

LP 15 - Mouvements, interactions et notion de champ

Lise Boutenègre, Raphael Rullan

Elément imposé – champ gravitationnel/électrostatique, Trajectoire d'un objet, Lois de Kepler, Principe fondamental de la dynamique, Repère de Frénet

Introduction Pédagogique

Niveau : Terminale Générale spécialité

Pré-requis

- Vecteurs position et vitesse **Première**
- Notion de champs **Première**
- Travail d'une force **Première**
- Notion de référentiel **Première**
- Dérivation en mathématiques **Première**
- Trigonométrie **Première**
- Variation du vecteur vitesse **Première**
- Vocabulaire du mouvement : mouvement rectiligne, circulaire, curviligne, uniforme, non uniforme **Première/Terminale**
- Seconde loi de Newton **Terminale**
- Vecteurs en mathématiques **Terminale**

Difficultés

- Traitement mathématique du problème
- Bien situer le problème et définir correctement le système
- Bien compter toutes les forces et faire les bonnes approximations

Applications

- **TP** : Mobiles autoportés
- **TD** : Etude de satellites différents.

Remarque – C'est un chapitre dense et important, tout ne pourra pas être revu, les objectifs et les prérequis dépendront de ce que l'on veut faire

Objectifs – Que les élèves soient capables de se placer dans le repère de Frénet et appliquer les lois de la dynamique. Comprendre d'où vient la 3ème loi de Kepler

Source – Belin, Tle Physique-Chimie, Dulaurans Tle Physique-Chimie Enseignement spécialité, Hachette Terminale spécialité, <http://cedric.despax.free.fr/physique.chimie/TPT.html>

Introduction

Pour l'introduction je pense qu'on peut faire une introduction historique sur la découverte des planètes et l'histoire de l'astronomie en général. Montrer des images.

1 Les mouvement des satellites et des planètes

1 Force et champ de gravitation

La force de gravitation exercée par un corps A de masse m_A sur un corps B de masse m_B séparés d'une distance R (schéma A) a pour expression :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{R^2} u_{A-B} \quad (1)$$

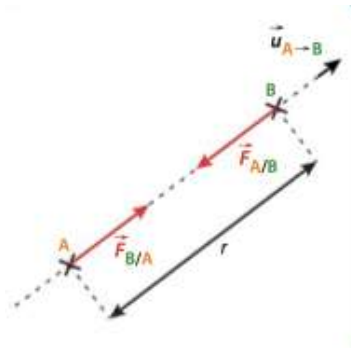


Figure 1 – Forces gravitationnelles, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Avec $\vec{F}_{A/B} = m_B \vec{G}$ Avec G qui est la constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. $\vec{G}$ est le champ de gravitation newtonien dû au corps A appliqué sur B à la distance r de A :

$$\vec{G} = -G \times \frac{m_A}{R^2} u_{A-B} \quad (2)$$

2 Le repère de Frénet

On va s'intéresser ici à un mouvement particulier, le mouvement circulaire, pour ce type de mouvement, il n'est pas très pratique d'utiliser le repère cartésien. Nous avons donc besoin d'introduire un nouveau repère : le repère de Frénet. On considère que le mouvement est plan. De quoi est composé ce vecteur :

- un vecteur $\vec{T}$ qui est tangent à la trajectoire. Il est orienté dans le sens de la trajectoire
- un vecteur $\vec{N}$ normal à la trajectoire. Il est orienté vers le centre du cercle.

| **Remarque** – Les deux vecteurs sont orthonormés

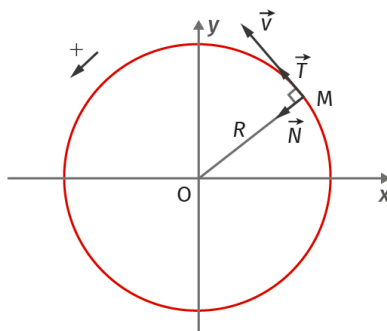


Figure 2 – Repère de Frénet, source : le livre scolaire, Terminale

Dans ce référentiel, le vecteur vitesse s'exprime sous la forme :

$$\vec{v} = v\vec{T} \quad (3)$$

La vitesse est donc tangentielle à la trajectoire.

Le vecteur accélération s'écrit lui :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{v(t)^2}{R}\vec{N} + \frac{dv(t)}{dt}\vec{T} \quad (4)$$

Pour la démonstration <https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/1427164>. Avec le premier terme qui correspond au terme d'accélération normale (qui explique le changement de direction du vecteur) et le second qui est l'accélération tangentielle (qui explique la modification de la norme).

2 Les lois de Kepler

1 Première loi de Kepler

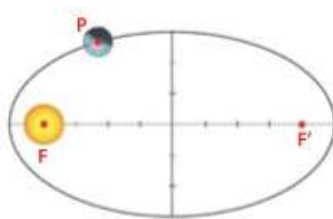


Figure 3 – Première Loi de Kepler, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Egalement appelée loi des trajectoires.

| **Définition** – Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un des foyers

| **Remarque** – Une corde est une ellipse dont les foyers sont confondus

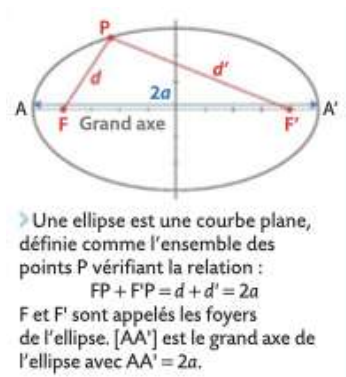


Figure 4 – Ellipse, source : Hachette Terminale spécialité p.264

2 Seconde loi de Kepler

Ou loi des Aires

Définition – Le rayon vecteur, reliant le centre du soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales

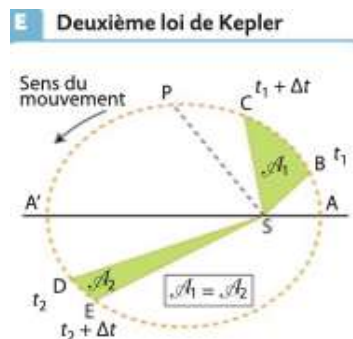


Figure 5 – Loi des aires, source : Hachette Terminale spécialité p.264

Cette loi à pour conséquences que : au point P, la longueur $P(t_1)P(t_1 + \Delta t)$ est plus grande que $P(t_2)P(t_2 + \Delta t)$. Pendant un même intervalle de temps, la planète parcourt une plus grande distance. Sa vitesse est plus grande.

3 Troisième loi de Kepler

Egalement appelée loi des périodes.

Définition – Le rapport entre le carré de la période et le cube du demi-grand axe est constant

$$\frac{T^2}{a^3} = cste \quad (5)$$

On va démontrer cette loi et déterminer la valeur de la constante :

- Système : La planète assimilée à son centre de gravité g
- Référentiel : Héliocentrique supposé galiléen

— Bilan des forces : Force d'attraction gravitationnelle exercée par le soleil :

$$\vec{F}_g = G \times \frac{M_s M_e}{R^2} \vec{N} \quad (6)$$

On applique le principe fondamental de la dynamique :

$$M_e \times \vec{a} = G \times \frac{M_s M_e}{R^2} \vec{N} \quad (7)$$

Donc :

$$\vec{a} = G \times \frac{M_s}{R^2} \vec{N} \quad (8)$$

On se place dans les coordonnées du repère de Frénet :

- selon $\vec{T}$: $\frac{dv}{dt} = 0$ donc v est une constante et le mouvement est uniforme.
- selon $\vec{N}$: $\frac{v^2}{R} = \frac{GM_s}{R^2}$

Soit :

$$v^2 = \frac{GM_s}{R} \quad (9)$$

Donc :

$$v = \sqrt{\frac{GM_s}{R}} \quad (10)$$

Remarque –

- Cette vitesse est indépendante de la masse de la planète.
- Plus la planète est proche du soleil, plus la planète est grande. **Trouver des exemples**
- On peut aussi démontrer que le mouvement est uniforme en utilisant la deuxième loi de Kepler : les aires balayées pendant des durées égales doivent être égales or le rayon a une longueur constante donc la longueur de l'axe de cercle parcouru pendant le même intervalle de temps est la même donc la vitesse est constante.

Définition – Période de révolution du satellite : C'est le temps mis par la planète pour effectuer un tour complet autour du soleil

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (11)$$

Donc :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM_s}{R}}} \quad (12)$$

On met au carré et on obtient :

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \quad (13)$$

Qui est une constante indépendante de la planète .

3 Les différents types de satellite

On peut avoir le même raisonnement sur les satellites terrestres. Il faut alors prendre comme R : $R_T + h$.

Dans cette partie on peut parler de satellite géostationnaire :

Définition – Satellite géostationnaire : Satellite qui gravite dans le référentiel géocentrique sur une orbite circulaire, dans le plan de l'équateur et dans le même sens que le sens de rotation de la Terre. Il est immobile pour un observateur terrestre et sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre (23h 56 min 4s)

Conclusion

On ouvre sur la conquête spatial, sur l'importance de bien calculer des trajectoires etc. On peut faire une ouverture sur une manoeuvre d'assistance gravitationnelle. Parler de James Webb qui sera l'activité documentaire.

Remarque – Que faire en manipulation ? Mobiles auto-portés ?