : les ondes monochromatiques. Cependant, dans certaines situations, on préfère utiliser une autre base : les ondes stationnaires.*

3 Ondes stationnaires

3.1 Des ondes progressives aux ondes stationnaires

Modes propres de la corbe vibrante
On montre la vidéo : https://youtu.be/-n1d1rycvj4?t=25 puis https://youtu.be/-gr7KmTOrx0?t=54.
Observation et motivation On observe que les oscillations se font "sur place". Le temps et l'espace sont découplés.

Définition Le temps et l'espace sont "découplés", on cherche donc une solution sous la forme : $\psi(x,t) = f(t)g(x)$

Injection de l'ansatz

Des ondes planes aux ondes stationnaires une onde stationnaire peut être vue sous la forme deux deux ondes progressives se déplaçant en sens opposé. C'est juste un changement de base mais dans un espace de fonctions). Il y a équivalence des deux points de vue.

C'est juste un changement de base mais dans un espace de fonctions. Il y a équivalence des deux points de vue. Le choix va dépendre du problème physique (typ. les CL).

Aspect énergétique *Montrer qu'il n'y pas de propagation de l'énergie pour une OS*

On a trouvé une autre base de solutions. Ces solutions sont privlégiées lorsque des conditions limites sont imposées : on regarde le régime libre de la corde de Melde (! différent de l'expérience!)

3.2 Régime libre de la corde de Melde

Conditions limites Les extrémités sont fixées. on privilégie la base des ondes stationnaires.

Résolution du mode n

Noeuds et ventres La corde présente en certains points fixes et régulièrement espacés : des maxima d'oscillations appelés ventres de vibration; des minima nuls d'oscillations appelés nœuds de vibration.

Interprétation en terme d'harmoniques Reprenons l'exemple de la corde de guitare du paragraphe . Elle a une longueur de $L = 64,0$cm. Sa longueur d'onde fondamentale est : $\lambda_0 = 2L = 1,28$m et sa fréquence fondamentale : $v_0 = \frac{c}{v_0} = \frac{424}{1,28} = 331$Hz (pour les lecteurs musiciens, il s'agit d'un mi3). On remarque d'autre part que plus L est grand, plus la fréquence fondamentale est petite (donc plus le son émis est grave) : les cordes d'un violoncelle sont plus longues que celles d'un violon.

Mais quand on pince une corde, on n'a pas des sinus, mais des triangles, comment décrire ?

Solution générale

Application à la musique ✍ Brebec/Garing Pour les cordes vibrantes et les modes propres, la condition initiale va influer sur la répartition des énergies de chaque mode et donc sur les différentes harmoniques que l'on entend. Corde frappée (piano) : vitesse initial de profil porte, harmoniques décroissant en $1/n$. Corde pincée (guitare) : position initiale type triangle, décroissance harmonique en $1/n^2$. Le spectre de la corde frapée est plus riche (plus la fonction est régulière, plus les coefficients de Fourier décroissent vite). Pour supprimer une harmonique, il faut frapper sur un de ses noeuds. On pourrait montrer la reconstruction d'un triangle/porte en sommant les harmoniques ou ce site : https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/Fourier/Fourier.html ou encore https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/string/Fixed.html

3.3 Etude énergétique/résonance

✍ Quaranta p227

Résonance Donner les CL et le résultat. Il y a résonance lorsque le transfert de puissance est maximal. Ceci se produit lorsque le système est excité à une de ses fréquences propres.

Saturation de la résonance Non-linéarités. En plus, la longueur de la corde ne peut plus être constante.

Résonance de la corde de Melde
Montrer plusieurs modes. https://youtu.be/ondUO1Cmw-s?t=7

Onde stationnaire n'est pas onde résonante Insister sur la différence entre les deux.

Conclusion

L'onde est un phénomène transversal à toute la physique (mécanique, des fluides, quantique, électromagnétique, physique du solide, relativité générale. Les équations d'ondes ne sont pas toujours aussi simples que l'équation de d'Alembert qui nous à permis de dégager les deux grandes bases de solutions, qui seront à utiliser selon les conditions aux limites. En étudiant d'autres équations d'ondes, il nous sera possible de rencontrer des phénomènes que l'équation de d'Alembert ne montre pas : dispersion et atténuation, on l'a d'ailleurs vu lors de la propagation dans le câble coaxial. Ici, on a considéré qu'une seule célérité car il n'y avait qu'une seule grandeur homogène à une vitesse qui apparaissait dans l'équation des ondes. Quand il y en a plus, on peut avoir dispersion et/ou atténuation, il faut distinguer vitesse de groupe et vitesse de phase !

On vient de voir la grande généralité des ondes en physique, et on a étudié en détail un cas particulier : celui de l'équation de d'Alembert. Cela nous a permis de mettre en évidence deux types de solution : les ondes progressives et les ondes stationnaires. On a également vu que les deux approches étaient très liées, et que le choix de l'une ou l'autre base pour étudier un système était très lié aux conditions aux limites. En particulier, pour un système complètement contraint, on a vu apparaître l'existence de modes bien spécifiques, les modes propres. Cependant, nous n'avons pas tout à fait décrit tous les aspects de la propagation des ondes. En particulier, nous savons qu'en réalité les ondes finissent toujours par s'atténuer. Nous en avons vu un premier exemple avec les ondes sphériques, mais nous pouvons également raffiner nos modèles pour proposer des équations d'ondes tenant compte de l'atténuation. Cela aura plusieurs conséquences, qui nous permettront d'expliquer par exemple pourquoi le pulse qui est revenu dans l'expérience avec le coax est non seulement atténué, mais également déformé. Mais il s'agit d'un sujet pour la prochaine fois.

Ouverture : ondes sphériques, dispersion (cable coax)

Passage

pré-requis : notion de pulsation spatiale/temporelle. Lois de Newton. Loi des mailles, loi des noeuds. Equations différentielles.

Plan de l'année

Intro. Vie quotidienne : éclairage par ondes EM. Communication par onde sonore.

I) Ondes progressives. 1) Définition. Champ scalaire ou vectoriel vérifiant une équation différentielle (à préciser). Manip d'introduction : grosse corde attachée au mur qu'on agite. On voit aussi une réflexion. Schéma au tableau à deux instants. Si hyp que l'onde ne se déforme pas : onde qui se propage vers les x croissants, $f(x-ct)$ avec f la fonction de la forme de l'onde. $g(x+ct)$ pour la propagation vers les x décroissants. 2) Exemple. Hypothèses : néglige le poids et les frottements, corde sans raideur, infiniment souple, le mouvement est quasi-vertical $\alpha \ll 1$. Schéma d'un bout de corde entre x et $x+dx$: introduit les notations $\psi(x,t)$ déplacement vertical, $\phi(x,t)$ déplacement horizontal, $T(x,t)$ tension (force qu'exerce le bout de corde de droite sur celui de gauche), $\alpha(x,t)$ angle. On pourrait mettre le schéma sur la diapo., $\alpha \ll 1$ donc $ds = \sqrt{dx^2+dy^2} = dx$ à l'ordre 1.

PFD sur x et y. Sur x, on trouve que la tension est une constante ($\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$). Sur y, retrouve d'Alembert avec $\mu/T_0 = 1/c^2$.

Diapo : équations de d'Alembert dans plusieurs domaines (5). A commenter plus en détail ?. Ondes électromagnétiques, ondes sonores, onde dans un solide, cable coaxial.

Exemple avec le cable coaxial. Manip : GBF, oscilloscope, cable coaxial : un court et un long. On mesure la différence de temps de propagation et la différence de longueur entre les cables pour calculer la célérité de l'onde.

3) Solutions générales. Repart de $f(x-ct)$ et $g(x-ct)$. Pose $u = x - ct$ et $v = x + ct$. $\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} + 2\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}$. On fait de même avec $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$. D'alembert se réécrit : $\frac{\partial^2 \psi}{\partial v \partial u}$. Equation linéaire, principe de superposition. Commentaire : on retrouve les formes que l'on a intuité au début.

II) Onde stationnaire. 1) Définition. Dessin. Origine des phases en 0. Réflexion : existence nécessaire d'une onde réfléchie sinon en $x = 0$, $A\cos\omega t = 0, \forall t$ donc $\omega = 0$ il n'y a pas d'onde en entrée. En posant une onde réfléchie (déphasée de ϕ a priori quelconque). Trouver que $\omega' = \omega$, $k = k'$ et $\phi = 0$. Finalement en sommant les ondes incidente et réfléchie : $y(x,t) = f(x)g(t) \rightarrow$ définition de l'onde stationnaire. 2) Corde de Melde. Importance des condiions limites. Expression de la solution. $\sin kL$ au dénominateur. S'il s'annule, ça explose ? (Pourquoi la corde n'explose pas (hypothèse des petits angles plus valides, du coup la formule de la résonance ne s'applique plus) $\rightarrow$ résonance. Noeud, ventre. Manip : mesurer la fréquence de résonance pour en déduire la masse linéique.

Conclusion : milieux idéaux, pas dispersifs, homogènes, dissipatifs, pas de changement de milieu.

Questions

- Définition d'une onde progressive : invoque une équation différentielle ? C'est une équation aux dérivées partielles, il faut au minimum deux variables, temps, espace.
- Comment retrouver le fait qu'il faut soustraire de x un terme de la forme ct ? Argument dimensionnel.
- Remontrer que f(x-ct)est selon les x croissants et f(x+ct) est selon les x croissants ? poser $f(x1,t) = f(xo,0)$, $f(xo+ct,t) = f(xo,0)$
- Pourquoi la tension de la corde est-elle tangente à la corde ? Corde infiniment fine, pas d'élasticité/cisaillement.
- Justification du fait que les frottements et le poids sont négligeable ? Visuellement, on regarde la corde, si elle est quasihorizontale, $T_0 \gg$poids. Regarder les ordres de grandeur faire les odg, voir même les présenter.
- Effet du poids ? (pas entendu).
- Câble coaxial : comment vérifier si il y a eu dispersion ? Superposer les signaux d'arrivée (si on peut).
- Vitesse de l'onde dans le câble coaxial ? Proche de la vitesse de la lumière car onde électromagnétique, mais inférieur à cause d'effets résistifs ? Faire des incertitudes.
- Vérifier que $1/\sqrt{\Lambda\Gamma}$ est une vitesse ? Utiliser que $\omega \sim 1/\sqrt{LC}$. Savoir retrouver les unités de Henry et Farad.
- Pourquoi considérer des sinus et cosinus ? Linéarité, transformée de Fourier, base continues des fonctions.Citer Fourier.
- Corde de Melde : tension est le poids à quelle condition ? Seulement si la poulie transmet les efforts parfaitement.
- Pourquoi une onde stationnaire est-elle appelée stationnaire ? L'énergie ne se propage pas, elle est stationnaire.
- Pourquoi à la résonance ça n'explose pas ? Le modèle petits angles n'est plus valable.
- Eviter l'expérience de la chaine de solitons : c'est certes beau et on voit bien la propagation mais cela n'obéit pas au même type d'equation donc attention. Preferer une corde longue bien tendue.
- Pour les solutions generales en ondes progressives, juste apres la derivation des solutions, montrer un exemple de propagation de signal, insister sur l'aspect non deformation.
- Poser la d'éfinition de l'imp edance au lieu d'essayer de montrer par le calcul que la tension est forcement proportionnelle a l'intensite. Donner ordre de grandeur pour l'impedance.
- Pour l'aspect energetique, d'eriver l'equation de conservation locale de l'energie et faire apparaitre le terme de flux.
- Montrer qu'il n'y pas de propagation de l' energie pour une OS.
- Discuter les limites/approximations des modèles (frottement, résistance, elasticité, etc.) et leur implications (dispersion, résonnance,etc.). Donner des ordres de grandeurs tout au long de la lecon. Discuter vos valeurs, comparer les entre elles.
- Pour le câble coax, soyez au courant de l'origine de la capacité et de l'inductance linéique (cf ondes guidées)

- Faire une analogie entre les grandeurs de la corde vibrante et celle du cable coax.
- Parler de la notion d'impedance (avec le cable coax par exemple) et d'adaptation d'impedance (suivant que la sortie du cable soit ouverte, fermee par un fil ou fermee par une resistance bien adaptee).
- Pour les cordes vibrantes et les modes propres, la condition initiale va in uer sur la repartition en energie de chaque mode et donc sur les différentes harmoniques que l'on entends (voir Garing).
- Définition de la vitesse de groupe théorique ?
- Dans quelle leçon pourrait-on la placer ?
- Si k est complexe, quelle partie intervient dans vg ? partie réelle ?
- Vous avez mentionné d'autres types d'équation à part d'alembert, pouvez vous en citer d'autres (câble coax avec pertes), KG, Shrodinger.
- Quelle est la relation de dispersionpour le câble coaxial avec pertes ?
- Définition exacte de la dispersion ? Que se passe-t-il dans le câble si on a de l'absorption ou de la dispersion ?
- En quel matériau est fait l'isolant du câble ? en général, isolant = polyéthylène PE
- vg=dω/dk, on la place dans propagation avec dispersion.
- corde de melde : Quelle fréquence aviez vous théoriquement ? Pourquoi avoir obtenu une fréquencemoitié ? Pourquoi la corde n'explose pas (hypothèse des petits angles plus valides, du coup la formule de la résonance ne s'applique plus). La non linéarité sature les intensités.
- câble coax : pouvez vous réexpliquer quels sont les deux signaux ? Quelle est la différence entre lavitesse de phase et la vitesse de groupe ? Que mesurez vous ici ? Comment mesurer seulement la vitessede phase ? Est-ce que l'ordre de grandeur de la célérité mesurée ici est bonne ?(vitesse de groupe)(enenvoyant une sinusoïde et en mesurant le décalage)
- Sur l'exemple de la corde de Melde : où est localisée l'énergie dans une onde stationnaire
- D'où vient l'atténuation des ondes dans : la corde de Melde, le câble coaxial, les ondes acoustiques ? Frottements, dissipation résistives, diffusion par viscosité.
- Pouvez-vous estimer facilement le facteur de qualité de la corde de Melde prise comme oscillateur ? [en régime libre, Q représente le nombre d'oscillations avant amortissement significatif. connaissant la fréquence, on mesure le temps de vibration et on en déduit Q]
- comment fonctionne un RLC mètre ?
- Analogies entre oscillateur forcé amorti et circuit RLC série pour les résonances ? Y'a-il une résonance si sortie aux bornes de l'inductance ? Il y a toujours résonance en intensité (donc aux bornes de R), résonance aux bornes de C si $Q > 1/\sqrt{2}$, résonance en opposition de phase pour L si $Q > 1/\sqrt{2}$, par loi des mailles car à la résonance, $U_R = U_{générateur} = RI$
- Retour sur les hypothèses de la corde vibrante, précisez l'inextensibilité de la corde ? Lien avec l'élasticité de la corde ?
- La longueur de la corde varie t elle avec l'onde ? Si on a une poulie, la longueur change car la poulie tourne. Si les bouts sont fixés, la longueur doit varier ? ? ? ?
- Retour sur l'énergie linéique de la corde, pourquoi peut-on décrire le rôle de la tension comme une énergie de rappel élastique alors que la force de tension n'est pas conservative ? Montrer que la force de tension n'est pas conservative.
- Quelles sont les hypothèses pour déterminer l'équation d'onde acoustique ? Retour sur la détermination éxpérimentale de la vitesse du son dans l'air. Pourquoi le signal est il déformé ? A quoi correspond le temps de décalage lorsque l'émetteur et récepteur sont collé ? décalage électronique, temps de réponse des transducteurs.
- A quelle vitesse est associée cette mesure ? Vitesse de groupe, de phase ? Quelle hypothèse fait-on sur le milieu de propagation ? Aurait-on pu mesurer autrement la vitesse du son dans l'air ?

- Retour technique sur l'onde stationnaire, faire le calcul de l'expression des ondes le long de la corde de Melde excitée mécaniquement à une extrémité ? Que se passe-t-il lorsque les deux extrémités sont fixes ? Comment connaître l'amplitude associée à chaque mode pour un signal quelconque, triangulaire par exemple ? Décomposition en série de Fourier.

- Qù est-ce que c'est une onde plane ? On dit plane en opposition à quoi en général ?

- Est-ce qu'une onde harmonique est forcément plane ? Non.

- Quelle équation on résout pour adapter l'impédance ? Vous avez présenté l'impédance en disant que c'est u sur i, comme la résistance, on connait déjà. Pourtant dans votre cable coaxial il n'y avait pas de résistance ? L'impédance que vous avez définie est-elle une résistance ?

- Que se passe-t-il si la capacité et l'impédance linéiques du cable varient le long du cable ? Quelle est la grandeur analogue pertinente en optique quand on considère l'absorption ? Indice optique.

- Vous avez défini la vitesse de phase, est ce que vous faites la différence avec la vitesse de groupe ? Est-ce que là ça aurait été pertinent d'en parler ?

- Dans le cas d'une onde stationnaire, est ce qu'il y a propagation ? Vous ne croyez pas que pour les élèves c' est paradoxal, une onde (donc phénomène de propagation) qui ne se propage pas ? Comment vous les aideriez ? D'alembert, c'est linéaire, C'est une superposition d'ondes.

- Comment quand on a un problème à résoudre on sait si il faut écrire la solution comme une somme d'ondes progressive et regressive, ou comme un produit d'une fonction de t par une fonction de x ? Est-ce que ça revient au même ? Quel est l' intérêt de découpler les variables ?

Commentaires

- Considérations énergétiques. Faire attention équation différentielle/équation aux dérivées partielles.

- Certains termes à introduire dans la leçon : vecteur d'onde, onde monochromatique, longueur d'onde. Onde progressive cas particulier de onde stationnaire MAIS attention onde stationnaire cas particulier des ondes progressive. Plutôt expliquer que ces deux types d'ondes sont des cas particuliers de l'équation de d'Alembert. Il faut mieux insister sur le fait que : onde progressive si on a quelque chose qui peut se propager jusqu'à l'infini, onde stationnaire si le milieu est limité (réflexion). Puis que l'on peut passer de l'un a l'autre mathématiquement.

- Autre exemple d'onde stationnaire : dans les cordes de guitare. Autre idée : ondes de Rossby.

Justifier que ondes stationnaires sont aussi des solutions générales de l'équation de d'Alembert. Voir le modèle du câble coaxial avec dissipation.