

Master d'Informatique Fondamentale

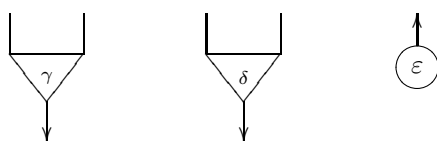
Examen de sémantique

Janvier 2005

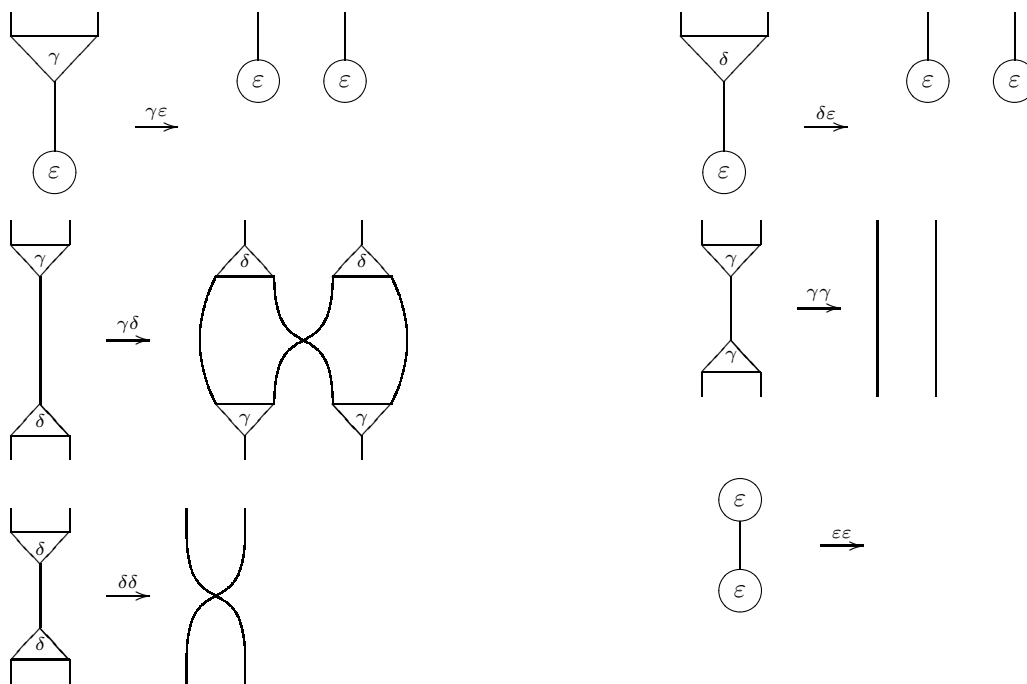
Documents autorisés (cours et exercices)

Exercice 1 (*Réseau d'interaction*)

On rappelle que les noeuds



avec les règles d'interaction



ont un caractère universel.

1. Construire avec ces noeuds, un réseau qui se reproduit en lui-même.
2. Donner un réseau d'interaction qui diverge, c'est-à-dire qui produit des réseaux de plus en plus grand.

Tourner la page

Exercice 2

Soit le programme impératif

```
k := 0
s := 0
c := 0
while k < n do
  c := c + k + k + 1
  s := s + c
  k := k + 1
end
```

Parmi les trois prédicats suivants, lequel est satisfait à la fin du programme ?

$$s = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \qquad s = \frac{(2n+1)n(n+1)}{6} \qquad s = \frac{(2n+1)(n+1)(n+2)}{3}$$

Il faut justifier cette affirmation par une preuve du programme en utilisant des assertions.

Pour améliorer la lisibilité et préserver les yeux du correcteur, pendant la correction les assertions seront écrites en vert.

Exercice 3

On se place dans le modèle de Scott D_∞ .

1. Rappeler de quoi est constitué D_∞ .
2. Rappeler la définition de la rétraction $G : [D_\infty \rightarrow D_\infty] \rightarrow D_\infty$ et de sa compagne $F : D_\infty \rightarrow [D_\infty \rightarrow D_\infty]$.
3. Montrer que $G \circ F = id_{D_\infty}$. Si $\mathbf{d} \in D_\infty$ que vaut $G(\lambda \mathbf{d}'.F(\mathbf{d})(\mathbf{d}'))$?
4. Si $x \notin FV(M)$ que vaut $\llbracket \lambda x.M x \rrbracket_\rho^{D_\infty}$? A-t-on le même résultat si $x \in FV(M)$?
5. Montrer que si M et N sont des combinateurs et si $M \xrightarrow[\beta\eta]{} N$, alors $D_\infty \models \llbracket M \rrbracket = \llbracket N \rrbracket$.
6. Calculer $\llbracket \lambda x.(yx) \rrbracket_\rho^{D_\infty}$ et $\llbracket \lambda y.\lambda x.(yx) \rrbracket_\rho^{D_\infty}$.
7. Calculer $\llbracket \lambda x.(yx) \rrbracket_\rho^{D_A}$, $\llbracket \lambda y.\lambda x.(yx) \rrbracket_\rho^{D_A}$ et $\llbracket \lambda y.y \rrbracket_\rho^{D_A}$ où D_A est le modèle d'Engeler. Qu'en conclure ?