

# LP12 - Gravitation et Poids

Lise Boutenègre & Raphaël Rullan

## Introduction Pédagogique

| **Niveau :** Terminale générale spécialité

### Pré-requis

- cours de physique : notion de champs, forces conservatives, non conservatives, référentiels : poids, forces d'attractions gravitationnelles. **1ère**
- référentiel galiléen
- Principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton **terminale**)
- notion de trajectoire
- utilisation et manipulation de vecteurs **première**
- Notion de mathématiques : résolution d'équations, dérivation... **Première-Terminale**
- Aspects énergétiques de phénomènes physiques : travail, Em, Ec, Epp ...

### Difficultés

- Aspects calculatoire et mathématique de la leçon pouvant être difficile pour les élèves.
- Bien faire la différence entre les cas où on utilise le poids et la force d'attraction gravitationnelle.
- Donner un sens physique à ces équations.
- Faire la différence entre poids et masse. Très important de différencier les deux et parfois difficile.

### Applications

- TP : Etude de la trajectoire d'une balle en utilisant un appareil photographique.
- TD : Etude de satellites : lancement de la sonde Cassini (étude documentaire qui permettra d'intégrer un peu tout ce que les élèves ont vu)

| **Objectifs** — Que les élèves comprennent les différentes utilisations de ces forces et les implications physiques dans différents domaines.

| **Source** — Belin, Tle Physique-Chimie, Dulaurans Tle Physique-Chimie Enseignement spécialité, Hachette Terminale spécialité,

Ce cours s'inscrirait dans une séquence sur la mécanique du solide de terminale. Il arriverait plutôt à la fin et il permettrait de revoir tous les éléments qui ont été vu pendant finalement toute la scolarité

dans le secondaire. En effet, on est face ici à un programme qui est spiralaire, c'est-à-dire que tous les ans les élèves revoient des notions qu'ils ont déjà vu mais qu'ils l'approfondissent. Nous aurions pu pour débiter ce cours sur une évaluation diagnostique qui peut être à base de Woodclap ou d'autres moyens. Nous aurions réalisé précédemment au cours de la séquence une évaluation formative pour vérifier notamment que le PFD a bien été acquis. A la fin de ce cours nous serions en mesure de réaliser une évaluation sommative.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Si la rédaction du programme est volontairement concise et centrée sur les notions et méthodes, il ne s'agit nullement de proposer aux élèves une présentation décontextualisée de la mécanique ; au contraire, tout en veillant au champ de validité des modèles utilisés, il est aisé de recourir à des domaines d'études variés : transports, biophysique, sport, planétologie, etc.</p> <p>Lors des activités expérimentales, il est possible d'utiliser les outils courants de captation et de traitement d'images, ainsi que les nombreux capteurs présents dans les smartphones. L'activité de simulation peut également être mise à profit pour exploiter des modèles à des échelles d'espace ou de temps difficilement accessibles à l'expérimentation. Ce thème est l'occasion de développer des capacités de programmation.</p> | <p>Après le principe d'inertie abordé en classe de seconde et un premier lien entre variation du vecteur vitesse et somme des forces étudié en classe de première, ce thème traite notamment de la seconde loi de Newton et de quelques-unes de ses conséquences. La notion d'accélération nécessite une attention particulière car le terme est utilisé dans la vie courante avec une signification différente de l'acception scientifique. Les aspects vectoriels, la dérivée d'un vecteur, le caractère algébrique des projections de l'accélération sont des objectifs importants de la partie « Décrire un mouvement ».</p> <p>La seconde loi de Newton conduit ensuite à l'établissement et à la résolution des équations générales du mouvement dans des situations variées. L'étude des mouvements dans un champ uniforme permet d'appréhender des situations relevant du quotidien ; l'étude des mouvements dans un champ de gravitation ouvre les domaines de l'astronomie, de</p> |
| (a)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (b)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

Figure 1 – Programme terminale gravitation

|                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Mouvement dans un champ de gravitation</b></p> <p>Mouvement des satellites et des planètes. Orbite.</p> <p>Lois de Kepler.</p> <p>Période de révolution.</p> <p>Satellite géostationnaire.</p> | <p>Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien.</p> <p>Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire.</p> <p><b>Capacité numérique :</b> Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Figure 2 – Programme Kepler terminale

## Introduction

<https://physique-chimie.discip.ac-caen.fr/spip.php?article1022>

vidéo de Neil Armstrong qui marche sur la lune <https://www.youtube.com/watch?v=Ty0jdUt169M>.

Bonjour à tous et à toutes, aujourd'hui on va continuer notre chapitre et on va s'intéresser à quelque chose que vous avez déjà commencé à voir : le poids et sa variabilité. <https://www.youtube.com/watch?v=vb2GDgTGa3g> Plusieurs choses sont à observer dans la vidéo : tout d'abord on peut voir que les deux objets touchent en même temps le sol lunaire. Si on compare le temps mis on verra qu'il faut moins de temps sur terre que sur la lune pour l'objet de toucher. C'est dû à la définition de la gravité. On va voir ça.

## 1 Du poids à la force d'attraction gravitationnelle

### 1 Retour sur la chute libre

On va s'intéresser ici à la chute libre. On prend par exemple une bille et on la fait tomber, on lâche tout simplement.

- Système : bille associée à un point
- Référentiel : laboratoire supposé galiléen
- Bilan des forces : Poids  $\vec{P}$ . On néglige toutes les autres forces.

**Remarque** — Il y a deux possibilités ici : soit on suppose qu'ils ont déjà fait le calcul et du coup on met en slide, soit on le refait au tableau. Le problème c'est que ça prend beaucoup de temps et qu'il faut en garder pour parler des lois de la gravitation (Kepler)

On applique le principe fondamental de la dynamique à la bille :

$$m \times \vec{a} = \vec{P} \quad (1)$$

On projette selon les trois directions de l'espace.

$$\vec{a} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & a_x = 0 \\ \text{selon } \vec{y} & a_y = 0 \\ \text{selon } \vec{z} & a_z = -g \end{cases}$$

Soit :

$$\vec{a} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & \ddot{x} = 0 \\ \text{selon } \vec{y} & \ddot{y} = 0 \\ \text{selon } \vec{z} & \ddot{z} = -g \end{cases}$$

On intègre par rapport au temps :

$$\vec{v} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & \dot{x} = A \\ \text{selon } \vec{y} & \dot{y} = B \\ \text{selon } \vec{z} & \dot{z} = -g \times t + C \end{cases}$$

Avec A,B et C des constantes d'intégrations. On se sert des conditions initiales pour les déterminer. On suppose que la vitesse est nulle dans les trois directions de l'espace à l'instant initial. Ainsi :

$$\vec{v} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & \dot{x} = 0 \\ \text{selon } \vec{y} & \dot{y} = 0 \\ \text{selon } \vec{z} & \dot{z} = -g \times t \end{cases}$$

On intègre encore une fois :

$$\vec{v} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & x = A' \\ \text{selon } \vec{y} & y = B' \\ \text{selon } \vec{z} & z = -\frac{1}{2}g \times t^2 + C' \end{cases}$$

Avec A',B' et C' des constantes d'intégrations. On se sert une nouvelle fois des conditions initiales. A t = 0, on a : x(0) = 0, y(0) = 0 et z(0) = h. Ainsi on a :

$$\vec{v} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & x = 0 \\ \text{selon } \vec{y} & y = 0 \\ \text{selon } \vec{z} & z = -\frac{1}{2}g \times t^2 + h \end{cases}$$

On peut changer l'origine de l'axe des ordonnées pour que l'expression devienne :

$$\vec{v} : \begin{cases} \text{selon } \vec{x} & x = 0 \\ \text{selon } \vec{y} & y = 0 \\ \text{selon } \vec{z} & z = -\frac{1}{2}g \times t^2 \end{cases}$$

Ainsi on trouve l'expression de la vitesse et de la position de la bille à tout instant. Vous remarquerez qu'on a ici une expression qui ne dépend pas de la masse de la bille.

**Remarque** — Attention, cela n'est vrai que parce qu'on a négligé toutes les autres forces pouvant intervenir dans l'équation, notamment les frottements qui eux dépendent de la masse ou de la taille de l'objet.

## 2 Mise en évidence expérimentale

On fait l'expérience de la chute libre. On peut tester avec différentes tailles de billes. On regarde si la vitesse varie ou pas et on discute autour de cela. On remonte à  $g$ . Sinon on fait une incertitude de type A.

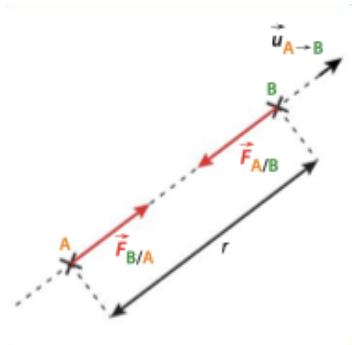
On remonte à  $g$ , néanmoins est-ce que  $g$  est constant ? Finalement qu'est-ce qui me dit que c'est constant ? Qu'est-ce que le poids ? Vidéo : homme qui marche sur la lune (attention cela peut amener la question VR : un élève conteste le fait qu'on ait marché sur la lune). On peut mettre une carte des pas de lancement de fusée. On voit qu'ils se situent principalement au niveau de l'équateur. Pourquoi ?

## 3 Du poids ou des poids ? Vers la gravitation

Vous connaissez la force d'attraction gravitationnelle que vous avez déjà vu en première.

La force de gravitation exercée par un corps A de masse  $m_A$  sur un corps B de masse  $m_B$  séparés d'une distance  $R$  (schéma A) a pour expression :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{R^2} \vec{u}_{A \rightarrow B} \quad (2)$$



**Figure 3** – Forces gravitationnelles, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Avec  $\vec{F}_{A/B} = m_B \vec{G}$  Avec  $G$  qui est la constante universelle de gravitation :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .  $\vec{G}$  est le champ de gravitation newtonien dû au corps A appliqué sur B à la distance  $r$  de A :

$$\vec{G} = -G \times \frac{m_A}{R^2} \vec{u}_{A \rightarrow B} \quad (3)$$

**Remarque** — On passe assez vite sur la présentation de la force, on met sur slide comme ils l'ont vu.

Néanmoins quel est le lien entre cette force et le poids ?  
En fait le poids est un cas particulier de cette force quand l'objet est à la surface de la terre (ou finalement de tout autre astre, on parle également de poids sur la lune). En effet, tant que l'altitude reste modérée (quelques kilomètres) on peut utiliser l'approximation :

$$\vec{P} = F_{T/A} = -G \frac{m_T \cdot m_A}{d^2} \vec{u} \quad (4)$$

avec  $\vec{u}$  le vecteur unitaire dirigé du centre de la Terre vers l'objet. On peut le re-écrire de la façon suivante :

$$\vec{P} = -m_A \frac{G \cdot m_T}{R_T^2} \vec{u} \quad (5)$$

soit en notant :

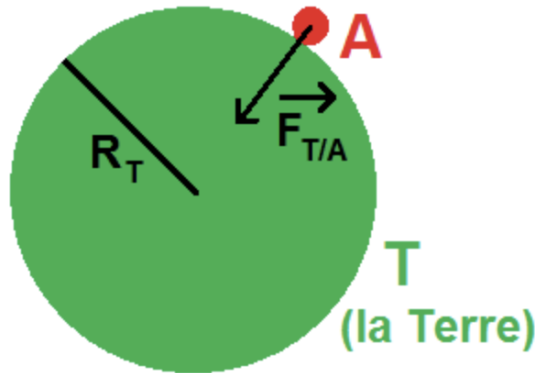
$$g = \frac{G \cdot m_T}{R_T^2} \quad (6)$$

On retrouve l'expression du poids :

$$\vec{P} = -m_A \cdot g \vec{u} \quad (7)$$

On a pu donc retrouver l'expression du poids à partir de l'expression de la force d'attraction gravitationnelle. On a pu également trouver une expression pour la gravité. Cela nous permet de prédire l'évolution de celle-ci :

- Si le rayon est plus grand (comme à l'équateur, la Terre n'est pas totalement sphérique) alors la gravité est plus faible. C'est pour cela que l'on a des stations de lancement près de l'équateur.
- Si la masse (souvent liée à la taille mais pas forcément) est faible alors la gravité est plus faible, c'est pour cela que sur la lune les astronautes ont l'impression de flotter. La force d'attraction à la lune est plus faible. Néanmoins attention, si le poids est plus faible, ce n'est pas le cas de la masse.



**Figure 4** – Attraction gravitationnelle

On va s'intéresser maintenant à des objets entre lesquels l'approximation pour le poids n'est plus vérifiée, on va utiliser l'attraction gravitationnelle pour prévoir des mouvements dans l'espace et essayer de comprendre comment ça bouge là-haut.

**Remarque** — Comment trouver la limite pour l'expression du poids ?

$$\vec{F} = \frac{GmM}{r^2} \vec{u}_r \quad (8)$$

Si on se place à une altitude  $\delta$

$$F = \frac{GmM}{(r_0 + \delta)^2} \quad (9)$$

$$F = \frac{GmM}{r_0^2(1 + \frac{\delta}{r_0})} \quad (10)$$

En supposant que  $\frac{\delta}{r_0} \ll 1$ . On peut faire le développement limité :

$$F \approx GmM \frac{1 - 2\frac{\delta}{r_0}}{r_0^2} \quad (11)$$

On a au final :

$$g = \frac{GM}{r_0^2} \quad (12)$$

Le critère sur le DL donnera la limite de validité de l'expression. On peut prendre comme limite  $10^{-3}$ .

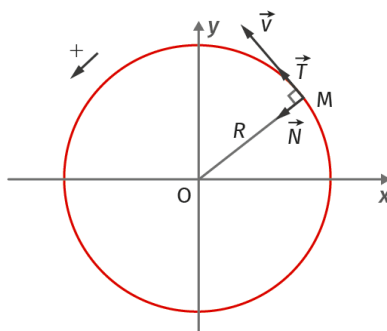
## 2 Mouvement des planètes et des satellites

### 1 Le repère de Frénet

On va s'intéresser ici à un mouvement particulier, le mouvement circulaire, pour ce type de mouvement, il n'est pas très pratique d'utiliser le repère cartésien. Nous avons donc besoin d'introduire un nouveau repère : le repère de Frénet. On considère que le mouvement est plan. De quoi est composé ce vecteur :

- un vecteur  $\vec{T}$  qui est tangent à la trajectoire. Il est orienté dans le sens de la trajectoire
- un vecteur  $\vec{N}$  normal à la trajectoire. Il est orienté vers le centre du cercle.

**Remarque** — Les deux vecteurs sont orthonormés



**Figure 5** – Repère de Frénet, source : le livre scolaire, Terminale

Dans ce référentiel, le vecteur vitesse s'exprime sous la forme :

$$\vec{v} = v\vec{T} \quad (13)$$

La vitesse est donc tangentielle à la trajectoire.

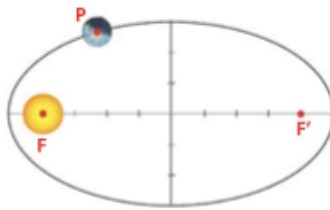
Le vecteur accélération s'écrit lui :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{v(t)^2}{R} \vec{N} + \frac{dv(t)}{dt} \vec{T} \quad (14)$$

Pour la démonstration <https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/1427164>. Avec le premier terme qui correspond au terme d'accélération normale (qui explique le changement de direction du vecteur) et le second qui est l'accélération tangentielle (qui explique la modification de la norme).

## 2 Les lois de Kepler

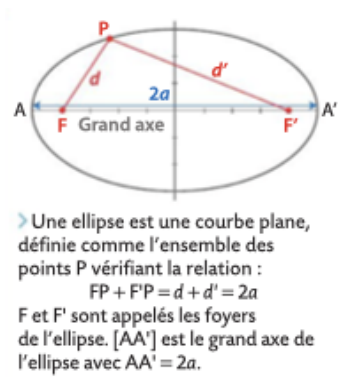
### 2.1 Première loi de Kepler



**Figure 6** – Première Loi de Kepler, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Egalement appelée loi des trajectoires.

**Définition** – Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un des foyers



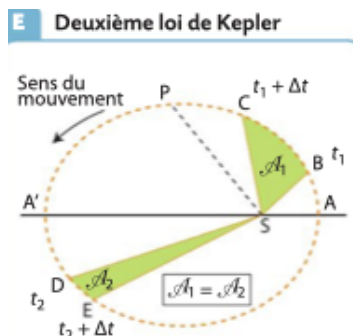
**Figure 7** – Ellipse, source : Hachette Terminale spécialité p.264

**Remarque** – Une corde est une ellipse dont les foyers sont confondus

### 2.2 Seconde loi de Kepler

Ou loi des Aires

**Définition** – Le rayon vecteur, reliant le centre du soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales



**Figure 8** – Loi des aires, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Cette loi a pour conséquences que : au point P, la longueur  $P(t_1)P(t_1 + \Delta t)$  est plus grande que  $P(t_2)P(t_2 + \Delta t)$ . Pendant un même intervalle de temps, la planète parcourt une plus grande distance. Sa vitesse est plus grande.

### 2.3 Troisième loi de Kepler

Egalement appelée loi des périodes.

**Définition** – Le rapport entre le carré de la période et le cube du demi-grand axe est constant

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{cste} \quad (15)$$

On va démontrer cette loi et déterminer la valeur de la constante :

- Système : La planète assimilée à son centre de gravité  $g$
- Référentiel : Héliocentrique supposé galiléen
- Bilan des forces : Force d'attraction gravitationnelle exercée par le soleil :

$$\vec{F}_g = G \times \frac{M_s M_e}{R^2} \vec{N} \quad (16)$$

On applique le principe fondamental de la dynamique :

$$M_e \times \vec{a} = G \times \frac{M_s M_e}{R^2} \vec{N} \quad (17)$$

Donc :

$$\vec{a} = G \times \frac{M_s}{R^2} \vec{N} \quad (18)$$

On se place dans les coordonnées du repère de Frénet :

- selon  $\vec{T}$  :  $\frac{dv}{dt} = 0$  donc  $v$  est une constante et le mouvement est uniforme.
- selon  $\vec{N}$  :  $\frac{v^2}{R} = \frac{GM_s}{R^2}$

Soit :

$$v^2 = \frac{GM_s}{R} \quad (19)$$

Donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{R}} \quad (20)$$



**Remarque –**

- Cette vitesse est indépendante de la masse de la planète.
- Plus la planète est proche du soleil, plus la planète est grande. **Trouver des exemples**
- On peut aussi démontrer que le mouvement est uniforme en utilisant la deuxième loi de Kepler : les aires balayées pendant des durées égales doivent être égales or le rayon a une longueur constante donc la longueur de l'axe de cercle parcouru pendant le même intervalle de temps est la même donc la vitesse est constante.

**Définition – Période de révolution du satellite :** C'est le temps mis par la planète pour effectuer un tour complet autour du soleil

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (21)$$

Donc :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM_s}{R}}} \quad (22)$$

On met au carré et on obtient :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \quad (23)$$

Qui est une constante indépendante de la planète .

**Remarque –** On peut expliciter les différentes lois de Kepler avec les codes Python préparés.

### 3 Les différents types de satellites

**Définition – Satellite géostationnaire :** Satellite qui gravite dans le référentiel géocentrique sur une orbite circulaire, dans le plan de l'équateur et dans le même sens que le sens de rotation de la Terre. Il est immobile pour un observateur terrestre et sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre (23h 56 min 4s)

## Conclusion

On ouvre sur la conquête spatiale, sur l'importance de bien calculer des trajectoires etc. On peut faire une ouverture sur une manœuvre d'assistance gravitationnelle. Parler de James Webb qui sera l'activité documentaire.