

LP00 – Titre

29 juin 2020

Laura Guislain & Pascal Wang

Niveau :

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ *Le nom du livre, l'auteur*¹

→ Expliciter si besoin l'intérêt du livre dans la leçon et pour quelles parties il est utile.

Prérequis

➤ prérequis

Expériences

☞ Biréfringence du quartz

Table des matières

1	Résonance de l'oscillateur harmonique amorti	3
1.1	Modélisation et analogie	3
1.2	Résonance en position/tension	4
1.3	Acuité de la résonance	5
1.4	Résonance en puissance	6
1.5	Bilan sur la résonance	6
2	Résonance d'une cavité	7
2.1	La corde de Melde - revisitée	7
2.2	Cavité Fabry Pérot et application au laser	10
2.3	Bonus : applications	11
3	Résonance dans le domaine microscopique	12

Préparation

Ressources : http://webetab.ac-bordeaux.fr/Etablissement/BDBorn/sections/postbac/prepasciences/physique/telech/docs20089/exmecanique_2008-2009_3.pdf http://physique.chimie.pagesperso-orange.fr/Cours_de_physique/Bac_Septembre_2000_Physique_4.htm

<http://www.chimix.com/an8/sup/min61.htm> Si on a le temps en III/ parler d'oscillations de Rabi/horloge atomique. Etoffer la présentation du II/ : laser+filtre interférentiel ou spectroscopie

Biblio : I/ PCSI II/ BUP corde de Melde (851 (1)), Houard, Taillet, compléments : effet Larsen BUP 794, Laser Dunod PC

Plan : faire la résonance en puissance d'abord ?

Manip :

Passage : faire passer les notions fondamentales à retenir sur la résonance

Questions :

prépa : tout sur la corde de Melde, tout sur le RLC ; cavité fabry-pérot (cf. ma fiche), laser, amortisseur mécanique, choix des composants RLC

Introduction

Exemple de la balançoire Lorsque l'on pense à la résonance, on peut s'imaginer un enfant sur une balançoire. On a un oscillateur qui est le pendule, et un forçage qui est la personne qui vient périodiquement pousser l'enfant en lui communiquant de l'énergie. Si l'ami est mal placé et pousse l'enfant avant que la balançoire soit arrivée en bout de course, il va exercer un travail résistant, et ça ne sera pas très drôle. Si en revanche, il attend le bon moment pour pousser, son travail sera systématiquement moteur, ce qui va permettre l'accumulation d'énergie au sein du système enfant-balançoire.

L'exemple de la balançoire permet déjà de dégager la notion d'accord en fréquence de l'excitation avec une fréquence naturelle du système

Notion de résonance On peut définir la résonance comme le phénomène par lequel l'excitation d'un système oscillant à une pulsation ω réalise un maximum de transfert d'énergie à une fréquence donnée. Plus généralement, on peut la définir comme l'existence, à une fréquence donnée, d'un maximum dans l'amplitude d'une grandeur en réponse à l'excitation périodique du système. ✚ Ces deux définitions ne sont pas équivalentes, la deuxième est plus large. Dans cette leçon, on va plutôt adopter la deuxième, et parler de résonance en X où X est la grandeur d'intérêt.

Cadre des systèmes linéaires On se restreint aux systèmes linéaires.

Objectif On va s'attacher dans cette leçon à revenir sur des systèmes déjà rencontrés pour montrer la généralité du concept de résonance.

1 Résonance de l'oscillateur harmonique amorti

1.1 Modélisation et analogie

Circuit RLC et équation On commence par montrer un schéma pour les notations. En écrivant la loi des mailles et en substituant $i = dq/dt$, on obtient, le détail des calculs étant sur fiche :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{E_0}{L} \cos(\omega t)$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique amorti forcé.

Forme canonique Plus généralement, on utilise l'équation adimensionnée :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x} + \omega_0^2 x = A_0 \cos \omega t \quad (1)$$

où on introduit ω_0 la fréquence propre et Q le facteur de qualité :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

On a déjà étudié le régime libre. Le facteur de qualité est aussi le nombre d'oscillations amorties avant le retour à l'équilibre, en régime libre et quantifie la dissipation du système. On va réinterpréter Q plus loin lors de l'étude.

Bonus : circuits alternatifs Si on avait pris un circuit R en série avec LC parallèle ou RLC parallèle, ω_0 serait le même, mais le facteur de qualité devient proportionnel à R : $Q' = 1/Q \propto R$. Cela peut être pratique pour contrôler plus finement Q aux grandes valeurs, avec de grandes résistances, plutôt qu'avec de petites, qui ont des incertitudes relatives plus élevées.

Analogie mécanique $\blacktriangleleft$ Feynman 1 p.311. L'équation de l'oscillateur harmonique amorti se retrouve aussi en mécanique, en appliquant le PFD à une masse m attaché à un ressort de raideur k , subissant un frottement visqueux de coefficient α (kg/s) et forcé périodiquement par une force $F(t) = F_0 \cos \omega t$ on montre un schéma, on admet l'équation, qui est en prérequis

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

On dresse alors une analogie formelle :

	Mécanique	Electrocinétique
Equation	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F}{m} \cos \omega t$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{e}{L} \cos(\omega t)$
Variable	position x	charge q
Dérivée temporelle	vitesse dx/dt	intensité dq/dt
Inertie	masse m	inductance L
Dissipation	frottement α	résistance R
Raideur	raideur k	inverse d'un capacité $1/C$
Forçage	force F	tension e
Pulsation propre	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Facteur de qualité	$Q = \frac{1}{\alpha} \sqrt{mk}$	$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

1.2 Résonance en position/tension

Régime sinusoïdal forcé, fonction de transfert L'équation du mouvement est une différentielle ordinaire **linéaire** à coefficients constants, on peut donc appliquer le formalisme complexe *passer dans l'espace de Fourier*. pour étudier le régime sinusoïdal forcé. Au signal réel $u_c(t) = U_c \cos(\omega t + \phi)$ correspond le signal complexe ayant la même partie réelle $\underline{u}_c(t) = \underline{U}_c e^{i\omega t}$ avec $\underline{U}_c = U_c e^{i\phi}$.

Fonction de transfert La fonction de transfert du filtre ainsi constitué est

$$H_C(x) = \frac{\underline{U}_c}{\underline{E}} = \frac{1}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}}$$

avec avec $x = \omega/\omega_0$ la pulsation adimensionnée.

Caractérisation de la résonance La résonance est caractérisée par un maximum d'amplitude de la réponse u_c de l'oscillateur. Or, à entrée constante celui-ci est atteint lorsque le module de la fonction de transfert est maximal soit lorsque le dénominateur est minimal :

$$x \left(4 - 4x^2 + \frac{2}{Q^2} \right) = 0$$

La solution $x = 0$ n'est pas intéressante car il correspond à un cas sans forçage.

Condition de résonance en tension On observe donc un phénomène de résonance sur la tension aux bornes du condensateur à condition que :

$$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ainsi, pour observer une résonance en tension, il faut que la dissipation soit assez faible. et pour une pulsation de résonance : $\omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ différente de la fréquence propre. *La phase est de $\pi/2$ à la résonance.* NB : si $Q \rightarrow +\infty$, on retrouve un oscillateur harmonique. Mais si la dissipation est absente, il y a divergence à la résonance : la fonction de transfert a un pôle. Physiquement, ce sont la dissipation et les non-linéarités qui empêchent la divergence.

Résonance en tension d'un filtre RLC

On monte un filtre RLC série sur la paillasse. Typiquement $L = 0.5\text{H}$, $C = 10\text{nF}$ et $200\Omega < R < 10\text{k}\Omega$ conviennent. **On choisit R,L,C de manière à avoir une fréquence de résonance au milieu logarithmique entre $f = 0$ et $f = f_e/2$ où f_e est la fréquence d'échantillonnage de l'appareil, de manière à avoir une belle courbe de résonance (et rester dans l'ARQS).** De mémoire la valeur limite de R pour qu'il y ait résonance est de l'ordre de $2\text{-}3\text{k}\Omega$. Pour visualiser rapidement et correctement l'existence ou non d'une résonance, il faut régler le GBF pour faire un balayage a en fréquence et utiliser la sortie "sync" du GBF pour le déclenchement de l'oscillo. On peut mesurer le diagramme de Bode sinon. Il faut justifier qu'on puisse se placer en régime permanent et choisir les composants pour cela. *La nature du régime transitoire dépend du facteur de qualité Q du circuit : pseudo-périodique pour $Q > 1/2$, purement exponentiel pour $1/2 > Q > 0$.*

Courbe de résonance

On sort le script python "rlc_resonance_tout" et on montre les courbes de résonance avec différentes valeurs de Q .

🔴 On fait varier R pour changer le facteur de qualité sinon ω_0 change aussi.

Application à l'automobile Dans le domaine de l'automobile, le contrôle de la suspension et de l'amortissement détermine le confort des passagers. On peut modéliser les suspensions par un système masse ressort, amorti par un amortisseur. L'excitation est due aux irrégularités de la route. **ODG:** $M = 10^3 \text{kg}$, $k = 10^5 \text{N/m}$, $\alpha = 10^3 - 10^4 \text{kg/s}$ suivant les voitures. Il y a 4 amortisseurs dans une voiture, donc la masse apparente est $M/4$. Alors

$$Q = \frac{\sqrt{kM/4}}{\alpha} \sim 0.5 < \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0.7$$

Ainsi, comme $Q < 1/\sqrt{2}$, l'amortissement est suffisant pour qu'il n'y ait pas de résonance en position dans la voiture. De plus, le facteur de qualité joue un rôle important dans la réponse d'un oscillateur en régime libre. Quand on cherche un retour à l'équilibre rapide sans oscillation on a intérêt à ce que l'amortisseur produise un facteur de qualité Q proche de $1/2$, qui est le régime apériodique critique, qui retourne le plus vite à l'équilibre ($Q \simeq 1/2 < 1/\sqrt{2}$).

Bonus : phase à résonance Excitation et réponse sont déphasées de $\pi/2$ à la résonance. Intuitivement, sur la balançoire, il faut exercer un maximum de force/pousser au plus bas de la trajectoire, pas à l'apex.

Conclusion De cette étude on tire les conclusions :

- pour un système donné, il n'y a pas forcément de résonance
- les résonances sont favorisées à faible amortissement
- lorsqu'une résonance est possible, elle apparaît lorsque l'excitateur est accordé proche d'une fréquence caractéristique du système résonant.



On va examiner de plus près la signification du facteur de qualité.

1.3 Acuité de la résonance

Fonction de transfert L'équation pour l'intensité est analogue à celle pour la tension, il nous suffit de la dériver. Le calcul est chez bb. La conséquence est que la fonction de transfert s'écrit maintenant :

$$H = \frac{1}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

Résonance en intensité Le module de la fonction de transfert tend vers 0 en $x \rightarrow 0$ et $x \rightarrow \infty$ donc on s'attend à trouver un maximum. On admet le calcul du maximum ? Cette fois, on a une résonance qui se fait toujours, quelque soit le facteur de qualité à la pulsation ω_0 , pulsation propre du système. La phase à résonance vaut 0. On prépare un tableau récapitulatif des deux situations.

Bonus : excitation en intensité Une remarque cependant, si l'on excitait notre système avec un générateur de courant, alors on aurait pour l'intensité (excitée en intensité) les résultats que l'on a eu pour la tension (excitée en tension).

Notion de bande passante La résonance étudiée précédemment est définie par l'existence d'un maximum, mais on montre expérimentalement qu'il existe toute une plage de fréquences pour lesquelles l'amplitude de la sortie est importante. On peut caractériser la largeur de la résonance par la bande-passante. La bande-passante est la largeur de la plage de fréquences pour laquelle l'énergie associée à l'oscillation est supérieure à la moitié de l'énergie associée à l'oscillation de la résonance. En termes d'amplitude, les bornes ω_+ et ω_- de la bande-passante sont définies par :

$$A(\omega_+) = A(\omega_-) = \frac{A(\omega_r)}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

En terme de décibels, on parle de la bande passante à -3dB.

Calcul de la bande passante Les calculs sont sur fiche de Laura/livre de prépa.

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \quad (3)$$

Application à l'automobile Il y a toujours une résonance en vitesse. Dans les automobile, avec les ordres de grandeur précédentes,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k}{2\pi M/4} \sim 3\text{Hz}$$

En fait, le choix de k est piloté par le gain en confort en imposant une fréquence propre de l'ordre de 1 Hz ce qui correspond à la fréquence de la marche d'un être humain. En pratique, les automobiles adoptent en général des suspensions isochrones, c'est-à-dire à fréquence propre constante de la pleine charge à la charge minimum.

Application à l'oscillateur à quartz Dans un oscillateur à quartz, pour gagner en précision, il faut sélectionner une bande étroite de fréquence. On privilégie les valeurs élevées de $Q \sim 10^4 - 10^5$. L'acuité de sa résonance permet de définir la seconde à $1\mu\text{s}$ près. *Le Quartz est un cristal qui présente des propriétés piezo-électriques. D'un point de vue électrique, il peut être modélisé par un filtre RLC d'ordre 3 avec un facteur de qualité de l'ordre de 10^5 . Ce dispositif est utilisé dans les montres-bracelets, car l'acuité de sa résonance permet de définir la seconde à $1\mu\text{s}$ près.*

Conclusion La résonance est donc d'autant plus aigüe que le facteur de qualité est élevé, c'est à dire que l'amortissement est faible. Ainsi, le facteur de qualité contrôle l'amplitude et l'acuité de la résonance. **ODG:** oscillateur à quartz, $Q \sim 10^4 - 10^5$; pour un laser, $Q \sim 10^8 - 10^{13}$; pour une horloge atomique, $Q \sim 10^8 - 10^{10}$.

↓ On a donc compris qu'il y a une résonance dans le système, et pour ce faire, on injecte de l'énergie par le GBF de manière continue, pourquoi a-t-on alors une limitation de l'amplitude de la résonance ?

1.4 Résonance en puissance

Bilan d'énergie ➤ Renvoie p.302, Dunod 3e édition 1ère année.

Le bilan d'énergie en mécanique s'obtient en mécanique en multipliant la PFD par $\vec{v}$ pour voir apparaître la puissance des forces. En électrocinétique, on multiplie la loi des mailles par i . On regarde les calculs sur bb. On obtient que la puissance fournie par le générateur, en régime stationnaire est totalement dissipée par effet Joule.

Interprétation qualitative de la résonance En considérant les régimes basse et haute fréquence, montrer qu'il y a un intermédiaire où la transmission de puissance est maximale : en BF, le système suit le forçage, en HF, le forçage se moyenne à 0 (système inerte). En intermédiaire, il y aura une fréquence de transfert de puissance maximal.

1.5 Bilan sur la résonance

Dans cette partie, on a étudié en longueur la phénoménologie de la résonance à partir d'un exemple canonique.

Différence entre résonance et oscillations libres La résonance apparaît en régime forcé lorsque les oscillations libres apparaissent en réponse à un échelon ou une impulsion. 🌟 La fréquence d'un mode propre en l'absence de dissipation, la fréquence des oscillations libres avec dissipation et fréquence de résonance sont proches mais pas égales a priori.

Mode propre vs mode résonant Un mode propre est un mode d'oscillation stationnaire et libre d'un système non-amorti. Au contraire, les modes résonants ne sont définis que pour des systèmes amortis et excités. Ils sont définis par un maximum de la réponse à l'excitation. À la limite où l'amortissement d'un système tend vers 0, ses modes de résonance convergent vers les modes propres du système non-amorti équivalent. Dans tous les cas, les modes de résonance ont en général des pulsations proches de celles des modes propres du système non-amorti équivalent, ce qui justifie qu'on assimile souvent les deux notions par abus de langage.

Paramètres de la résonance Ainsi, une résonance est caractérisée par deux paramètres : la fréquence de résonance et le facteur de qualité. La fréquence de résonance est la fréquence qui réalise le maximum de transfert d'énergie du forçage vers l'oscillateur.

Interprétations du facteur de qualité Le facteur de qualité s'interprète de plusieurs manières. Il caractérise l'importance de la dissipation dans le système. Pour le circuit RLC, Q est le temps de réponse du circuit RL divisé par celui du circuit RC. En régime libre, le facteur de qualité est le nombre d'oscillations effectuées avant retour à l'équilibre, ou encore l'énergie stockée divisée par l'énergie dissipée par oscillation (valable en régime forcé : le forçage

compense les pertes) ou encore le temps de relaxation vers l'équilibre est $\Delta t = Q/\omega$. En régime forcé, le facteur de qualité caractérise l'amplitude et l'acuité de la résonance, c'est à dire le facteur d'amplification et la finesse de celle-ci $\Delta f = f_0/Q$. On peut faire le lien avec la relation d'Heisenberg $\Delta f \Delta t \sim 1$

Applications : filtrage, oscillateurs Cela a deux conséquences : soit on veut éviter la résonance car elle peut être destructrice, c'est le cas dans la construction de tours ou des amortisseurs de voitures. En effet, avoir un amortisseur qui résonne en amplitude, est loin d'être l'effet désiré. Au contraire, la résonance peut présenter un intérêt car une forte résonance veut dire un filtre très précis et donc la possibilité de fabriquer des oscillateurs et des bases de temps comme les horloges (quartz...).

Bonus : résonance et adaptation d'impédance Quel est le lien entre résonance et adaptation d'impédance ? Considérons d'abord un cas général : un circuit générateur, composé d'un générateur de tension idéal de force électromotrice $e(t) = e_m \cos(\omega t)$ en série avec un dipôle d'impédance $\underline{Z}_g = R_g + jX_g$, qui alimente une charge, dipôle d'impédance $\underline{Z}_u = R_u + jX_u$. On veut maximiser la puissance transmise à la charge (on cherche donc une résonance du circuit global) P_u

Notons i l'intensité parcourant le circuit, d'amplitude i_m , et u la tension aux bornes de la charge. On a :

$$\begin{aligned} P_u &= u \times i = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{u} \underline{i}^*) = \frac{R_u i_m^2}{2} \\ &= \frac{R_u}{(R_g + R_u)^2 + (X_g + X_u)^2} \frac{e_m^2}{2} \end{aligned}$$

Pour maximiser P_u , il faut d'une part que $X_g + X_u = 0$. Ensuite, il faut trouver le maximum de $R_u / (R_g + R_u)^2$ par rapport à R_u , qui est obtenu pour $R_g = R_u$. Finalement, on a résonance en puissance quand les impédances des circuits générateur et récepteur sont adaptées : $\underline{Z}_u = \underline{Z}_g^*$. D'un point de vue ondulatoire, cela correspond à la transmission totale de l'énergie du générateur vers le récepteur, je vous laisse vous reporter au cours sur les ondes pour plus de précisions.

Appliquons cela au cas du circuit (RLC) série, alimenté par une source idéale de tension. Pour avoir résonance (en puissance), il faut adapter l'impédance de la charge (ici, la résistance, puisque c'est elle qui dissipe la puissance) et l'impédance du circuit générateur (soit la source de tension en série avec la bobine et le condensateur). L'impédance de charge est $\underline{Z}_u = R$ et l'impédance du circuit générateur est $\underline{Z}_g = jL\omega + 1/(jC\omega)$. On a donc adaptation d'impédance quand $R = 0$ et $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Néanmoins, dans notre cas, on a imposé la valeur de la résistance, donc, avec les conditions imposées par le problème, on a bien un maximum de puissance quand $\omega = 1/\sqrt{LC}$. L'adaptation d'impédance n'est alors que partielle. Il faut donc nuancer un peu l'affirmation du début (ou plutôt, garder en tête qu'il y a une nuance) :

si l'on a une impédance de charge dont on peut librement modifier les parties réelles et imaginaires, la résonance correspond à l'adaptation d'impédance. S'il y a des contraintes (ici, la partie réelle est fixée), l'idée générale reste valable, mais on ne peut pas parvenir strictement à l'adaptation d'impédance.

Pour l'instant, on a étudié un système canonique à une dimension. Cependant, on sait que si on couple deux oscillateurs, on obtiendra deux modes propres et donc probablement deux modes résonants. On peut se demander ce qu'il se passe lorsque l'on passe à lorsqu'il y a une infinité d'oscillateurs couplés : c'est le cas des cavités résonantes.

2 Résonance d'une cavité

2.1 La corde de Melde - revisitée

♣ BUP 851, ma fiche sur la corde vibrante. ♣ BUP 851 p306. On suit le calcul du BUP en simplifiant $R = R'$ et on le met sous la forme de la fonction identique à la cavité de Fabry-Pérot. On identifie les ventres et les noeuds. On retrouve les fréquences de résonance. Cette approche permet d'expliquer le fait que, même à la résonance, l'amplitude aux ventres est limitée et les noeuds ne sont pas parfaits (en plus des frottements de l'air, des frottements internes et des non-linéarités géométriques).

Système et hypothèses de la corde de Melde L'expérience de la corde de Melde est celle de la propagation d'une déformation le long d'un fil ou d'une corde tendue par une masse m accrochée à l'extrémité d'un fil passant sur une poulie. On fait les hypothèses suivantes :

- poids, raideur de la corde, frottement négligeables devant la tension de la corde

- petits déplacements, petites variations de tension
- déformations transversales qui restent dans le plan de vibration de la source (pas de couplage des degrés de liberté aux points d'attache)

qui aboutissent à l'établissement de l'équation de propagation de d'Alembert. Dans ces conditions, il y a propagation sans atténuation ou dispersion.

Régime libre et régime forcé On suppose connu le comportement en régime libre et régime forcé par une approche de résolution de profil de corde. On le rappelle brièvement pour le réinterpréter ensuite en termes de cavité. En régime libre, la corde est attachées ses deux bouts et tendue à une tension T . Ainsi, on impose à cette onde des conditions aux limites qui entraînent la quantification des modes propres. Les fréquences propres sont $\nu_n = nc/(2L)$ avec L longueur de la corde et $c = \sqrt{T/\mu}$ la vitesse de propagation.

Résonance de la corde de Melde

Montrer plusieurs modes. <https://youtu.be/ondU01Cmw-s?t=7>

Interprétation en termes d'oscillateurs couplés On peut interpréter la corde de Melde comme un oscillateur avec un nombre infini de degrés de liberté. Chaque morceau infinitésimal de la corde est lié donc couplés aux deux morceaux voisins qui l'entourent. Le couplage est traduit en équations par l'équation de d'Alembert.

Interprétation ondulatoire en termes de cavité Une autre façon d'interpréter ce problème est de considérer que le pot vibrant envoie une onde qui se propage sans atténuation ni sans dispersion. Elle est réfléchi successivement sur la poulie et le pot vibrant. Si l'onde envoyée par le pot est en phase avec ses réflexions successives, cela donne lieu à des interférences constructives qui permettent l'accumulation d'énergie.

Superposition en régime permanent On peut aborder la question d'un autre point de vue en considérant que le vibreur fournit une vibration qui se réfléchit en A , avec changement de signe, puis en B puis en A . On peut montrer cette vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=1PsGZq5sLrw> pour montrer le changement de signe à la réflexion. En régime établi, un point M est donc soumis à la superposition d'une infinité d'ondes qui ont subi des réflexions aux extrémités A et B . Soient :

- $\lambda = c/f$ la longueur de d'onde de l'excitation, où $c = \sqrt{T_0/\mu}$ est la célérité des ondes et f la fréquence d'excitation
- $k = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde correspondant
- les déphasages $\varphi_x = 2\pi \frac{x}{\lambda}$; $\varphi = 2\pi \frac{L}{\lambda}$
- a l'amplitude du mouvement du vibreur placé en A ;
- $r < 0$ le coefficient de réflexion en amplitude en A et B , supposé communs

On utilise la notation complexe pour calculer l'amplitude du mouvement de M :

$$A = ae^{-ikx} + are^{-ikL+ikx} + ar^2e^{-2ikL-ikx} + ar^3e^{-3ikL+ikx} + \dots$$

où le déphasage e^{ikL} produit du parcours de longueur L de la corde et les signes $\pm ikx$ dépendant du sens de parcours de l'onde. On l'écrit sous forme de deux sommes géométriques, en séparant les puissances paires et impaires. Ces séries convergent car $|r| < 0$:

$$A = a \left(e^{-ikx} \sum_{n=0}^{\infty} (r^2 e^{-i2kL})^n + r e^{ikL} e^{+ikx} \sum_{n=0}^{\infty} (r^2 e^{-i2kL})^n \right) = a \frac{e^{-ikx} + r e^{ikL} e^{+ikx}}{1 - r^2 e^{-2ikL}}$$

Soit I l'intensité du mouvement de M , en notant $\phi = 2kL$ et en utilisant à la dernière ligne $\cos \phi = 1 - 2 \sin^2 \phi/2$

$$\begin{aligned} I = A \cdot A^* &= a^2 \frac{(1 + r \cos(2kx + \phi))^2 + r^2 \sin^2(2kx + \phi)}{(1 - r^2 \cos \phi)^2 + r^4 \sin^2 \phi} \\ &= a^2 \frac{1 + 2r \cos(2kx + \phi) + r^2 \cos^2(2kx + \phi) + r^2 \sin^2(2kx + \phi)}{1 - 2r^2 \cos \phi + r^4 \cos^2 \phi + r^4 \sin^2 \phi} \\ &= a^2 \frac{1 + 2r \cos(2kx + \phi) + r^2}{1 - 2r^2 \cos \phi + r^4} \\ &= a^2 \frac{(1 + r)^2 - 4r \sin^2(k(x + L))}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \phi/2} \end{aligned}$$

Résonance aux ventres et aux noeuds En se souvenant que $r < 0$, les noeuds de variation d'amplitude donc tels que

$$\sin(k(x+L)) = 1$$

, ce qui redonne $k(x+L) = n\pi$ soit $x = L - n\lambda/2$ des noeuds espacés de $\lambda/2$ à partir de l'extrémité L . De la même façon on peut retrouver les positions des ventres. L'amplitude aux ventres et aux noeuds sont, en se souvenant que $r < 0$

$$(A^2)_{\text{ventre}} = a^2 \frac{(1-r)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \phi/2} \quad \text{et} \quad (A^2)_{\text{noeud}} = a^2 \frac{(1+r)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \phi/2}$$

Ces relations montrent mieux que le paragraphe précédent pourquoi il faut faire des réglages pour obtenir de belles ondes stationnaires. Il y a toujours des noeuds et des ventres, mais ils peuvent être plus ou moins marqués. Il faut satisfaire une condition de résonance qui minimise le dénominateur de $(A^2)_{\text{ventre}}$ soit

$$\sin^2 \phi/2 = \sin^2 kL = 0$$

La résonance a lieu pour plusieurs fréquences multiples les unes des autres tel que $kL = n\pi$ soit $k = n\pi/L$ ou encore

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

qui est la condition de résonance.

Analyse graphique de la courbe de résonance

On sort l'animation Geogebra qui trace A^2_{ventre} en fonction de $\phi = 2kL$

Allure de la courbe On trouve des maxima donnés par la condition de résonance.

Influence de r sur la largeur des pics On voit que le coefficient de réflexion r influence la finesse des pics. Pour r faible, la différence entre l'amplitude d'un ventre à une résonance et hors résonance est faible. Les pics deviennent plus fins et plus hauts comparé au cas hors résonance, si on augmente r . Pour $r = 1$, I diverge.

Facteur de qualité On peut admettre le résultat ici et faire le calcul de pouvoir de résolution du Fabry-Pérot, qui est l'exact analogue. On peut représenter I_{ventre} à la résonance en fonction de la fréquence f du système exciteur, si c'est elle qu'on fait varier. On considérera qu'on est dans la bande à 3 dB tant que l'intensité reste supérieure à $I_{\text{max}}/2$. Le calcul donne :

$$Q = \frac{f}{\Delta f} = \frac{n\pi\sqrt{r^2}}{1-r^2}$$

On peut en tirer les conclusions que Q est d'autant plus grand que :

- r^2 est voisin de 1 (c'est une confirmation des idées générales sur les rapports entre atténuation et acuité de résonance)
- que n est élevé, c'est-à-dire que la corde est longue par rapport à λ

Application numérique On réalise une petite application numérique pour la corde de Melde en nylon ($\mu = 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, et $T = 1 \text{ N}$), avec $r = r' = 0,95$ et $L = 30 \text{ cm}$: $\delta\omega_n = 0,8 \text{ Hz}$ et $Q_n = 31 * n$.

Bonus : Nombre de modes de résonance En général, le nombre de modes de résonance est lié au nombre de degrés de liberté du système : l'oscillateur harmonique 1D possède un degré de liberté donc il ne présente seul mode de résonance. Dans le cas d'un milieu continu, comme ici, on obtient un nombre infini de modes propres. En revanche, le nombre de modes propres est borné si le confinement n'est pas parfait (c'est le cas par exemple pour un puits de potentiel fini en mécanique quantique)

Pourquoi avoir réinterprété la corde de Melde comme cela ? Parce que les cavités c'est général. De plus, l'énorme avantage de cette expérience c'est que les ventres et les nœuds de variation de y sont observables sans appareils de mesures. La grandeur observée n'est pas inaccessible comme en électromagnétisme où la phase oscille trop vite pour que les appareils de mesure puisse les capturer.



2.2 Cavité Fabry Péro et application au laser

Présentation Conçu par Fabry et Péro à la fin du XIXe siècle, l'interféromètre de Fabry-Pérot est constitué de deux miroirs semi-réfléchissants parallèles, à hauts coefficients de réflexion. L'espace entre les deux lames de verre constitue une lame d'air. **ODG:** qqes mm d'épaisseur. [On montre un schéma+photo.](#)

Bonus : lame à transmission contrôlée Une lame à transmission contrôlée (faible pour un Fabry-Pérot, moitié pour la séparatrice d'un Michelson) est faite par dépôt métallique, typiquement de l'aluminium d'épaisseur contrôlée sur une lame de verre. **On se méfiera des coefficients en amplitude t et r , et en énergie T et R : on a bien $R = |r|^2$, mais comme $R + T = 1$ $T \neq |t|^2$**

Interféromètre à N ondes Dans une certaine mesure, l'interféromètre de Fabry-Pérot est à l'interféromètre de Michelson ce que le réseau est aux fentes de Young. C'est interféromètre à N ondes, N étant fixé par l'angle d'incidence et la taille des miroirs.

Localisation des interférences Chaque rayon émis par un point source S sous un angle i donne après réflexion et transmission multiples sur les faces internes des lames, une infinité de rayons qui émergent parallèle dans la direction d'incidence et donnent des ondes qui interfèrent à l'infini. La figure d'interférence est donc localisée à l'infini.

Figure d'interférence Comme dans l'interféromètre de Michelson réglé en lames d'air, la figure d'interférence est des anneaux d'égaux inclinaison.

Description de la cavité Fabry-Pérot On peut ramener le Fabry-Pérot à deux miroirs en vis à vis, de transmission t et de réflexion r .

Analogie de principe avec la corde de Melde Le principe est le même, le forçage se fait par l'envoi d'une onde électromagnétique sur la cavité. L'onde va ensuite faire des aller-retour dans la cavité, et on obtient la même phénoménologie. Le déphasage s'obtient en voyant de manière équivalente que les rayons provenant des multiples réflexions viennent de sources espacées de $2e$ perpendiculairement à la lame. La différence de marche est alors $\delta_q = q2e \cos \theta$ où θ est l'angle d'incidence à l'intérieur de la lame. La différence de marche ne dépend que de l'angle d'incidence donc la figure est d'interférences est constituée d'anneaux. Les interférences sont localisées à l'infini. **ODG:** Le facteur de qualité pour les meilleures cavités et de 10^{10} ! [On montre un tableau d'analogie formelle.](#)

Influence du coefficient de réflexion

[On sort le même code python.](#)

Différence en ordre de grandeur avec la corde de Melde Cependant en optique on travaille avec des longueurs d'onde de l'ordre de $500nm$ et des fréquences de l'ordre de $10^{14}Hz$ donc qui ne sont pas accessibles aux appareils de mesure. Pour une cavité d'épaisseur $e = 1mm$, on travaille avec les modes numéro 2000 environ. Contrairement à la corde de Melde où l'on peut savoir à quel mode on travaille simplement en comptant le nombre de noeuds ou de ventres, il est difficile de savoir avec quel mode on travaille en optique, et en fonction des caractéristiques du système, ce ne sont pas les mêmes modes que l'on va sonder.

Bonus : différence avec l'interféromètre de Michelson Donc pour des bons miroirs la figure d'interférence obtenue pour un rayonnement monochromatique est constituée de pics très fins. Si on utilise alors un rayonnement non-monochromatique, on va voir apparaître plusieurs pics, et non plus sommer des sinus comme pour l'interféromètre de Michelson. [On peut montrer le doublet du sodium à ce moment.](#)

Application en spectroscopie En sortie, on obtient principalement les pulsations résonantes de la cavité : la cavité agit comme sélectionneur de fréquence. En incidence normale, seules certaines fréquences seront sélectionnées. En faisant varier l'incidence, la condition d'interférence *i.e.* la condition de résonance change. Cela permet de séparer le doublet du sodium par exemple.

Pouvoir de résolution, finesse Le facteur de qualité, ou pouvoir de résolution, est défini comme l'inverse de la variation relative minimale de longueur d'onde (ou fréquence) détectable par l'interféromètre. [Le calcul est sur fiche](#) On trouve

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = p \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \equiv p\mathcal{F}$$

où on a défini la finesse $\mathcal{F} = \pi\sqrt{R}/(1-R)$ qui ne dépend que du coefficient de réflexion et caractérise la finesse des pics. Il est d'autant plus grand que la finesse est grande et que l'ordre d'interférence est élevé. Contrairement à la finesse, sa valeur dépend donc de la façon dont on se sert de l'interféromètre! **ODG:** Pour $R=0.8$, $\mathcal{F} = 14$, et pour $R=0.99$, $\mathcal{F} = 313$. Une faible augmentation de R permet ainsi un fort gain en finesse. On notera que la finesse des meilleures cavités Fabry-Pérot est actuellement de l'ordre de 100000. On peut également comparer cette finesse à celle qu'on pourrait définir pour le Michelson, qui serait de 2. Mais pour apprécier véritablement le sens de la finesse, on va calculer le pouvoir de résolution

Bonus : définition équivalente de la finesse La finesse est aussi $\mathcal{F} = \Delta\phi/\delta\phi$ i.e. le rapport de l'écart entre deux pics (2π) et la largeur à mi-hauteur de ces pics. En effet, la distance intermodale $\Delta\omega = \omega_{n+1} - \omega_n = \pi$ est constante, et que la largeur d'un pic de résonance est indépendante du mode considéré. On introduit donc un coefficient exprimant la largeur d'un pic de résonance normalisée non pas par la fréquence propre (cas du facteur de qualité), mais par la distance intermodale : $F = \frac{\Delta\omega}{\delta\omega} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$. On appellera ce coefficient la finesse de la cavité, qui est simplement reliée au PR par $PR = n\mathcal{F}$. Notons que la finesse de la cavité ne dépend que des coefficients de réflexion, et qu'il augmente quand R augmente.

Doublet du sodium La grande finesse du Fabry-Pérot permet résoudre directement le doublet du sodium à 589.0nm et 589.6 nm. **On fait un calcul et on montre la photo** **ODG:** Il faut un PR de $598/0.6 \sim 10^3$ pour résoudre le doublet du sodium. Un Fabry-Pérot a typiquement un PR supérieur à 10^6 .

Finesse et facteur de qualité de la corde de Melde Les expressions de la finesse et du pouvoir de résolution se transposent à la corde de Melde. L'ordre d'interférence p correspond au numéro du mode p .

Considérations pratiques En réalité, la finesse est différente de celle théorique à cause du parallélisme des miroirs, il faut que l'épaisseur varie sur une distance inférieure à la longueur d'onde. On le fait manuellement avec des vis micrométrique ou électroniquement avec des quartz piézoélectriques. On utilise aussi le Fabry-Pérot en mode balayage, on fait varier e plutôt que l'angle d'incidence et on récupère le signal sur un capteur au foyer d'une lentille.

2.3 Bonus : applications

Laser Les lasers sont des résonateurs optiques et comportent une cavité optique constituée de miroirs en regard. La cavité permet de sélectionner un ou plusieurs modes de largeur spectrale fine

Couche anti-reflet Pour les lentilles des instruments d'optique ou les lunettes de vue, on veut maximiser l'intensité transmise donc minimiser le coefficient de réflexion R . Sur une interface air-verre en incidence normale, $R(\theta = 0) = (1 - 1.5)^2/(1 + 1.5)^2 = 0.04$. Pour récupérer les 4% d'intensité perdue, on peut intercaler une lame mince d'indice n_2 et d'épaisseur e entre les deux surfaces, tel que $n_2^2 = n_1 n_3$ et $e = p\lambda_2/2$, alors $R = 0$ en incidence normale. Si p est trop grand, R passe rapidement d'un minimum à un maximum quand la longueur d'onde varie, il faut choisir e de l'ordre de la longueur d'onde. En fait on a fait une adaptation d'impédance.

Filtre interférentiel Un filtre interférentiel est une lame diélectrique à faces parallèles partiellement réfléchissante. Les longueurs d'ondes transmises sont celles qui réalisent les conditions d'interférence à ondes multiples. La fonction de transfert est celle d'une cavité Fabry-Pérot. *La longueur d'onde sélectionnées par le filtre interférentiel dépend de l'angle d'incidence. En toute rigueur, les filtres interférentiels doivent donc être éclairés en lumière parallèle. Plus précisément, ils sont calibrés (c'est-à-dire que la valeur annoncée pour le filtre est prévue) pour une incidence normale.*

Généralisation aux lames minces (cf. Tailler) on peut généraliser les résultats aux empilements de lames minces, ce qui explique les couleurs des bulles de savons, des flaques d'huiles, ou des ailes de papillons dont les ailes jouent le rôle de lame mince.

Bonus : remplacement par spectroscopie par TF Pourquoi n'utilise-t-on plus tellement les interféromètre de Fabry Pérot? La résolution des spectroscopes à transformée de Fourier, reposant sur le fonctionnement de l'interféromètre de Michelson, est limitée non pas par les caractéristiques de l'interféromètre mais par des paramètres d'acquisition - durée, stabilité du moteur, échantillonnage - qui permettent avec l'informatique moderne d'obtenir des résultats plus précis et plus faciles à interpréter.

Bonus : effet Zeeman et mesure du magnéton de Bohr <https://www.youtube.com/watch?v=Ju-3Eu133KE>

Bonus : mécanisme de l'ouïe

➤ Physics of Waves, Arnt Inge Vistnes, chap 3.7 From our perspective, the important part is the basilar membrane. Earlier in this chapter, forced oscillations have been analysed. By way of a trial, that analysis will be applied to oscillations in the basilar membrane, which extends diametrically across the conical cavity of the cochlea in the inner ear. The membrane can vibrate, just like the belly (top plate) of a violin, in unison with the pressure variations generated by the sound. The membrane, however, changes character from the outer to the inner parts of cochlea. The relative length of some fibres in the basilar membrane varies from the outer to the inner part. As a result, if we hear a dark sound (low frequency), only the inner part of the basilar membrane will vibrate. If we hear a light sound (high frequency), only the outer part will vibrate. This is a fabulous design that allows us to hear many different frequencies at the same time as separate audio impressions. We can hear both a bass sound and a disk rhythm simultaneously, because the two sound stimuli excite different parts of the basilar membrane. The hair cells and nerve endings pick up vibrations from different parts of the membrane in parallel. It was the biophysicist Georg von Békésy from Budapest who found out how the basilar membrane works as a “position-frequency map”. He received the Nobel Prize in Physiology and Medicine for this work in 1961. The basilar membrane is a mechanical oscillation system that behaves in a manner similar to the externally driven mass-spring oscillator and RCL circuit. Different parts of the membrane have properties that make them responsive to different frequency ranges. We can assign different Q-values to different parts of the basilar membrane.

Bonus : effet Larsen

➤ BUP 794 L'effet Larsen est un effet de résonance qui se produit lorsqu'on approche un microphone d'un haut parleur. Les deux sont en général relié par un amplificateur. Les bruits captés par le micro sont donc amplifiés, émis par le haut parleur puis recaptés par le micro, à nouveau amplifiés, etc... Si le micro est suffisamment proche du haut-parleur, le gain de l'amplificateur va pouvoir compenser les pertes entre haut-parleur et micro. Un bruit strident est alors émis par le haut-parleur dont le spectre est constitué de modes propres acoustiques de la pièce dans laquelle le dispositif est placé. Cela s'explique par le fait que les ondes sonores sont réfléchies et diffractées par tous les objets environnants en raison de longueurs d'onde de l'ordre du mètre.

Pour y remédier, un procédé consiste à analyser le spectre et atténuer ou déphaser automatiquement une fréquence qui reste à un niveau élevé pendant plus de quelques dixièmes de secondes, ce qui n'arrive pas dans le signal de la voix humaine. On utilise des filtres coupe-bande de bande passante ajustable. Pour en fabriquer, on utilise un passe-bande à fréquence fixe et on multiplie la fréquence d'entrée par une fréquence judicieusement choisie f_1 pour créer les fréquences $f + f_1$ qui seront coupées par le filtre.

3 Résonance dans le domaine microscopique

Les résonances dans des domaines microscopiques fournissent des sondes de la matière (RSE, RMN...) ou des oscillateurs très stables (horloge atomique...).

Si on devait présenter quelque chose, on pourrait faire :

- le MASER et les oscillations de Rabi en accéléré.
- l'électron élastiquement lié (LP. propagation dans les diélectriques) et faire l'application aux microondes, à la résonance optique du sodium (LP. absorption/émission), aux lignes de Fraunhofer.
- oscillateurs couplés et spectroscopie RMN/IR

Conclusion

Au cours de cette leçon, nous avons pu observer l'extrême diversité des systèmes physiques pouvant être le siège de phénomènes de résonance. Nous avons pu en dégager les principales caractéristiques :

- Une résonance apparaît dans certains systèmes lorsqu'ils sont excités à une pulsation bien précise, dite pulsation de résonance. Les systèmes d'ordre 1 ne présentent jamais de résonance. En général, les phénomènes de résonance apparaissent dans les systèmes à faible amortissement.
- La pulsation de résonance est entièrement déterminée par les caractéristiques du système résonant.
- La résonance est d'autant plus aigüe que l'amortissement est faible.

Ouverture : On s'est restreint, dans cette étude aux systèmes invariants, avec une excitation externe. On aurait également pu discuter de la résonance paramétrique qui se produit lorsqu'on modifie périodiquement les paramètres du système résonant. Le bruit initial est alors amplifié et suffit à faire résonner le système. Un exemple typique de résonance paramétrique est le cas d'un enfant jouant seul à la balançoire : en modifiant périodiquement la position de son centre de masse, il peut la faire entrer en résonance et se balancer. *Il faut se balancer au double de la fréquence propre pour avoir résonance. On a ici une équation non linéaire, l'équation de Mathieu, avec un forçage "interne" : c'est la personne sur la balançoire qui excite la résonance. Dans le cas où c'est une personne qui pousse la balançoire, la fréquence de la résonance est la fréquence propre, et on est dans le cas d'un oscillateur harmonique avec un forçage extérieur.*

Compléments/Questions

Liste de phénomènes de résonance

- RMN
- spectroscopie (IR...)
- oscillations de Rabi
- astrophysique : résonance orbitale
- résonance spin-orbite
- Micro-ondes.
- Atmosphère (et marées)
- tout ce qui peut osciller
- oscillateur à quartz
- filtre interférentiel,
- Acoustique : effet Larsen, tube de Kundt, résonateur de Helmholtz (équivalent à un système masse-ressort) pour l'isolation acoustique
- Mécanique : balançoire (résonance paramétrique lorsqu'on se balance avec les jambes, c'est un problème non linéaire, différent de celui où quelqu'un pousse la balançoire, quartz
- Microscopique : modèle de l'électron élastiquement lié, RMN, RSE, MASER, LASER, horloge atomique

Diagonalisation de formes quadratiques On considère un système dont la dynamique est définie par l'équation du mouvement

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

où M , K , et C sont encore des matrices (de masse, de raideur, et de dissipation), et où x est un vecteur contenant les positions des oscillateurs.

Tant qu'il n'y a pas de dissipation, il est toujours possible de définir des modes normaux, même si les masses effectives ne sont pas toutes les mêmes (et donc même si $[M, K] \neq 0$). En effet, ce sont des formes quadratiques qu'on diagonalise et pas des opérateurs, de sorte qu'on peut κ diagonaliser par congruence, les matrices (cf. Goldstein, ch. 6), de manière déformer l'ellipsoïde de masse en une sphère.

Quand il y a de la dissipation, c'est en général fini des MNV. On peut montrer ⁽⁵⁾ que le système a des MNV (i.e. un ensemble complet de vecteurs propres réels orthogonaux) ssi $[M^{-1}C, M^{-1}K] = 0$, soit $CM^{-1}K = KM^{-1}C$

Passage

Plan

Questions

- Comment concevez vous cette leçon dans le cadre d'une année universitaire ? Quels sont les notions fondamentales qu'un élève doit retenir ?
- Un exemple courant de systèmes à résonance multiple ? Couplage d'oscillateurs, chaîne d'oscillateurs, solides

- Définition de degrés de libertés ?
- Quelles conséquences au fait de négliger toute dissipation ?
- Exemples courants d'emplois de résonance et de cas où l'on souhaite l'éviter ?
- Comment avez vous trouvé la fréquence de résonance pour Melde ?
- Comment avez vous calculé la célérité dans la corde ?
- Comment avez-vous choisi les valeurs pour R, L et C ? Pourquoi avoir choisi de modifier R pour faire varier le facteur de qualité ? Sinon ω_0 change.
- Vous avez utilisés la notation complexe en électricité, pourrait-on également l'utiliser pour une excitation créneau ?
- Vous avez affirmé que l'on pouvait considérer le régime transitoire comme terminé. Pouvez-vous justifier ?
- Est-ce que le phénomène de résonance est voulu ou à éviter ? Avez-vous un exemple dans ce domaine ? Quel est son fonctionnement ?
- Vous n'avez utilisé que des signaux excitateurs sinusoïdaux, il y a une raison à cela ? -> Un signal quelconque peut se décomposer en somme de signaux sinusoïdaux. Il n'y a pas des hypothèses à faire pour que ça marche ?-> Linéarité du système.
- «Si jamais je prends la tension au borne de la capacité au lieu de la résistance : Kes- kispasse?» -> Il y a un pic de tension pour une valeur de pulsation inférieure à la pulsation propre du système, mais ce n'est pas vraiment une résonance selon ma définition, vu qu'aucune énergie n'est transférée à la capacité en moyenne sur une période.
- (D'ailleurs, ce maximum n'existe qu'avec une condition sur Q)
- «Si jamais je change votre circuit RLC, ici en série, que je prends les composants en parallèle ou autre : ça change la pulsation propre ? Le facteur de qualité ?»
- «Dans l'électron élastiquement lié, vous avez dit que l'électron était soumis à un frotte-ment visqueux, précisez.» ->
- «C'est quand même bizarre cette force harmonique, l'électron devrait plutôt être soumis à un force coulombienne, non ? Vous répondez quoi à élève qui vous poserait cette question ?»
- «Sinon, vous avez dit qu'il y avait des résonances optiques dans le sodium : ça veut dire que c'est les seules qui existent ? Et les résonances IR pour la vibration ? C'est les seules ?»
- «L'électron est non relativiste dites-vous, est-ce que vous avez un moyen de déterminer un odg de sa vitesse de manière classique ?» L'électron va à une vitesse = taille de l'atome x $\omega_0 \sim 10^{-10} \times 10^{16} = 10^6 m/s \ll c$. Ca doit correspondre à dire que l'amplitude du mouvement est petite devant la longueur d'onde du champ, soit encore que la partie magnétique de la force de Lorentz est négligeable
- «Sinon, pour le système à deux degrés de liberté, vous avez choisi un système à deux ressorts : il y a une application à ce système ?»
- . «Sinon, vous avez dit que la corde fixé à deux extrémités avaient un nombre infini de degré de liberté ? on divise la corde en une infinité de petit bouts qui constituent plus ou moins des systèmes à un degré de liberté !
- L'idée était de présenter la résonance (en intensité) avec l'exemple du RLC pour définir de manière précise la résonance en terme de transfert d'énergie (J'ai laissé totalement tomber la discussion sur la phase vu que j'ai considéré que ce n'était pas une caractéristique d'une résonance...
- Comment améliorer un coefficient de réflexion ? Miroirs de Bragg diélectriques.
- À propos de la corde de Melde : physiquement, où se trouve la dissipation ? Citer d'autres types de dissipation, autre qu'en dérivée première. Abraham Lorentz
- Influence des non-linéarités ? À quoi servent les résonances ? Comment les éviter ? Comment s'affranchir des résonances parasites des hauts parleurs ?
- Exemple de résonance en architecture ? Pont tacoma.

- En considérant les régimes basse et haute fréquence, montrer qu'il y a un intermédiaire où la transmission de puissance est maximale : en BF, le système suit le forçage, en HF, le forçage se moyenne à 0 (système inerte). En intermédiaire, il y aura une fréquence de transfert de puissance maximal.
- Différents types d'excitation : amplification paramétrique.
- **Pont de Tacoma ?** L'effondrement du pont ne vient pas d'un phénomène de résonance, mais simplement d'une instabilité dite aéroélastique qui peut apparaître même par vent constant (il n'y a donc pas eu excitation périodique et donc pas de résonance).
- Ici vous parlez beaucoup de forçage harmonique, connaissez vous un système en musique pour lequel le forçage n'est pas harmonique ? Pourquoi cela fonctionne t-il encore ? (stick-slip de l'archet du violon, traitement de Fourier...)
- Quelle est la propriété commune de toutes les résonances considérées au cours de la leçon ? (Ce sont des résonances de systèmes linéaires.)
- Pour le circuit RLC, tu as dit que quand la tension est trop élevée, les composants "claquent" : et plus précisément ? (Pour le condensateur, on finit par atteindre le champ d'ionisation du milieu isolant et on a une étincelle (ou pire...) ; pour l'inductance, le fil finit par fondre par effet Joule, idem pour la résistance.)
- Comment atteint-on de si hautes valeurs pour l'horloge atomique ? Quelle est la résolution théorique ultime que l'on puisse atteindre ? (Dans l'horloge atomique, on mesure la fréquence de la transition entre deux niveaux hyperfins du césium 133 avec les franges de Ramsey. On emploie des milieux extrêmement dilués, afin de limiter l'élargissement collisionnel, on refroidit les atomes par refroidissement laser, afin de limiter l'élargissement Doppler et d'augmenter le temps d'interrogation. Il restera toujours la largeur intrinsèque de la raie, due à l'incertitude de Heisenberg.)
- On a vu que pour une excitation à une fréquence propre, l'amplitude du mouvement devient infinie : est-ce possible ? (Non, pour de grandes amplitudes, les non linéarités deviennent importantes et/ou la dissipation n'est plus négligeable. Selon les systèmes, ce peut être l'une ou l'autre, voire les deux explications, mais il ne faut surtout pas oublier les non linéarités !)
- Comment déterminer les modes propres théoriquement ? Y en-a-t-il toujours ? (On a un système d'équation linéaires : il suffit de l'écrire sous forme matricielle et de diagonaliser le système. Les vecteurs propres vont donner les modes, et les valeurs propres, les fréquences de résonance. Il n'est néanmoins pas toujours possible de diagonaliser la matrice quand les oscillateurs ne sont pas identiques, ou, en présence de dissipation, il n'est pas toujours possible de diagonaliser simultanément la matrice de couplage et la matrice de dissipation. On pourra regarder pour plus de détails.)
- Et expérimentalement ? (On peut enregistrer la réponse du système à une impulsion ou à une marche, et en calculer la transformée de Fourier (ou sa dérivée)). Pourquoi une impulsion excite-t-elle tous les modes ? (La fonction de Dirac est une superposition de toutes les fréquences.)
- En RMN, quelle est l'excitation ? (le champ magnétique tournant) Et la quantité résonante ? (Le spin, ou macroscopiquement, l'aimantation du milieu)
- Dans les deux RLC couplés, l'énergie du mode antisymétrique est plus grande que celle du mode symétrique. Commenter. C'est aussi le cas pour la molécule d'ammoniac par exemple. L'idée c'est que si la fonction a un noeud, la fonction d'onde est plus à l'étroit en position, donc (Heisenberg) son impulsion est plus grande, et donc idem l'énergie. (Au passage, cela se généralise aux solutions avec n noeuds : théorie de Sturm-Liouville, sujet X maths 1 MP 2008 ou Landau-Lifshitz t.3)
- Quel forme de fonction excitatrice pour avoir résonance ? Décomposable en série de Fourier ?
- A quel niveau placez vous la leçon ? Comment concevez vous cette leçon dans le cadre d'une année universitaire ?
- Quels sont les notions fondamentales qu'un élève doit retenir ?
- Pourquoi n'avez vous pas montré aussi la résonance en charge du RLC expérimentalement ?
- Un exemple courant de systèmes à résonance multiple ? Solides, rayons X, molécule d'eau ?
- Définition de degrés de libertés
- Quelles conséquences au fait de négliger toute dissipation ? Divergence à la résonance : la fonction de transfert a un pôle.

- Exemples courants d'emplois de résonance et de cas où l'on souhaite l'éviter ?
- Comment avez vous trouvé la fréquence de résonance pour Melde ? Comment avez vous calculé la célérité dans la corde ?
- Comment avez-vous choisi les valeurs pour R, L et C ? Pourquoi avoir choisi de modifier R pour faire varier le facteur de qualité ?
- Vous avez utilisés la notation complexe en électricité, pourrait-on également l'utiliser pour une excitation créneau ? Non mais on peut raisonner en TF.
- Vous avez affirmé que l'on pouvait considérer le régime transitoire comme terminé. Pouvez-vous justifier ?
- Est-ce que le phénomène de résonance est voulu ou à éviter ? Avez-vous un exemple dans ce domaine ? Quel est son fonctionnement ?
- Comment améliorer un coefficient de réflexion pour le Fabry-Pérot ?
- A propos de la corde de Melde : physiquement, où se trouve la dissipation ? Frottement avec l'air et frottement interne de la corde.
- Citer d'autres types de dissipation, autre qu'en dérivée première. Solide et fluide à haut Re , Abraham Lorentz.
- Influence des non-linéarités ? À quoi servent les résonances ? Comment les éviter ? Comment s'affranchir des résonances parasites des hauts parleurs ? Exemple de résonance en architecture ?
- Vous n'avez utilisé que des signaux excitateurs sinusoïdaux, il y a une raison à cela ? Un signal quelconque peut se décomposer en somme de signaux sinusoïdaux.
- Il n'y a pas des hypothèses à faire pour que ça marche ? Linéarité du système.
- Si jamais je prends la tension au borne de la capacité au lieu de la résistance : Kes- kisépasse ? -> Il y a un pic de tension pour une valeur de pulsation inférieure à la pulsation propre du système, mais ce n'est pas vraiment une résonance selon ma définition, vu qu'aucune énergie n'est transférée à la capacité en moyenne sur une période. D'ailleurs, ce maximum n'existe qu'avec une condition sur Q
- Si jamais je change votre circuit RLC, ici en série, que je prends les composants en parallèle ou autre : ça change la pulsation propre ? Le facteur de qualité ?
- Dans l'électron élastiquement lié, vous avez dit que l'électron était soumis à un frottement visqueux, précisez.
- Sinon, vous avez dit qu'il y avait des résonances optiques dans le sodium : ça veut dire que c'est les seules qui existent ? Et les résonances IR pour la vibration ? C'est les seules ?
- L'électron est non relativiste dites-vous, est-ce que vous avez un moyen de déterminer un odg de sa vitesse de manière classique ? Modèle de Sommerfeld ou $v = a_0\omega_0$.

Commentaires