

LP00 – Titre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ *Le nom du livre, l'auteur*¹

→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

Prérequis

Expériences

➤ Equations de Maxwell dans les milieux.

☞ Biréfringence du quartz

➤ Origines de la polarisation d'un milieu diélectrique

➤ Ondes EM dans le vide.

Table des matières

1	Propagation dans les milieux diélectriques LHI	3
1.1	Rappel : équations de Maxwell dans les diélectriques	3
1.2	Équation de propagation	4
1.3	Relation de dispersion	4
2	Dispersion et absorption	5
2.1	Modèle microscopique : modèle de l'électron élastiquement lié	5
2.2	Dispersion	7
2.3	Absorption	7
3	Interfaces entre milieux diélectriques	8
3.1	Lois de la réflexion et réfraction	8
3.2	Couches anti-reflet	8
3.3	Miroirs de Bragg	9

Jury

Les conventions adoptées doivent être précisées avant toute discussion sur la partie imaginaire du vecteur d'onde. Il y a souvent confusion entre absorption et atténuation. Dans un diélectrique, l'équation de propagation ne peut être écrite sans précaution : en général la permittivité dépend de la fréquence et est complexe

Préparation

Biblio : La fiche de bb pour le tableau, Sanz, HPrepa Ondes, Garing, Mauras, BFR 4 diélectriques (courbe de susceptibilité), Cap Prépa PC (odg), La physique par les objets quotidiens, Ray (Micro-onde), Exercices et problèmes de physique, Olivier (Four à micro-onde).

Plan : I/ J'ai bien insisté sur le décompte des équations et des inconnues pour appuyer ma démarche de modélisation du milieu matériel. J'ai ensuite introduit de façon ad hoc une relation de fermeture. II/ modèle micro + applications. Ici on parle de propagation d'onde. III/ Interfaces

Manip :

Passage : attention aux conventions

Questions : fiche d'optique, fiche manuscrite EM dans la matière, éléments sur les ferroélectriques, optique non linéaire (doublement de fréquence, effet Kerr (biréfringence provoquée $\Delta n \sim E^2$, soliton optique), Pockels)

Introduction

Microonde On utilise très souvent le four à micro-onde pour réchauffer nos aliments. Le principe de fonctionnement diffère des méthodes utilisées historiquement à savoir chauffer par conduction/convection, ici on utilise le rayonnement électromagnétique. Comment chauffer avec des ondes électromagnétiques ? Il faut alors étudier le couplage entre la matière et le rayonnement. Dans le cas de l'eau, le passage d'une onde électromagnétique à une fréquence judicieusement choisie cause l'absorption de l'onde électromagnétique, qui communique une partie de son énergie à la matière. L'énergie est alors convertie en agitation thermique du milieu : l'eau chauffe.

Dispersion d'un prisme

Présentation On montre la vidéo : <https://youtu.be/xK3iv8GvHDM?t=43> On envoie un faisceau de lumière blanche. En intercalant un prisme, le faisceau s'est élargi et on voit différentes couleurs. Cela montre que la propagation dépend de la longueur d'onde donc est dispersive.

Diélectrique De tels phénomènes sont plus généralement observables dans les diélectriques. Un milieu diélectrique est un milieu isolant, il n'y a pas de charges libres mais il y a des charges liées aux noyaux. Les diélectriques sont polarisables. *pas nécessairement isolants ? ou isolants polarisation ? En tout cas on ne considère que des isolants ici. La polarisation d'un milieu métallique est quasiment toujours négligeable* On suppose abordés les notions de polarisation dans une leçon précédente.

Les exemples du prisme et du micro-onde montrent qu'un milieu diélectrique présente de la dispersion et de l'absorption.

Objectifs de la leçon Comment se comporte une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique ?

1 Propagation dans les milieux diélectriques LHI

1.1 Rappel : équations de Maxwell dans les diélectriques

Il faut aller vite, passer moins de 5min.

Phénomène de polarisation dans les diélectriques C'est un rappel, pour savoir de quoi on parle Dans un milieu isolant, encore appelé milieu diélectrique, les électrons sont dits liés car ils ne se déplacent mais dans l'ensemble du milieu, ils sont liés aux atomes ou aux molécules. Cependant, ces charges ne sont pas complètement immobiles, elles peuvent se déplacer sur des distances de l'ordre des dimensions atomiques autour de leur position moyenne sous l'action d'un champ électrique par exemple *ou d'une action mécanique : les piézoélectriques, ou au repos : les ferroélectriques..* Ces déplacements de charges peuvent provoquer l'apparition de moments dipolaires induits : on dit que le milieu se polarise. Il existe divers types de polarisation : électronique (déformation du nuage électronique des atomes), dipolaire (orientation des molécules polaires) et ionique (mouvement relatif des atomes dans un cristal). On peut projeter des schémas sur diapo. On caractérise l'état du milieu en tout point M par son moment dipolaire volumique, défini par :

$$d\vec{p} = \vec{P}(M)dV \quad (1)$$

Bien distinguer les minuscules des majuscules. Le vecteur polarisation $\vec{P}$ s'exprime en C/m^2 .

Décompte des équations/inconnues, nécessité d'une équation constitutive 🌟 Un rotationnel compte seulement pour 2 équations. On ne considère pas des milieux aimantés.

Equation constitutive des DLHI La plupart des milieux ne présentent pas de polarisation permanente, *sauf ferroélectriques comme $BaTiO_3$, $PbTiO_3$* . Pour ces milieux, lorsque l'intensité du champ électrique (variable éventuellement dans le temps) n'est pas trop importante, le lien entre la polarisation du milieu et reste linéaire : $\vec{P}$ et $\vec{E}$ sont liés par une équation différentielle linéaire. Leurs composantes de Fourier sont alors reliées par une matrice. Dans un milieu isotrope (*pas un cristal*), ils diffèrent par un scalaire : la susceptibilité électrique. Dans un milieu homogène, la susceptibilité électrique ne dépend pas des coordonnées de l'espace. Donc pour un matériau linéaire, homogène, isotrope :

$$\vec{P}(\omega, M) = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \vec{E}(\omega, M) \quad (2)$$

où χ_e est la susceptibilité électrique sans dimension. On note la permittivité relative $\epsilon_r = 1 + \chi_e$. **ODG** : on donne des valeurs dans le cas statique $\omega = 0$: $\chi_e \sim 10^{-3}$ pour les gaz, $\chi_e \sim 1 - 10$ phase condensée. Eau pure $\epsilon_r \sim 80$

(polarisation d'orientation), air 1 (polarisation électronique), quartz 4.5. On peut mesurer ϵ_r en comparant la capacité de deux condensateurs (avec de l'air où $\epsilon_r = 1$ par exemple). Dans le cas général, ϵ_r est complexe.

Bonus : ferroélectriques En général, la polarisation du milieu disparaît lorsque le champ électrique est supprimé. Cependant, certains cristaux présentent alors une polarisation lorsque le champ a disparu : ces cristaux présentent alors une polarisation permanente et sont appelés ferroélectriques : ex : BaTiO₃. Aujourd'hui, les matériaux ferroélectriques sont très largement exploités en microélectronique en raison de leurs propriétés diélectriques qui peuvent être ajustées avec la composition chimique ou encore la mise en forme du matériau. Ils sont utilisés pour la réalisation de divers composants : leur constante diélectrique, en général élevée, qui les rend bien adaptés à la réalisation de condensateurs, et la commandabilité de cette constante diélectrique par un champ électrique statique, leur hystérésis de la polarisation qui permet le stockage de l'information

Bonus : piézoélectriques D'autres cristaux (parfois les mêmes) peuvent présenter une polarisation sous l'effet d'une contrainte mécanique et peuvent se déformer sous l'action d'une polarisation induite par un champ électrique. Ces cristaux appelés piézoélectriques, ont de nombreuses applications : mesure de forces ou de pressions, production et réception d'ultrasons, ... le quartz, piézo-électrique, est également utilisé dans les montres.

Réécriture des de Maxwell dans le DLHI On les affiche, dans le cas où $\vec{M} = \vec{0}$ et sans charge et courants libres. Ce sont des équations de Maxwell moyennées/lissées à l'échelle mésoscopique. C'est possible uniquement car les opérateurs moyenne et dérivées commutent.

Bonus : effet Kerr L'effet Kerr est un phénomène de biréfringence créée dans un matériau par un champ électrique. Cela se caractérise par l'existence de deux indices de réfraction différents : un rayon lumineux peut être séparé en deux rayons lorsqu'il entre dans ce matériau. La biréfringence induite varie, contrairement à l'effet Pockels, selon le carré du champ électrique appliqué, c.-à-d. selon son intensité.

$$\Delta n = \lambda K E_0^2$$

Bonus : effet Pockels L'effet Pockels est l'apparition d'une biréfringence dans un milieu créée par un champ électrique statique ou variable. La biréfringence qui apparaît est proportionnelle au champ électrique, contrairement à l'effet Kerr où elle est proportionnelle au carré du champ. Application aux obturateurs (temps de fermeture 1ns), Le retour de la lumière dans une cavité laser peut être éliminé en utilisant un prisme polarisant. Cela permet d'obtenir une impulsion laser très brève et très intense.

1.2 Équation de propagation

Cadre On se place à ω fixé. Sinon, la relation constitutive est un produit de convolution dans l'espace réel.

Différence par rapport au vide On remarque que les équations sont identiques, mis à part $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r$.

Equation de propagation On tombe sur une équation de d'Alembert, avec une célérité différente de celle dans le vide.

1.3 Relation de dispersion

Relation de dispersion Pour une onde de pulsation ω et de vecteur d'onde complexe $\vec{k}$, l'équation de propagation impose la relation de dispersion :

$$\vec{k}^2 = \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2}$$

Envisageons une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω se propageant par exemple selon l'axe des x croissants, de vecteur d'onde $\vec{k} = k \vec{e}_x$. Son nombre d'onde k est lié à sa pulsation par une relation que nous écrivons sous la forme :

$$k = n \frac{\omega}{c}$$

en définissant n comme la racine à partie réelle positive ou nulle de l'équation $\underline{n}^2 = \epsilon_r$. La grandeur $\underline{n}$ est appelée indice du milieu.

Convention 🍷 Il faut préciser les conventions. On prend ω réel et $k \in \mathbb{C}$. On note $k = k' - ik''$ et $n = n' - in''$ (conventions Brébec). Cet indice est en général complexe et fonction de la pulsation de l'onde. Cette relation de

dispersion implique donc des phénomènes de dispersion et d'absorption tels que nous les avons décrits au chapitre 7. Nous noterons :

$$\begin{cases} \underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2 \\ \underline{n} = n_1 - jn_2 \end{cases}$$

d'où $n_1^2 - n_2^2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_0(1 + \chi_1)$ et $2n_1n_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0\chi_2$

Le champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le sens et la direction de l'axe (Ox) s'écrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_2 \cdot x} e^{j(\omega t - k_1 x)} \quad \left(\text{avec } k_1 = n_1 \frac{\omega}{c} \text{ et } k_2 = n_2 \frac{\omega}{c} \text{ positifs} \right)$$

soit en revenant à une notation réelle (et en supposant $\vec{E}_0$ réel : $\vec{E}_0 = \vec{E}_0$)

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_2 x} \cos(\omega t - k_1 x)$$

Structure de l'onde EM Onde plane comme dans le vide.

Interprétation partie réelle/imaginaire La partie réelle n_1 est l'indice de réfraction utilisée en optique. Il permet d'exprimer la vitesse de phase d'une onde plane :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k_1} = \frac{c}{n_1}$$

où n_1 caractérise la dispersion du milieu (si n_1 dépend bien de ω). On peut revenir sur l'expérience introductive. Pour le verre, n_1 dépend de la longueur d'onde donc les angles de réfraction sont différents pour les différentes couleurs.

Le coefficient n_2 caractérise l'absorption de l'onde par le milieu. C'est l'indice d'extinction.

Bonus : cas de l'eau Pourquoi entend-on souvent que l'indice optique de l'eau est autour de 1.5 alors que l'on a $\epsilon_r \sim 80 \gg 1.5^2$ (L'indice optique donné correspond à des fréquences du visible, alors que ϵ_r est la permittivité statique. Il est donc important de préciser la fréquence à laquelle on donne la permittivité !)

Courbe expérimentale du profil $n(\omega)$ On montre le profil de l'eau puis on va l'expliquer.

↓ Pour aller plus loin, il faut faire un modèle microscopique pour avoir un profil de $\epsilon_r(\omega)$

2 Dispersion et absorption

2.1 Modèle microscopique : modèle de l'électron élastiquement lié

Présentation Pour exprimer la permittivité diélectrique d'un milieu, grandeur macroscopique, nous devons étudier, à l'échelle microscopique, l'interaction du champ électromagnétique avec les charges liées du milieu : électrons ou noyaux constituant les atomes ou les molécules du milieu, ions d'un cristal ionique... À cette échelle (microscopique), une telle étude nécessite l'emploi de la mécanique quantique. À la place, nous proposons d'utiliser un modèle classique élémentaire qui permet de rendre compte assez convenablement des observations expérimentales. On fait de la réponse linéaire : l'entrée est le champ électrique, la sortie est la polarisation. On cherche la fonction de transfert.

Approche semi-classique Pour un traitement semi-quantique $\blacktriangleleft$ cours Laser M1, on prendrait un système à deux niveaux et un champ classique, on tomberait sur les oscillations de Rabi. Puis en utilisant le formalisme de la matrice densité, on tombe sur les équations de Bloch optiques. Il faut introduire des temps de relaxation dus aux collisions et à l'émission stimulée. Moyennant une hypothèse d'adiabaticité (les coefficients off-diagonaux suivent adiabaticquement les populations), on peut calculer la susceptibilité, qui est la même que celle de l'électron élastiquement lié, à un facteur près : la "force de l'oscillateur".

Hypothèses

- force phénoménologie de frottement, qui modélise les collisions (à la Drude) et les pertes par rayonnement (peut venir d'un développement perturbatif de la force d'Abraham Lorentz) **ODG**: $\tau \sim 10^{-8}$.
- longueurs d'onde grande devant l'échelle atomique $\lambda \gg 1\text{\AA}$. Le champ de l'onde est uniforme à l'échelle de la molécule.
- milieu dilué. On néglige le champ créé par les voisins.

Application du PFD L'équation du mouvement de la charge est donc :

$$m\ddot{\vec{a}} = -k\vec{r} - m\frac{\vec{v}}{\tau} + q\vec{E}, \text{ soit } \ddot{\vec{r}} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

où $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ est la pulsation propre de cet oscillateur amorti et $Q = \omega_0\tau$ son facteur de qualité.

Régime sinusoïdal permanent En régime sinusoïdal établi, le déplacement de la charge est, en notation complexe :

$$\vec{r} = \frac{\frac{q}{m\omega_0^2}\vec{E}}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\vec{E}$$

Le milieu étudié est globalement neutre. Au déplacement $\vec{r}$ de la charge q est associé un moment dipolaire élémentaire $\vec{p} = q\vec{r}$, soit en notation complexe $\vec{p} = \underline{\alpha}\vec{E}$, où $\underline{\alpha}$ est appelée la polarisabilité

Le vecteur polarisation du milieu l.h.i., contenant N charges liées, supposées identiques par unité de volume, est $\vec{P} = N\vec{p}$. **On néglige ici les interactions, on le rappelle.** Nous obtenons donc :

$$\vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E} \quad \text{avec} \quad \chi_e = \frac{\chi_0}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Profil de susceptibilité Traçons les graphes représentatifs des variations de χ_1 et χ_2 en fonction de la pulsation ω (doc.9) lorsque le facteur de qualité Q est élevé (ce qui est généralement le cas ; $Q \approx 10^3$ à 10^4). Nous constatons que χ_1 s'annule pour $\omega = \omega_0$ alors que χ_2 est maximale pour une valeur de ω très proche de ω_0 (d'autant plus proche que Q est grand). Nous pouvons vérifier que la valeur caractéristique de la zone spectrale, centrée sur $\omega = \omega_0$, dans laquelle ces grandeurs varient notablement est, pour un facteur de qualité élevé :

$$\Delta\omega \approx \omega_M - \omega_m \approx \frac{\omega_0}{Q}$$

La puissance dissipée au sein du milieu diélectrique est directement liée à la partie $\chi_2 = -\mathcal{F}_m(\chi_e)$ de la susceptibilité complexe du milieu. Dans cette zone spectrale, χ_2 est importante et l'absorption d'énergie électromagnétique par le milieu l'est également. En dehors de cette zone, χ_2 est très faible et la dissipation d'énergie électromagnétique aussi. *En fait, par causalité, χ' , χ'' sont reliés par les relations de Kramers-Kronig. D'ailleurs, il est plus facile de mesurer la dispersion, ce qu'on utilise pour estimer l'absorption.*

Différentes polarisations Comme mentionné en première partie, le plus souvent, un milieu contient plusieurs types de charges liées susceptibles de se déplacer sous l'action du champ électrique d'une onde électromagnétique. Toutes ces charges liées, différentes, de charge q_i , de masse m_i se répartissent alors en plusieurs types d'oscillateurs, de pulsations propres $\omega_{0,i}$ et de facteur de qualité Q_i . A chaque type d'oscillateur correspond une zone d'absorption.

- polarisation électronique **ODG:** $\omega_0 \sim 10^{14} - 10^{15}$ Hz (domaine visible et l'ultraviolet.) $Q \sim 10^3 - 10^4$
- polarisation ionique : les ions sont plus massifs donc la pulsation propre est plus faible : domaine infrarouge. **ODG:** $\omega_0 \sim 10^{12} - 10^{14}$ Hz Les facteurs de qualité associés sont élevés **ODG:** $Q \sim 10^{14}$ en moyenne), de sorte que nous observons des zones d'absorption distinctes correspondant aux polarisations électroniques et ioniques.
- polarisation d'orientation ou polarisation dipolaire : dans l'infrarouge lointain et dans le domaine hertzien, pour un milieu constitué de molécules polaires, c'est toute la molécule qui peut osciller dans le champ de l'onde (application au four microondes). *L'électron élastiquement lié ne traite pas la polarisation d'orientation, qui est différente, pas de terme harmonique, mais un terme de frottement dans le PFD, on a un profil lorentzien pour l'absorption.*

Entre ces zones, la dissipation d'énergie au sein du milieu est faible.

Retour sur le profil expérimental de l'eau ➤ HPrepa. Ainsi, l'eau présente (i) une zone de transparence dans le domaine visible et (ii) des zones d'absorption dans l'ultraviolet (transitions entre niveaux électroniques de la molécule) et dans l'infrarouge (modes de vibration de la molécule). On va étudier la propagation dans chacune de ces zones. *En fait, l'eau est conductrice à cause des ions.*

Limites du modèle de l'électron élastiquement lié

- Il ne rend pas compte de l'existence de plusieurs pulsations de résonance, ni de leurs importances relatives.
- Si dans le modèle de l'électron classiquement lié on fait $E = 0$, on a r qui relaxe vers 0, ce qui implique la non stabilité de la matière. En réalité, l'inégalité de Heisenberg sauve la stabilité de la matière.

- Attention, E est le champ mésoscopique. Pour calculer la polarisabilité, il faut connaître le champ local.
- Pour modéliser classiquement les pertes par rayonnement, il faudrait introduire la force d'Abraham-Lorentz, en d^3r/dt^3 , la solution dépend de l'accélération initiale et est non causale (la particule réagit en avance à une force ressentie dans le futur). Il faut un traitement quantique pour avoir un modèle cohérent (et compatible avec la relativité restreinte).

Bonus : application : couleur des solutions et pierres précieuses Le modèle de l'électron élastiquement lié explique les couleurs des diélectriques pour les solutions et quelques pierres précieuses (rubis).

2.2 Dispersion

Zone de transparence Une zone de transparence correspond à un domaine de pulsation où l'absorption est très faible. Les tracés montrent que si ω n'est pas proche d'une pulsation propre, n_1 varie peu avec la fréquence, donc la dispersion est faible. Nous pouvons alors écrire $\varepsilon_r \approx \varepsilon_1 \gg \varepsilon_2$. L'indice du milieu s'identifie à son indice de réfraction :

$$\underline{n} \approx n_1 \gg n_2$$

En considérant un milieu ne comportant qu'un seul type de charges liées, nous pouvons utiliser la forme approchée :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r = 1 + \chi_0 \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_r > 0$$

où le terme d'amortissement a été négligé (ce qui revient à prendre $Q = \infty$). Exemples : air, verre, eau sont transparents à la lumière visible. **ODG:** dans le domaine des rayons X (à de très hautes fréquences, de l'ordre de 10^{17} Hz à 10^{20} Hz), χ_e est réelle et tend toujours vers zéro par valeurs négatives. La plupart des milieux sont ainsi relativement transparents aux rayons X .

Loi de Cauchy $\blacktriangle$ HPrepa p268 On se place à basse fréquence loin de l'absorption et on fait un développement limité. En supposant $\omega \ll \omega_0$:

$$n^2 = \varepsilon_r \approx 1 + \chi_0 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega^4}{\omega_0^4} \right)$$

. La longueur d'onde dans le vide est $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ donc :

$$n^2 = (1 + \chi_0) + \left(\frac{2\pi c}{\omega_0} \right)^2 \frac{1}{\lambda^2} + \left(\frac{2\pi c}{\omega_0} \right)^4 \frac{1}{\lambda^4}$$

La formule de Cauchy décrit très bien la dispersion de nombreux verres utilisés en optique. Notre modèle élémentaire ne pouvant suffire à rendre compte des phénomènes complexes intervenant dans l'interaction entre l'onde et le milieu, les coefficients A, B et C sont en fait déterminés expérimentalement.

La formule approchée $n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2}$ s'avère souvent suffisante. Commentaires : les faibles longueurs d'onde (le bleu).

Application au prisme On peut revenir sur le prisme en introduction : le bleu est plus dévié.

Bonus : arc-en-ciel $\blacktriangle$ fiche perso, Houard. On explique l'ordre des couleurs d'un arc-en-ciel. Qualitatif, avec tracé de rayons.

2.3 Absorption

Décroissance exponentielle Nous nous plaçons dorénavant dans une zone de fréquences située au voisinage d'une pulsation propre ω_0 du milieu. Les parties imaginaires de la permittivité diélectrique et de l'indice du milieu ne sont plus négligeables. L'amplitude d'une onde électromagnétique ω_0 qui se propage dans le milieu dans la direction et le sens de l'axe (Ox) décroît exponentiellement avec la distance parcourue dans le milieu.

Applications

- verre anti-UV. Le verre absorbe le rayonnement ultraviolet dont la longueur d'onde est inférieure à 320 nm. les lunettes solaires protègent ainsi les yeux du rayonnement U.V. contenu dans la lumière solaire. L'ozone et le dioxygène possèdent également une zone d'absorption dans l'ultraviolet, ce qui explique le rôle protecteur de l'ozone et de l'atmosphère.
- couche d'ozone de diazote : L'ozone et le dioxygène possèdent également une zone d'absorption dans l'ultraviolet, ce qui explique le rôle protecteur de l'ozone et de l'atmosphère.

- effet de serre. L'eau absorbe le rayonnement infrarouge dont la longueur d'onde est supérieure à 1 400 nm. Le dioxyde de carbone possède également une zone d'absorption dans l'infrarouge. Cette propriété permet d'expliquer l'effet de serre atmosphérique : les rayons solaires traversant l'atmosphère sont absorbés par le sol ; celui-ci s'échauffe et émet un rayonnement infrarouge. c'est ce rayonnement infrarouge qui, absorbé par la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone contenus dans l'atmosphère, chauffe celle-ci. À une échelle réduite, une serre de jardin utilise le même principe, car le verre absorbe le rayonnement infrarouge de longueur d'onde supérieure à 2 500 nm.
- micro-onde. ➤ Ray p61, Olivier p425, Garing p131. Une absorption dans le domaine des ondes centimétriques est à la base du fonctionnement des fours à micro-ondes qui « chauffent » l'eau contenue dans les aliments. **ODG:** 3 GHz, $\lambda = 12\text{cm}$, l'onde pénètre sur une épaisseur de peau $\delta \sim 14\text{ cm}$.
- spectroscopie IR
- loi de Beer-Lambert

Bonus : dispersion anormale dans une zone d'absorption Dans une zone d'absorption, une onde est atténuée et la dispersion très importante. La vitesse de groupe n'a plus de signification physique réelle. Sa valeur numérique peut être supérieure à c et ne correspond surtout pas à la vitesse de propagation de l'énergie du paquet d'ondes.

3 Interfaces entre milieux diélectriques

3.1 Loïs de la réflexion et réfraction

➤ HPrepa, Taillet. On donne proprement les conditions de continuité et on fait le calcul sur transparent.

Conditions de continuité On les mentionne à l'oral Les relations de passage découlent des conditions de continuité des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Dans les milieux diélectriques, sans charges libres et courants libres, E_T et $n^2 E_N$, B_N et B_T/μ sont continus (T pour tangential, N pour normal). Si la perméabilité magnétique n'est pas discontinue, toutes les composantes de $\vec{B}$ sont continues.

Avec les relations de passage, en distinguant les polarisations TE et TM, on déduit les lois de Descartes sur les directions de propagation et les formules de Fresnel, sur les amplitudes.

On note que $r_{12} = -r_{21}$ mais $|t_{12}| \neq |t_{21}|$. En incidence normale, $r = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)$. **ODG:** interface air-verre, $R \sim 4\%$ réfléchi à chaque dioptrie.

Bonus : bilan de puissance. La puissance est proportionnelle à $n|E|^2$. De plus, $t_{21} \neq t_{12}$, mais la conservation de la puissance donne $|r_{12}|^2 + t_{21}t_{12} = 1$ car les coefficients de réflexion/transmission sont définis par les puissances $R + T = 1$. On note que $B \sim nE/c$ et donc $\Pi \sim nE^2/c$.

Loïs de Descartes On projette.

Coefficients de réflexion/transmission On projette. Dans le cas de milieux transparents, les indices n_1 et n_2 sont réels et les coefficients $r_{12(E)}$ et $\tau_{12(E)}$ le sont également ; nous constatons que : $\tau_{12(E)}$ est toujours positif : il n'y a pas changement de phase lors de la transmission ; $r_{12(E)}$ peut être positif ou négatif :

- si $n_1 > n_2$, la réflexion n'introduit pas de déphasage
- si $n_1 < n_2$, la réflexion introduit un changement de signe, c'est-à-dire un déphasage de π (puisque $e^{j\pi} = -1$).

3.2 Couches anti-reflet

➤ HPrepa exo 4p279, Garing p92, Taillet.

Position du problème Pour les lentilles des instruments d'optique ou les lunettes de vue, on veut maximiser l'intensité transmise donc minimiser le coefficient de réflexion R . **ODG:** Sur une interface air-verre en incidence normale, $R(\theta = 0) = (1 - 1.5)^2/(1 + 1.5)^2 = 0.04$. Est-ce possible de récupérer les 4% d'intensité perdue ?

Modélisation et solution On considère une onde arrivant depuis un milieu d'indice n_1 qui arrivent en incidence normale sur un milieu d'indice n_3 . On peut intercaler une lame mince d'indice n_2 et d'épaisseur e entre les deux surfaces.

Décompte des équations, inconnues et degrés de liberté On envoie E_1^+ . Les 4 inconnues sont les champs $E_1^-, E_2^+, E_2^-, E_3^+$ (on sait qu'il n'y a pas d'onde arrivant de $+\infty$ dans le milieu 3). On a deux équations par interface (continuité de B_t et E_t) soit 4 équations. Le problème est fermé et la solution dépend des données de n_1, n_2, n_3, e ,

qu'on peut librement ajuster pour essayer d'avoir $E_1^- = 0$. Il se trouve qu'en prenant $n_2^2 = n_1 n_3$ et $e = p\lambda_0/2n_2$, alors E_1^- en incidence normale. En fait on a fait une adaptation d'impédance. **ODG:** $n_1 = 1, n_3 = 1.5$ (verre) et alors $n_2 = 1.22$. *En fait, il n'y a pas de matériau avec cet indice, on fait un traitement multicouches, qui permet une efficacité sur une bande plus large.*

Couche mince Si p est trop grand, R passe rapidement d'un minimum à un maximum quand la longueur d'onde varie, il faut choisir e de l'ordre de la longueur d'onde. Les traitements antireflet font appel à l'utilisation de couches minces. En pratique, on utilise des dépôts multiples de diélectriques pour rendre le traitement presque achromatique.

Objectif photographique Un objectif photographique ou des lunettes traitées antireflet sont reconnaissables au fait qu'ils présentent un reflet pourpre (bleu violacé) en lumière blanche. En effet, le traitement antireflet est calculé pour une longueur d'onde jaune 500nm (pour laquelle l'œil est plus sensible); il est donc moins efficace pour les longueurs d'onde situées aux extrémités du spectre visible (bleu et rouge).

↓ *A l'inverse, on veut avoir $R = 1$ dans certaines situations.*

3.3 Miroirs de Bragg

↗ Voir wikipedia, Garing.

Enjeu Dans les cavités laser, on veut des miroirs très réfléchissants pour avoir une grande finesse donc une grande pureté spectrale et cohérence temporelle.

Miroirs de Bragg [schéma]wiki Jolie photo

Conclusion

Ouverture : Energie : ici, on en a pas parlé, mais le vecteur de poyting est colinéaire au vecteur d'onde, ce n'est pas le cas dans les milieux anisotropes ou Milieux non linéaires qui permettent de faire du doublement de fréquence, ce qui permet d'avoir des lasers verts à 532 nm à partir d'un laser Nd :YAG infrarouge à 1064 nm par exemple https://fr.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9n%C3%A9ration_de_seconde_harmonique

Compléments/Questions

Milieux non LHI ↗ cf. fiche optique. Dans les effets non LHI, nous pouvons mentionner les effets anisotropes, les effets Faraday et Pockels, la ferroélectricité, la piezoelectricité,... Mais également toutes les applications non-linéaires et les doublements de fréquence par exemple ou bien les méthodes d'autofocalisation de faisceaux laser haute puissance.

Ferroélectricité On appelle ferroélectricité la propriété selon laquelle un matériau possède une polarisation électrique à l'état spontané, polarisation qui peut être renversée par l'application d'un champ électrique extérieur. On peut expliquer cela simplement en évoquant le décalage des barycentres des charges positives et négatives. Phénomène analogue au paramagnétisme : transition ferro/paraélectrique à une température de Curie. On pourrait le traiter comme le paramagnétisme, dans l'ensemble canonique ou avec l'approche de Landau : on développe l'énergie libre en fonction du paramètre d'ordre. ex : BaTiO3

Optique non linéaire Doublement de fréquence. Effet Kerr optique (compensation de dispersion, soliton optique). Effet Pockels.

Cristaux liquides nématiques Couplage lumière/matière et donc polarisation lumière suit orientation molécules.

Loi de Gladstone, scintillement des étoiles Par ailleurs, la dépendance en la densité de l'indice optique des milieux dilués $n - 1 = k\rho$ permet d'expliquer le scintillement des étoiles et la nécessité de recourir à des techniques d'optiques adaptatives en astronomie (aussi utilisées en chirurgie oculaire).

EM dans la matière, théorème de Poynting ↗ cf. fiche manuscrite.

Effet Stark En physique atomique, l'effet Stark (du nom de son découvreur Johannes Stark) est la modification des états électroniques sous l'action d'un champ électrique qui se traduit par l'éclatement et le décalage de raies spectrales en plusieurs composantes.

Couleur d'un diélectrique Plusieurs cas : la lumière est transmise par le matériau (e.g. on regarde à travers une solution colorée de permanganate de potassium, ou à travers un cristal transparent), la lumière est directement réfléchi, selon les lois de Descartes (on parle de réflexion spéculaire), la lumière est diffusée (on parle de réflexion diffuse). Le premier cas, où la lumière est transmise, ne pose pas de problème : les longueurs d'ondes λ sont absorbées sur une profondeur de pénétration $\lambda/2\pi n''(\lambda)$, à comparer à l'épaisseur de l'échantillon pour déterminer sa couleur. Le cas d'un solide opaque, observé en « réflexion » (diffuse ou spéculaire) est un peu plus compliqué. D'une part, il faut savoir s'il y a réflexion spéculaire ou diffusion. Cela dépend du matériau ainsi que de son état de surface. Quoiqu'il en soit, si la surface est rugueuse, il y a de la diffusion. Sur une surface polie, il faut encore que le matériau soit homogène (à l'échelle de la longueur d'onde) ; par exemple, un matériau polycristallin, même poli, va diffuser la lumière à cause des réflexions et réfractions à l'interface entre les cristallites. La plupart du temps, on voit les deux phénomènes coexister, mais il y a des cas limites : il y a généralement très peu de réflexion spéculaire sur les tissus, et un miroir ne diffuse (presque) pas. La couleur de la réflexion spéculaire est déterminée par ce qu'il se passe à la surface du matériau, c'est-à-dire le plus souvent pas grand chose ; en effet, la lumière n'y entre pas, et ne peut donc pas être absorbée. La lumière ainsi réfléchi a donc la même couleur que la source, ou peu s'en faut. C'est le cas des métaux comme l'argent ou l'aluminium. Néanmoins, le coefficient de réflexion peut dépendre de la longueur d'onde ; c'est le cas des métaux, où la lumière n'est réfléchi qu'au dessus de la longueur d'onde plasma (des transitions interbandes??) : seules restent les couleurs réfléchies, ce qui explique la couleur de l'or ou du cuivre. La couleur de la réflexion diffuse, elle, est déterminée par la dépendance en longueur d'onde de la profondeur de pénétration (ainsi que par l'état de surface du matériau). Pendant la diffusion, la lumière parcourt une certaine distance dans le matériau, et les couleurs sont d'autant plus absorbées que leur profondeur de pénétration est petite. Exemples : la réflexion d'un néon sur les tables vertes des amphes : la réflexion du néon est spéculaire, alors que la couleur verte de la table provient d'une réflexion diffuse. Un métal bien poli est un miroir de bonne qualité. D'un autre côté, de la poudre de métal assez fine est noire, parce la lumière est diffusée dans le matériau sur une distance assez longue pour être entièrement absorbée.

Relations de Kramers-Kronig La réponse d'un système (linéaire!) causal est forcément déphasée à certaines fréquences par rapport à l'excitation, à part dans le cas trivial où la réponse est strictement proportionnelle à l'excitation. Autrement dit, en dehors du cas trivial, un système qui répond toujours en phase ne peut pas être causal. Encore autrement : si un système non-trivial répond en phase à toutes les fréquences, alors sa réponse dépend du futur. Encore, du point de vue de la réponse diélectrique : un système qui n'absorbe à aucune fréquence n'a absolument aucune dispersion. Plus sérieusement, les relations de Kramers-Kronig sont (pour un système LTI) équivalentes à la causalité, mais leur principal intérêt est qu'on peut déduire χ' de la mesure de χ'' (et vice-versa) ; selon le système, il est plus facile de mesurer l'un ou l'autre.

Passage

Plan

Questions

- Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, on considère que le milieu est dilué, est-ce que cette hypothèse est valable pour le verre ? Le verre disperse la lumière, ça a l'air de marcher, pourquoi ? Pour quelle gamme de fréquence le modèle marche ? Dans le solide il faut prendre en compte la polarisation ionique. Le modèle est valable à basse fréquence. Mais à hautes fréquences non. Le premier argument est que les variations sont trop rapides et l'inertie du système fait qu'il ne peut suivre l'excitation et donc le modèle ne marche pas. L'autre est que la longueur d'onde a des variations trop petites pour être "vues" par le solide, l'hypothèse de champ constant sur la taille de la molécule n'est plus valable.
- Dans la définition du vecteur polarisation, on fait une moyenne de moment dipolaire sur quel volume ? Volume mésoscopique, la distance caractéristique mésoscopique est différente dans un gaz et une phase condensée.
- Limite de définition du vecteur polarisation ? Il faut comparer la longueur d'onde avec la taille caractéristique du volume mésoscopique ? Pour un solide, pour le volume mésoscopique on peut prendre $l \approx \mu m$, il faudrait $\lambda > l$ pour que le modèle soit valable (ie ok dans les domaines de l'infrarouge et du microonde, mais peu dans le visible).
- Pourquoi la permittivité relative d'un liquide est plus grande que celle d'un solide ?
- Que se passe-t-il microscopiquement dans un condensateur ?

- Dispersion normale normale ??
- Comment expliquer la largeur et l'intensité des bandes d'absorption des graphes $n(\omega)$? Mécanique quantique.
- Comment choisir la taille du volume mésoscopique ? Dessiner le profil de ρ : entre la distance interatomique et la distance caractéristique de variation des grandeurs EM.
- Quelle est l'ordre de grandeur du volume mésoscopique pour un liquide ou pour un solide ?
- Comment on fait la moyenne ? cf. fiche.
- Est-ce qu'on a toujours P nul en absence de champ électrique extérieur ? Ferroélectriques.
- Comment on trouve les relations de conservation de la charge et du lien entre les charges liés et le vecteur polarisation ?
- Pourquoi utilise-t-on un champ harmonique pour résoudre les équations ? Linéarité.
- Pourquoi étudions-nous le modèle de la polarisation électronique et pas un autre ? cf. BFR 4.
- Quel est l'ordre de la dérivée de la vitesse pour la dissipation d'un électron accéléré ? Dérivée 3e.
- Quelle est l'expression du vecteur de Poynting en milieu diélectrique ? (et de l'équation associée pour l'énergie électromagnétique dans les milieux)
- Dans le modèle de l'électron élastiquement lié, à quoi sont associées la force de rappel et la force de frottement ?
- Ecrire précisément la loi de Beer-Lambert.
- Que dire de la propagation d'une onde non monochromatique ?
- Qu'est ce qui change dans le cas d'un matériau anisotrope ? (La susceptibilité doit être tensorielle.) Exemple de matériau anisotrope ? Exemple d'effet non-linéaire ? Exemple de matériau ? (Si vous parlez de matériaux anisotropes, vous avez intérêt à pouvoir mentionner des exemples ! Les matériaux dont la susceptibilité diélectrique est anisotrope sont biréfringents, c'est par exemple le cas du calcite, du quartz, ou du spath d'Islande. Un effet non-linéaire très utilisé est la génération de seconde harmonique, qui permet de fabriquer des lasers verts à partir de lasers (infra-)rouges (par exemple, un cristal de KDP (phosphate de monopotassium) permet d'obtenir un laser vert à partir de la lumière infrarouge d'un laser Nd :YAG).)
- Dans l'expérience du condensateur d'Aepinus, expliquer physiquement ce qu'il se produit à l'échelle microscopique.
- Comment vérifie-t-on expérimentalement la loi de Cauchy en TP ? (Avec un prisme, une lampe spectrale, et un goniomètre.) Comment peut-on faire pour de l'air ? (Par interférométrie.)
- Pourquoi choisit-on une force de rappel élastique ? Pourquoi néglige-t-on la composante magnétique de la force de Lorentz pour des électrons non relativistes ? Quelles sont les limites du modèle de l'électron élastiquement lié ? (voir infra) Expliciter le lien entre l'exemple du four à micro-ondes et le titre de la leçon.
- Qu'est-ce qu'une onde pseudo-plane ? (Nous ne savons pas. Une recherche sur un moteur de recherche connu n'ayant conduit qu'à un rapport du CEA de 1976, nous supposons que cette notion a été inventée par Benoît.)
- La susceptibilité dépend-elle drastiquement de la fréquence ? Pourquoi entend-on souvent que l'indice optique de l'eau est autour de 1.5 alors que l'on a $\epsilon_r \sim 80 \gg 1.5^2$ (L'indice optique donné correspond à des fréquences du visible, alors que ϵ_r est la permittivité statique. Il est donc important de préciser la fréquence à laquelle on donne la permittivité !)
- Y a-t-il un lien entre les parties réelles et imaginaires de la susceptibilité ? (Oui, les relations de Kramers-Kronig les relient. Ce sont des relations intégrales, générales dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire et qui traduisent la condition de causalité.
- Justifier la force de rappel élastique, la force de frottement fluide ? Milieu à polarisation spontanée ? Ferroélectrique. Comportement non linéaire, comment changer la relation de fermeture ? Comment décrire un tel problème ? (j'ai parlé d'ensemble canonique comme pour le paramag, ça lui allait) Matériaux anisotropes, comportement des cristaux liquides, forme de la susceptibilité diélectrique ?
- Pourquoi Maxwell = 6 équations ? Pourquoi en complexe pour calculer B on multiplie k et E mais pour Poynting on multiplie E et B^* ? Pour $k \times E$, il n'y a que E qui est sinusoïdal alors que pour le vecteur de Poynting on multiplie deux grandeurs sinusoïdales et on accède uniquement à la valeur moyenne grâce à l'artifice de calcul

- Exemple d'effets non linéaire sur les diélectrique ? J'ai parlé de doublement de fréquence. Un autre exemple ? Effet Kerr.
- Le modèle de l'électron élastiquement lié permet de prédire la couleur des rubis par exemple ?
- Pourquoi une telle différence entre la susceptibilité de l'eau liquide et de la glace ? Moins de polarisation d'orientation pour la glace (structure cristalline).
- *La relation $k = k' + ik''$ est elle vectorielle ? Existe-t-il des milieux dans lesquels k' et k'' ne sont pas dans la même direction ? Ondes évanescentes dans un plasma : ils sont orthogonaux.*

Commentaires

- Les conventions adoptées doivent être précisées avant toute discussion sur la partie imaginaire du vecteur d'onde.
- Il y a souvent confusion entre absorption et atténuation.
- Expérience avec solution colorée.