

LP00 – Titre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✎ *Le nom du livre, l'auteur*¹

→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

Prérequis

- marche de potentiel
- conditions limites
- Fonction d'onde

Expériences

- ✎ Biréfringence du quartz

Table des matières

1	Présentation de l'effet tunnel	3
1.1	Barrière de potentiel	3
1.2	Conditions de passage	3
1.3	Probabilité de transmission	3
2	Application à la radioactivité α	4
2.1	Modèle de Gamov	4
2.2	Expression du temps de vie	5
2.3	Calcul de T en approximation BKW	6
3	Microscope à effet tunnel	6
3.1	Principe et dispositif	6
3.2	Modélisation de la barrière tunnel	6
3.3	Applications	7
3.3.1	Introduction et contexte	10
3.4	Barrière tunnel	10
3.4.1	Réflexion sur une marche de potentiel	10
3.4.2	Barrière tunnel	10
3.5	Applications	10
3.5.1	Radioactivité α	10
3.5.2	Diode tunnel	10
3.5.3	Microscope à effet tunnel	10
3.5.4	Couplage tunnel et liaison chimique	11
3.5.5	Approximation BKW	11
3.5.6	Emission froide	11

Jury

Dans le traitement de l'effet tunnel, les candidats perdent souvent trop de temps dans les calculs. Le jury invite les candidats à réfléchir à une présentation à la fois complète et concise sans oublier les commentaires physiques relatifs à la dérivation de la probabilité de transmission. Certains candidats choisissent d'aborder le cas de la désintégration alpha mais ne détaillent malheureusement pas le lien entre la probabilité de traversée d'une barrière et la durée de demi-vie de l'élément considéré. La justification des conditions aux limites est essentielle ! Le microscope à effet tunnel peut être un bon exemple d'application s'il est analysé avec soin (hauteur de la barrière, origine de la résolution transverse

Préparation

Ressources : BUP effet tunnel (calculs mais sans odg) http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3903, Diode tunnel : 2016.

Biblio : Sanz PC (à reprendre pour les points essentiels), Basdevant énergie nucléaire, cours radioactivité alpha, physique nucléaire : http://lappweb.in2p3.fr/~buskulic/cours/PHYS801/PHYS801_Physique_Nucleaire.pdf

Questions : émission froide (cf. BUP 734), diode tunnel (caractéristiques, mécanisme)

Introduction

Barrière de potentiel Les problèmes physiques mettant en jeu une barrière de potentiel sont assez courants en physique en physique. En mécanique classique, on sait qu'un skieur peut franchir une bosse que s'il a pris assez d'élan. En fait, la barrière de potentiel que représente la colline est infranchissable tant que l'énergie du skieur est inférieure à l'énergie de la barrière. [Faire un dessin de potentiel et de particule classique, avec un état lié.](#)

Franchissement d'une barrière Il y a deux manières de franchir cette barrière de potentiel. Le premier est d'effectuer un saut thermique. En effet l'agitation thermique qui induit un mouvement brownien, peut permettre à la particule de franchir le puits, avec une probabilité qui dépend exponentiellement de l'amplitude du bruit *i.e.* la température. On le retrouve en particulier dans les réactions chimiques [On montre une coordonnées de réaction, vu en chimie.](#) La constante de vitesse est donnée par la loi d'Eyring, issue de la physique statistique hors-équilibre. On peut accélérer les réactions en chauffant ou en baissant la barrière avec un catalyseur.

Effet tunnel quantique, lien avec la marche de potentiel La deuxième manière est de nature quantique. On a vu le problème de la marche de potentiel, et que l'onde incidente pénètre sur une certaine longueur $\delta \sim h/\sqrt{2m(V_0 - E)}$, dans la région classiquement interdite. [On montre un graphe.](#) On imagine qu'en abaissant le potentiel plus loin, la densité de probabilité sera non nulle. C'est l'effet tunnel que nous allons discuter dans cette leçon.

1 Présentation de l'effet tunnel

1.1 Barrière de potentiel

Modélisation On reprend le problème de la barrière de potentiel qui a été évoqué. On s'intéresse au cas d'une barrière de potentiel **1D** que l'on considère carrée afin de faciliter les calculs, tout en conservant la physique. [On montre un dessin.](#) On s'intéresse ici au comportement d'une particule arrivant sur cette barrière. Ce comportement est décrit par la fonction d'onde de la particule dont la dynamique est régie par l'équation de Schrödinger.

Position du problème On suppose ici que le potentiel ne dépend que de l'espace. On cherche donc des solutions stationnaires, donc on résout l'équation de Schrödinger. On note E est l'énergie de la particule considérée. On supposera dans la suite que $E < V_0$ car on s'intéresse au problème de l'effet tunnel. Par linéarité de l'équation de Schrödinger, toute fonction d'onde peut se construire à partir de ces états stationnaires. De plus, nous allons chercher des solutions sous la forme d'ondes planes qui peuvent représenter un flux continu de particules et qui permet, en formant des paquets d'ondes, de remonter à la fonction d'onde d'une particule quelconque. La forme du potentiel incite à définir trois zones, nous allons chercher la solution de l'équation de Schrödinger dans chacune d'entre elles.

Résolution [voir fiche pour la présentation](#) On écrit les formes des solutions auxquels on s'attend, en identifiant : onde incidente, réfléchie, transmise. On justifie qu'il n'y a pas d'onde qui vient en sens contraire.

↓ *Pour résoudre ce problème, il faut écrire les conditions de raccordement.*

1.2 Conditions de passage

Conditions de continuité On a mis les conditions de continuité en prérequis mais on rappelle l'origine : [continuité du courant de probabilité et on les commente quand même.](#) La continuité de la dérivée vient en intégrant l'équation de Schrödinger autour d'un point et peut s'interpréter en terme de continuité de la densité de courant de probabilité j . La continuité de ψ vient de la régularité de sa dérivée, ne peut avoir que des discontinuités finies (la primitive est toujours plus régulière). Cela implique la continuité de la densité de probabilité.

Décompte des équations On trouve 4 équations pour 5 constantes qui paramétrisent la solution. On va donc exprimer chaque coefficient en fonction de A_I , qui sera le paramètre libre. On remarque que ces relations imposent une densité de probabilité de présence non nulle dans la zone III. Nous allons montrer qu'il existe une probabilité de transmission à travers la barrière.

1.3 Probabilité de transmission

Coefficient de transmission On définit T comme le rapport des densités de courant j , qui représente une probabilité de passage.

Calcul de T On ne fait pas le calcul, on donne juste la démarche et les étapes clefs. On donne l'expression de T

On trouve $T > 0$, c'est cela l'effet tunnel. (EN physique classique, $T=0$)

Notons qu'il n'y a pas de quantification de l'énergie car il n'y a pas de confinement.

Interprétation de l'effet tunnel avec l'inégalité temps-énergie La particule voit son énergie fluctuer et peut passer au-dessus de la barrière.

Barrière épaisse On fait le développement limité. [Le calcul est sur fiche](#). On obtient une exponentielle qui compare l'épaisseur de la barrière à la longueur de pénétration.

Ordres de grandeur Pour un électron. Pour un skieur. [C'est dans les notes](#).

Analyse de la formule

- On examine les dépendances. Cette probabilité tend vers 0 pour $V_0 \rightarrow \infty$ (barrière très haute) et pour $a \rightarrow \infty$ (barrière très épaisse).
- L'effet tunnel est marqué pour les particules peu massives car la longueur de pénétration augmente (les protons sont moins sujets à cet effet que les électrons). On constate une fois encore que les effets quantiques sont plus marqués pour les particules les moins massives.
- *Bonus : déphasage et dispersion* : L'onde réfléchi est déphasée par la barrière Le coefficient tunnel T dépend de k : un paquet d'onde sera déformé, de même que celui réfléchi.

Analyse graphique du coefficient tunnel

[On sort le script python](#). On compare avec le coefficient tunnel classique, on discute la qualité de l'approximation de barrière épaisse.

Lien avec la marche de potentiel On a vu que dans la marche de potentiel, la densité de probabilité est non nulle. On a pu "récupérer" l'onde évanescence.

Effet tunnel optique

<https://www.youtube.com/watch?v=3gGtm67daTc> Cette effet est en fait ondulatoire, il se retrouve en optique. *avec application à la microscopie de champ proche, STOM.*

2 Application à la radioactivité α

2.1 Modèle de Gamov

Radioactivité α Nous allons ici traiter le cas de la radioactivité α , qui concerne les noyaux de grand nombre de masse, où l'interaction forte, de courte portée $\sim 1fm$, donc susceptible à la saturation (seuls les voisins les plus proches contribuent) est déstabilisée par la répulsion coulombienne entre les protons (longue portée). Les noyaux sont alors instables par radioactivité α ou plus généralement par fission (**ODG:** typ. noyau $A > 209$). Par exemple il peut s'agir de la désintégration d'un noyau d'uranium 238. [On projette un exemple Pourquoi une particule \$\alpha\$? L'hélium 4 est particulièrement stable car il est double magique.](#) La propriété remarquable de cette désintégration est que les temps de demi-vie s'étalent sur 30 ordres de grandeur [On montre le graphe de Basdevant, énergie nucléaire p87,p89.](#) [On peut parler de la loi de Geiger et Nuttall \(1911\), ou plus tard](#)

Energie de la particule α Comme l'énergie associée à la radioactivité alpha est toujours inférieure à $10MeV^4$, autour de $5MeV$ dans la majorité des cas - soit une vitesse de $15300km/s$ -, elle n'est pas suffisante pour que les particules α émises soient relativistes. Ce fait, associé à leur caractéristique de particules chargées ($Z=2$), leur confère une pénétration faible (quelques centimètres dans l'air).

Loi de Geiger-Nuttall En physique nucléaire, la loi Geiger-Nuttall ou règle Geiger-Nuttall concerne la constante de désintégration d'un radioactif isotope avec l'énergie des particules alpha émises. En gros, il déclare que les isotopes de courte durée émettent des particules alpha plus énergiques que ceux de longue durée.

La relation montre également que les demi-vies dépendent de façon exponentielle sur l'énergie de désintégration, de sorte que des changements très importants dans la demi-vie font des différences relativement faibles en matière d'énergie de décroissance, et ainsi de l'énergie des particules alpha. Dans la pratique, cela signifie que les particules alpha de tous les isotopes émetteurs alpha à travers plusieurs ordres de grandeur de différence dans la demi-vie, tous ont néanmoins peu près la même énergie de désintégration.

Formulé en 1911 par Hans Geiger et John Mitchell Nuttall, sous sa forme moderne, la loi Geiger-Nuttall est

$$\log_{10} \lambda = -a_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} + a_2$$

où λ est la constante de décroissance ($\lambda = \ln 2/\tau$ où τ est le temps de demi-vie, Z le nombre atomique, E le total de l'énergie cinétique (de la particule alpha et le noyau fils), et un a_1 et a_2 sont des constantes. La loi qui fonctionne le mieux pour les noyaux avec même numéro atomique et même masse atomique.

Détection de radioactivité α dans une chambre à brouillard

Vidéo : <https://youtu.be/e3fi6uyyrEs?t=71> The trajectories of individual charged particles leave behind cloudy trails as they ionize the cooled, supersaturated air-alcohol vapor inside this diffusion cloud chamber. Alpha particles from the radioactive decay of an inserted 2% thorium alloy rod form dense condensation trails nearby. Farther from the rod (beyond 10 cm or so) various types of charged particles leave evidence of their activity, including alpha particles (dense tracks, perhaps from the decay of radon isotopes), muons and energetic electrons (faint, seemingly straight tracks), and relatively low-energy electrons and beta particles (faint, tangled tracks).

Applications Americium-241, an alpha emitter, is used in smoke detectors. The alpha particles ionize air in an open ion chamber and a small current flows through the ionized air. Smoke particles from the fire that enter the chamber reduce the current, triggering the smoke detector's alarm.

Alpha decay can provide a safe power source for radioisotope thermoelectric generators used for space probes and were used for artificial heart pacemakers. Alpha decay is much more easily shielded against than other forms of radioactive decay.

Static eliminators typically use polonium-210, an alpha emitter, to ionize the air, allowing the 'static cling' to dissipate more rapidly.

Bonus : autres radioactivités En effet, contrairement aux désintégrations β et γ , que nous verrons au chapitre 4 et qui proviennent de interactions fondamentales, les interactions électro-faibles, la désintégration alpha provient d'un processus quantique fondamental : l'effet tunnel.

Hypothèse de Gamov La particule α préexiste dans le noyau père à l'état lié.

Allure du potentiel ➤ Basdevant énergie nucléaire pour la présentation. A l'intérieur du noyau de rayon $R_0 \sim 1\text{fm}$, les interactions fortes dominant et la particule α est stable : avec la référence $V = 0$ en l'infini, on considère un plateau $-V_0$. Hors du noyau, c'est la répulsion coulombienne qui domine (faible portée de l'interaction forte). On considère une particule α de masse M et d'énergie E_α . Si le noyau est suffisamment gros (instable), $E_\alpha > 0$, donc il y a possibilité de traverser la barrière par effet tunnel. **ODG:** Pour l'uranium, $R_0 = 8.5\text{fm}$, $b = 62\text{fm}$, barrière = 30 MeV, $V_0 \sim 10\text{MeV}$, $E(\alpha) \sim 4$ à 9 MeV. **On reporte ces grandeurs sur un schéma.** donc pour traverser le noyau, la particule doit tunneler !

2.2 Expression du temps de vie

Ordre de grandeur de la vitesse On suppose la probabilité de transmission T connue. On veut estimer la vitesse typique v de la particule α dans le noyau. On utilise l'expression classique $mv^2/2 = E_\alpha + V_0$ car $E_\alpha \sim \text{MeV}$ petit par rapport à son énergie de masse de l'ordre du GeV. **Alternative : au choix, on peut estimer v avec l'inégalité de Heisenberg $v = \hbar/(MR_0)$** **ODG:** $v = 9 \cdot 10^7\text{m/s}$ 🚫 **C'est relativiste en fait !**

Nombre de chocs Elle heurte la barrière en moyenne toutes les $\Delta t = 2R_0/v \sim 10^{-22}$ secondes, avec une probabilité de transmission T à chaque choc.

Expression du temps de vie Le temps de vie moyen d'émission α est par conséquent $\tau \sim \Delta t/T$.

2.3 Calcul de T en approximation BKW

Approximation BKW ∇ Le bellac, Basdevant Energie nucléaire, Messiah tome 1. *Si on n'a pas le temps, on peut sauter la justification* On a fait le calcul de T pour une barrière carrée, or ici la barrière a une forme différente. On pourrait l'utiliser en découpant la barrière en barrières élémentaires par la méthode des rectangles. *On fait un dessin.* Mais il y a un problème : c'est pas légal de faire tendre dx vers 0 alors qu'on est en approximation de barrière épaisse. On le fait plus proprement avec l'approximation Brillouin-Kramers-Wentzel, qui s'applique lorsque le potentiel varie lentement, notion qu'on va préciser

Approximation BKW. *On fait le calcul de la condition* Dans le cas d'une solution propagative, la condition WKB se formule "la variation du potentiel sur une longueur d'onde est négligeable devant l'énergie cinétique totale $\lambda(x)dV/dx \ll p(x)^2/2m$ ", mais ici c'est n'est pas une longueur d'onde mais une longueur de pénétration.

Calcul de T En WKB, on trouve finalement le résultat de l'approximation des rectangles (il aurait suffit de choisir $\delta \ll dx \ll$ échelle de variation de V).

Temps de demi-vie et loi de Geiger-Nuttal Dans le cadre de l'approximation de faible énergie $b \rightarrow \infty$ **Le calcul est admis.** On trouve la justification théorique de la loi empirique de Geiger-Nuttal qui était connue avant l'avènement de la mécanique quantique.

Epilogue et commentaires C'est le facteur exponentiel qui génère l'étalement sur 30 ordres de grandeurs. **ODG:** $\tau \sim 10^{10}$ ans pour 238U. Un modèle plus sophistiqué rend le modèle indépendant du rayon du noyau. L'accord entre le modèle et l'expérience est remarquable pour la très grande majorité des noyaux, compte tenu de la simplicité du modèle.

Bonus : limites En fait, la particule α ne préexiste pas dans le noyau (structure du noyau, découverte du neutron par Chadwick). Le désaccord le plus important se produit pour le ${}_{84}^{210}\text{Po}$, ceci est probablement dû à la couche fermée $N = 126$ (magique) de cet isotope, *qui est plus stable que prévu par le modèle de la goutte liquide.*

↓ *On a vu comment l'effet tunnel est utilisé pour comprendre la nature. Peut-on l'appliquer technologiquement ?*

3 Microscope à effet tunnel

3.1 Principe et dispositif

Contexte Les microscopies optiques sont limités par la diffraction donc à l'échelle de la longueur d'onde **ODG:** 100 nm. On cherche à avoir une meilleure résolution. Inventé en 1984 chez IBM (PN 1986), le microscope à effet tunnel (MET) permet d'explorer les propriétés locales des métaux et semi-conducteurs à l'échelle atomique, et de les "visualiser". C'est un type de microscope à sonde locale, comme le microscope à force atomique. Sa résolution est : **ODG:** 0.05 Å en vertical, 1 Å en latéral. On peut résoudre l'échelle atomique. **On montre une image**

Bonus : échantillon isolant, microscopie à force atomique Si l'échantillon est isolant, on utilise une technique proche, la microscopie à force atomique (AFM pour Atomic Force Microscope).

Dispositif Une pointe métallique en tungstène, avec un seul atome au bout, reposant sur 3 atomes, s'approche de la surface métallique à imager **ODG:** la pointe fait qq angstrom et s'approche à moins de 50 Å. Lorsqu'on applique une différence de potentiel entre la pointe et la surface métallique, on observe l'apparition d'un courant. **ODG:** 1 nA.

↓ *Comment modéliser le problème, comment intervient l'effet tunnel ?*

3.2 Modélisation de la barrière tunnel

Travail d'extraction Le passage d'un électron libre d'un métal à l'espace extérieur demande une certaine énergie appelée travail d'extraction du métal ~ 4 eV. Le gaz d'électrons libres à l'intérieur du métal est confiné dans un puits de potentiel. La profondeur de pénétration correspondante pour les électrons est de $\delta \sim 6 \cdot 10^{-10}$ m.

Profil de potentiel On applique une différence de potentiel U entre la pointe et le substrat. Profil de potentiel : barrière W_1 , décroissance linéaire de eU dans le vide sur une distance d , discontinuité de W_2 . **Un calcul explicite est dans le BUP** On observe un courant tunnel proportionnel à $\exp(-2d/\delta)$ i.e. $I = I_0(U, \dots) \exp(-2d/\delta)$. I_0 dépend de U , de la densité d'électrons dans le métal (plus basse dans un semi-conducteur). A cause de la différence de potentiel U , les électrons ne peuvent circuler que du substrat vers la pointe : un électron du substrat a une énergie plus basse que le niveau de Fermi du métal et l'effet tunnel conserve l'énergie donc par le principe de Pauli, un électron ne peut passer de la pointe au substrat.

Sensibilité

Le courant tunnel décroît exponentiellement avec la distance qui sépare la pointe de l'échantillon. Une variation d'un facteur 2 de la distance entre la pointe et la surface va donc provoquer une variation d'un facteur e^2 c'est-à-dire d'un facteur 7 environ !

On différencie la relation donnant l'intensité et on obtient : $\frac{dI}{I} = -\frac{2d(d)}{\delta}$. La variation relative de l'intensité correspondant à une variation de la distance de 10pm est : $\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Delta d}{\delta}$ soit 3%. Le courant varie de façon sensible lorsque d varie d'une dizaine de picomètres. Cette sensibilité est un atout du microscope à effet tunnel. Encore faut-il contrôler précisément d pour en profiter. Le STM est donc d'une grande sensibilité en courant, ce qui permet d'obtenir la résolution atomique. Il faut cependant rester prudent. Si la résolution est excellente, l'interprétation des images est toutefois plus compliquée que celle des autres microscopies dans lesquelles l'image est une image « topographique » de l'échantillon. Étant basée sur la mécanique quantique, il faut être conscient qu'on accède à la probabilité de présence des électrons et non à leur place « réelle ». Il faut donc faire attention aux abus de langage employés quotidiennement : on ne « voit » pas les atomes !

Contraintes expérimentales : pointe très fine, approche à moins de 1nm du substrat, contrôler les déplacements à moins de 0.01 nm près avec des quartz piézoélectriques (Pierre Curie, tension électrique implique déformation mécanique, effet réversible), éliminer les vibrations parasites (le plus challenging : ils ont essayé de la lévitation supraconductrice, amortissement par courant de Foucault). On peut jouer sur cinq degrés de liberté (I, U, x, y, z). Généralement, on applique $U \sim 1mV$ et $I \sim 1nA$. Limite : vibrations, fluctuations du courant ou de la chaîne d'amplification, non uniformité des potentiels.

Bonus : élimination des vibrations Le problème le plus délicat à résoudre est les vibrations. Pour éliminer les vibrations externes, ils ont d'abord utilisé des phénomènes de lévitation en utilisant des matériaux semi-conducteurs ; ensuite, ils ont préféré des couplages mécaniques (par barres de torsion), associés à des courants de Foucault comme amortisseurs ; enfin ils ont utilisé des simples tampons de caoutchouc. Pour éliminer les vibrations internes, la solution finale a été de réaliser une liaison très rigide entre la pointe et l'échantillon, dont les modes propres de vibration étaient bien au-dessus des modes de vibration externes.

3.3 Applications

Topographie : on maintient U constant et on asservit pour maintenir I constant (donc d constant) en bougeant verticalement. **On remonte la photo : marches à la surface de l'or**. On suit en fait les niveaux isodensité électronique (ou équipotentielles électriques). Un avantage du MET est qu'il est non destructif (pas de laser). A l'air ou dans l'eau, on peut déterminer des structures biologiques (ADN, virus) sans les tuer. *Les topographies sont aussi précieuses dans l'étude des matériaux à structure lamellaire. Elles permettent d'étudier des cinétiques : en faisant plusieurs topographies successives de la même zone et en les comparant, on peut déterminer les sites où des atomes ont été absorbés, désorbés, et ceux où ils ont migré (diffusion de surface) Si cette diffusion est rapide, ces mouvements apparaissent comme un bruit sur la somme des signaux des mesures successives.*

Spectroscopie. A (x, y) fixé, on enregistre I en fonction de la distance d entre la pointe et la surface pour mesurer le travail d'extraction local ϕ_m , ce qui permet d'identifier la nature chimique du substrat. En effet, si la valeur de I est une fonction linéaire de V , I varie avec d comme $\exp - (B\sqrt{\phi_m}d)$ d'où on tire $\sqrt{\phi_m}$. Ceci se produit pour d assez grand (plus de 10 Å et pour V assez petit. En faisant varier X et Y , on peut réaliser une topographie de ϕ_m , regarder ses variations dues aux charges locales ou aux charges image. Illustration vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=6i0Suqe52wE>

Détermination de densité électronique sous le niveau de Fermi On fixe X, Y et Z et on enregistre la dérivée dI/dV en fonction de V . L'accroissement du courant est du au fait que, quand on augmente V , de nouveaux électrons peuvent tunneller, augmentant le courant. dI/dV est donc une mesure de la densité d'états électroniques au niveau $(\phi_m + V)$ sous le niveau du vide dans l'échantillon. Quand V est appliqué, le courant tunnel est I : il provient de la zone hachurée. Si on change V de dV , I change de dI parce que les électrons de la zone quadrillée ne passent plus. La

variation dI est donc proportionnelle au nombre de ces électrons, soit $N(E), dV$. Donc :

$$dI/dV = C \cdot N(E)$$

Limites La microscopie à effet tunnel nécessite d'avoir un échantillon conducteur d'électricité. Si l'échantillon est isolant, on utilise une technique proche, la microscopie à force atomique (AFM pour Atomic Force Microscope). Par ailleurs, le microscope à effet tunnel ne permet de voir que les nuages électroniques des atomes.

Conclusion

[Pas sûr] L'effet tunnel est avant tout un phénomène ondulatoire, un analogue est présent en optique : réflexion totale frustrée (mais ce n'est pas une analogie formelle : la masse joue un rôle en MQ?).

Ouverture : Applications : maser, physique du solide (bandes), diodes à effet tunnel, mémoire flash usb.

Compléments/Questions

Autres applications de l'effet tunnel Les diodes à effet tunnel, les mémoires flash USB, ou encore des détecteurs ultra-sensibles de champ magnétique.

Questions

- La manip de l'effet tunnel optique/onde évanescente frustrée doit être réalisée avec ? Une longueur d'onde proche de l'épaisseur de la barrière, c'est plus facile avec une onde centimétrique. Avec un haut-parleur on peut l'entendre (super manip). Application de l'effet tunnel optique ? Capteurs d'empreinte digitale.
- Sans tension dans le microscope à effet tunnel, il y a un effet tunnel ? Oui mais par symétrie le courant sera nul.
- Peut-on utiliser le microscope à effet tunnel avec tout matériau ? Non, sur les isolants, cela ne marche pas.
- Connaissez-vous des manifestations macroscopiques de phénomènes quantiques ? Magnétisme, supraconductivité, capacité calorifique à basse température.
- Comment justifier physiquement la continuité de la dérivée première de la fonction d'onde ? Par la continuité de \vec{j}
- Interpréter l'effet tunnel en terme d'inégalité temps-énergie.
- Au milieu de la barrière pas de courant mais on peut la trouver dans la barrière. Comment expliquer ? En régime permanent, c'est nul mais en régime transitoire avec un paquet d'onde il y a bien eu un courant. En régime stationnaire, la barrière est "remplie" et donc $\vec{j} = \vec{0}$.
- Quelle a été la leçon juste avant ? Equation de Schrödinger, propriétés de ψ , marche de potentiel.
- Les ondes planes c'est toujours solution de l'équation de Schrödinger ? Dans un potentiel qui dépend du temps, la pulsation va dépendre du temps, donc non.
- Autre technique que le microscope à effet tunnel pour sonder les surfaces et qui n'utilise pas les propriétés électriques des métaux ?
- Autre exemple où il y a autant d'écart d'ordres de grandeur j'avais présenté 1030 OG entre les temps de demie-vie de l'uranium et du polonium ?
- Expliquer pourquoi on fait l'approximation de barrière épaisse pour découper un potentiel quelconque, alors qu'on les fait tendre vers une épaisseur nulle ?
- Quelles conséquences si on considère un puits de potentiel au lieu d'une barrière de potentiel ?
- Est-ce incohérent avec la mécanique classique ? Dans la molécule de NH_3 , pourquoi la fonction d'onde n'est-elle pas symétrique alors que le potentiel l'est ?
- Pourquoi la dérivée de la fonction d'onde est-elle continue aux bornes de la barrière de potentiel ?
- Connaissez-vous des manifestations macroscopiques de phénomènes quantiques ? (On m'a fait chercher des exemples jusqu'à ce que je mentionne la supraconductivité).
- Sur le calcul de la probabilité de transmission : comment convaincre un élève que la probabilité de transmission est le rapport des coefficients des deux ondes planes ? (Analogie avec la physique des ondes, il faudrait raisonner en terme de courant de probabilité).
- Comment justifier physiquement la continuité de la dérivée première de la fonction d'onde ?
- Pourquoi chercher des solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire ?
- Comment peut-on interpréter l'effet tunnel avec les relations d'incertitude de Heisenberg temps-énergie ?
- Sur le microscope à effet tunnel : comment se fait le déplacement de la pointe du microscope à effet tunnel ? (À courant constant ou à hauteur constante).
- Comment faire si on n'a pas une surface conductrice ? Microscope force atomique.
- Sur la molécule d'ammoniac : comment répondre physiquement à la question d'un élève qui ne comprendrait pas pourquoi on a une fonction d'onde antisymétrique bien que le potentiel soit lui symétrique ?

Commentaires

Ne pas parler de surface mais de cortège électronique.

Annexe

3.3.1 Introduction et contexte

En mécanique quantique, deux effets remarquables : l'effet de confinement et l'effet tunnel (?). L'effet tunnel doit être pris en compte dès que la profondeur de pénétration est comparable à l'épaisseur de la barrière.

Rencontré dans : radioactivité α , molécule d'ammoniac (24 GHz) et MASER, délocalisation des électrons dans le potentiel périodique d'un cristal, microscope à effet tunnel, diode tunnel, émission froide, super-réseaux, effet Josephson (PN 1973).

Deux manières de sauter une barrière de potentiel : saut thermique à la Arrhenius, saut quantique par effet tunnel.

3.4 Barrière tunnel

On utilise des ondes planes pour (i) simuler un flux continu de particules ou (ii) former un paquet d'onde après.

L'effet tunnel n'est pas spécifique à la MQ, on le trouve aussi en optique. Mais spécifique à la MQ pour les particules massives.

3.4.1 Réflexion sur une marche de potentiel

$E < V_0$: réflexion totale $R = 1$ mais la fonction d'onde pénètre sur une longueur $\delta \sim \hbar/\sqrt{2m(V_0 - E)}$.

$E > v_0$: il y a toujours une onde réfléchi $R > 0$ contrairement à la mécanique classique.

3.4.2 Barrière tunnel

Les coefficients de réflexion et transmission sont définis à partir des courants de probabilité.

Le vecteur densité de courant est nul dans la partie classiquement interdite. Contrairement à la mécanique classique, retard à la réflexion.

Pas de manifestation à notre échelle $\sim 10^{-30}$.

La dépendance en masse fait qu'un proton a beaucoup moins de chance qu'un électron de franchir la barrière de potentiel.

3.5 Applications

3.5.1 Radioactivité α

Radioactivité α . Le facteur exponentiel explique la grande fenêtre d'ordre de grandeur des temps de demi-vie.

ODG: ${}_{92}^{238}\text{U}$ 10^9 ans contre ${}_{84}^{212}\text{Po}$ 10^{-7} s. L'énergie de la particule émise se trouve entre 4 et 10 MeV.

Loi empirique de Geiger et Nuttall (1911) $\ln \tau_{1/2} = A + B/\sqrt{E}$.

Modèle de Gamow

3.5.2 Diode tunnel

Zone de la caractéristique à résistance négative. Elle sert à réaliser des oscillateurs en électronique.

3.5.3 Microscope à effet tunnel

Le microscope à effet tunnel permet d'explorer les propriétés locales à l'échelle atomique : c'est un type de microscope à sonde locale, comme le microscope à force atomique. La technique AFM exploite l'interaction (attraction/répulsion) entre les atomes de l'apex nanométrique d'une pointe et les atomes surfaciques d'un échantillon. Elle permet d'analyser des zones allant de quelques nanomètres à quelques microns de côtés et de mesurer des forces de l'ordre du nanonewton. Les microscopies optiques sont limitées par la diffraction donc à l'échelle de la longueur d'onde.

1984 chez IBM, PN 1985. La barrière est le travail d'extraction du métal ~ 4 eV. La profondeur de pénétration correspondante pour les électrons est de $\delta \sim 6 \cdot 10^{-10}$ m.

On applique une différence de potentiel U entre la pointe et le substrat. Profil de potentiel : barrière W_1 , décroissance linéaire de eU dans le vide sur une distance d , discontinuité de W_2 . Résolution verticale de 0.01 nm, horizontale de 0.1 nm. On observe un courant tunnel proportionnel à $\exp(-2d/\delta)$ i.e. $I = I_0(U, \dots) \exp(-2d/\delta)$. I_0 dépend de U , de la densité d'électrons dans le métal (plus basse dans un semi-conducteur). A cause de la différence de potentiel U , les électrons ne peuvent circuler que du substrat vers la pointe : un électron du substrat a une énergie plus basse que le

niveau de Fermi du métal et l'effet tunnel conserve l'énergie donc par le principe de Pauli, un électron ne peut passer de la pointe au substrat.

Contraintes expérimentales : pointe très fine, approche à moins de 1nm du substrat, contrôler les déplacements à moins de 0.01 nm près avec des quartz piézoélectriques (Pierre Curie, tension électrique implique déformation mécanique, effet réversible), éliminer les vibrations parasites. On peut jouer sur cinq degrés de liberté (I, U, x, y, z) . Généralement, on applique $U \sim 1mV$ et $I \sim 1nA$.

Topographie : on maintient U constant et on asservit pour maintenir I constant (donc d constant) en bougeant verticalement.

Spectroscopie. A (x, y) fixé, on fait varier z ou U et on mesure I pour mesurer le travail d'extraction local W_1 , ce qui permet d'identifier la nature chimique du substrat.

3.5.4 Couplage tunnel et liaison chimique

Si on considère deux puits infinis séparés avec une barrière infinie, les états propres sont ceux localisés sur l'un ou l'autre des puits et sont dégénérés 2 fois.

Si la barrière est de hauteur finie, les deux puits sont couplés par effet tunnel. Les états propres sont antisymétriques ou symétriques et ont des énergies différentes : il y a levée de dégénérescence par couplage tunnel. L'énergie moyenne est plus faible : il y a eu élargissement effectif du puits de potentiel. Un état initial localisé dans un puits va effectuer des oscillations d'un puits à l'autre, de fréquence $(E_A - E_S/h)$. **ODG**: 24 GHz pour l'ammoniac, 2 ans pour AsH₃.

Applications : MASER : un jet moléculaire de NH₃ est préparé dans l'état antisymétrique avec un jet quadripolaire, ce qui réalise l'inversion de population. Les désexcitations se font dans une cavité où règne un champ oscillant à la résonance. Si la longueur de la cavité est bien ajustée, en sortie, les molécules d'ammoniac sont dans l'état symétrique et ont cédé une énergie $E_A - E_S$ à la cavité. Applications pour les oscillateurs et horloges atomiques.

Les résultats du double puits carré se généralisent au double puits quelconque.

Pour les liaisons chimiques, compétition entre effet tunnel stabilisant qui tend à rapprocher les noyaux et répulsion électrostatique des noyaux déstabilisante, il y a une longueur d'équilibre.

L'effet tunnel est donc responsable de notre existence.

3.5.5 Approximation BKW

Brillouin-Kramers-Wentzel. Elle consiste à négliger les dérivées d'ordre supérieur dans l'équation de Schrödinger 1D (ex : partie radiale) et est valable lorsque les variations du potentiel sur une longueur d'onde est négligeable devant l'énergie cinétique totale $\lambda(x)dV/dx \ll p(x)^2/2m$. Les points où $p(x) = 0$ i.e. $E = V(x)$ sont appelés les points de retournements classiques, en effet la vitesse $v=p/m$ y est nulle, le mobile (ou la particule) fera demi-tour. En ces points la première condition n'est plus valable et l'approximation BKW est totalement fautive et il est donc nécessaire d'effectuer un traitement spécial pour ces points.

3.5.6 Emission froide

Extraire un électron d'un métal demande une énergie W . Si par chauffage, l'énergie cinétique d'un électron (équi-partition) est supérieur à W , il peut être émis du métal : c'est l'émission thermoionique.

L'émission froide est l'émission par effet tunnel lorsqu'on applique un champ extérieur qui donne au potentiel une forme de pente, sans chauffage,