

LP 16 - Modélisation de l'écoulement d'un fluide

Lise Boutenègre et Raphael Rullan

| Élément imposé – Effet Venturi, Analogie électricité/hydraulique

Introduction Pédagogique

| Niveau : Terminale générale spécialité

Pré-requis

- Loi fondamentale de la statique des fluides **1ère**
- Description d'un fluide : masse volumique, pression, température **1ère**
- Vecteurs : norme, sens **1ère**
- Forces pressantes **1ère**
- Mécanique du point : PFD, bilan de forces, Poussée d'Archimède **Terminale**
- Notion de champs **1ère**
- Notions d'électricité : résistance, tension, courant **Terminale**
- Définition d'un fluide **première**

Difficultés

- Visualisation des lignes de courant.
- Visualisation de la conservation du débit : pas forcément évident expérimentalement à montrer.
- Traitement mathématique et bien comprendre les hypothèses faites pour simplifier le problème.
- Bien faire la différence entre débit et vitesse d'un écoulement.

| **Objectifs** – Il faut que les élèves puissent utiliser l'expression de Bernoulli dans différents cas pour remonter à des grandeurs caractéristiques de fluides. Ils doivent être capables de comprendre un protocole pour étudier un fluide.

Applications

- **TP** : Vérification de la vitesse d'un fluide avec le vase de Mariotte ou vérification de la conservation du débit volumique.
- **TD** : Écoulement du sang dans les artères
- **Activité doc** : Les sondes de Pitot pour la détermination de la vitesse d'un avion.

3. Modéliser l'écoulement d'un fluide	
Poussée d'Archimède.	Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède. Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède. <i>Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.</i>
Écoulement d'un fluide en régime permanent.	Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible.

© Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse > www.education.gouv.fr

BO LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE	
--	--

Débit volumique d'un fluide incompressible.	Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie, pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent. <i>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'écoulement permanent d'un fluide et pour tester la relation de Bernoulli.</i>
Relation de Bernoulli.	
Effet Venturi.	

Figure 1 – Programme de terminale sur la modélisation de l'écoulement d'un fluide

| **Source** – Nathan Terminale, Bordas Terminale, Dictionnaire de physique, Sanz

Introduction

Bonjours à tous et à toutes, on va continuer notre étude des mouvements et des interactions que nous avons commencé avec les solides. Durant les cours précédant nous avons vu comment on pouvait décrire le mouvement d'un point point. Aujourd'hui on va s'intéresser à un autre type de système on ne peut plus considérer que l'on a un seul point. On va s'intéresser à la mécanique des fluides. Vous avez déjà vu un certain nombre de choses sur ce sujet en classe de première.

| **Définition – Fluide** : Etat de la matière dans lequel un corps peut s'écouler, changer de forme et épouser celle de son contenant. Communément on fera référence aux phases liquide et gaz.

| **Remarque** – Mettre sur le diapo la définition

Vous avez également vu l'expression de la statique des fluides :

$$P_2 - P_1 = \rho g(z_1 - z_2) \quad (1)$$

| **Remarque** – Mettre sur le diapo l'expression

Mais aujourd'hui on va essayer de comprendre comment est-ce que ces fluides se déplacent. Qui n'a jamais remarqué en jouant avec le tuyau d'arrosage ou un robinet qu'en pinçant le bout l'eau allait plus vite. Egalement, qui ne s'est jamais émerveillé devant ces jets d'eau monumentaux que nous pouvons voir. (Diapo). Ce sont tous ces phénomènes que nous allons essayer d'étudier en plus d'autres phénomènes triviaux comme par exemple : les si connues et controversées sondes de Pitot, la pression sanguine. Tous ces éléments pourront être étudiés à partir de ces outils.

On va s'intéresser ici particulièrement à un type de fluide, les fluides incompressibles.

Définition – Fluide incompressible : C'est un fluide dont la masse volumique est constante et en particulier ne dépend pas des forces de pression qu'il subit (*pour les élèves on s'arrête là*). En toute rigueur, aucun corps n'est incompressible mais la compressibilité peut être suffisamment faible pour être négligée dans une situation physique donnée. Le volume total d'un corps incompressible est constant et la vitesse du son y est définie.

Il s'agit d'un modèle qui s'applique au fluide quand la vitesse est constante, homogène et si sa vitesse d'écoulement v est petite devant la célérité c des ondes acoustiques qui pourraient s'y propager.

1 Ecoulement d'un fluide incompressible

1 Régime permanent d'écoulement d'un fluide

Nous avons vu en mécanique du point que nous pouvions définir une trajectoire pour un objet. Néanmoins ici nous n'avons pas une particule mais un ensemble de particules. Il devient alors plus difficile d'étudier une trajectoire particulière. On introduit ici la notion de particule fluide. On définit alors un nouvel objet : **les lignes de courant**. Ce sont les lignes qui permettent de représenter les trajectoires des particules du fluide en mouvement.

Définition – Ligne de courant : On appelle ligne de courant, toute courbe dont la tangente en chacun de ses points est, à chaque instant et localement, colinéaire au vecteur vitesse du champ d'écoulement

Définition – Tube de courant : On appelle tube de courant l'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé

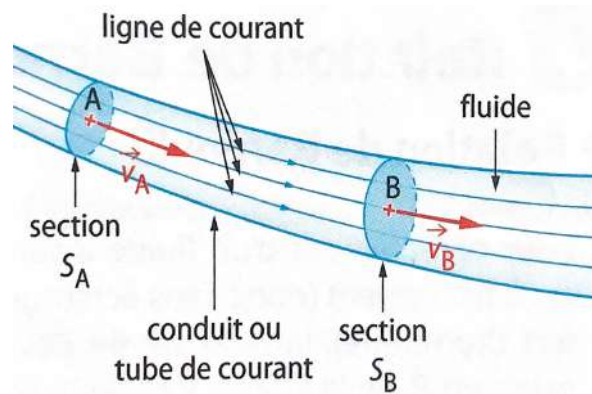


Figure 2 – Lignes de courant, source : Bordas

Qu'est-ce qu'on peut dire sur ces lignes de courant :

— J'attire votre attention sur le fait qu'elles sont orientées dans une direction ce qui est très important.

Définition – On parle de **régime permanent** lorsque les lignes de courant n'évoluent pas au cours du temps : la vitesse en un point quelconque du fluide conserve les mêmes caractéristiques au cours du temps

- Attention, on associe les vitesses à un point et non pas à une particule (c'est la vision Eulérienne qui est présentée mais on ne le dit pas).

| **Remarque** – Attention, cela ne veut pas dire que les vitesses aux différents points sont les mêmes

2 Introduction au débit volumique

(Diapo : on met une rivière avec un gros débit et avec un petit débit, une grosse vitesse un petit débit, une petite vitesse et un gros débit pour introduire la notion de débit. On cherche à montrer que débit n'est pas égal à vitesse également).

Définition – Débit volumique : D_v d'un fluide correspond au volume V de fluide qui traverse une section droite par unité de temps :

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} \quad (2)$$

Avec D_v en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et V en m^3 . Δt correspond à la durée en seconde pendant laquelle le volume V traverse la section droite d'aire S (voir Fig. 3)

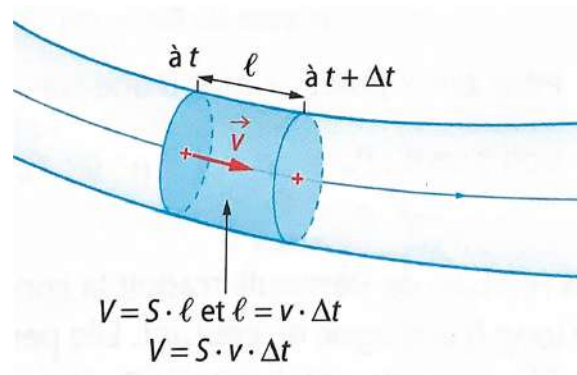


Figure 3 – Volume et vitesse d'un fluide, source : Bordas

Si un fluide traverse à la vitesse $\vec{v}$ la section d'aire S d'un conduit en une durée t alors le volume V de fluide ayant traversé S peut s'écrire : $V = S \cdot v \cdot \Delta t$. En effet on a $v \cdot \Delta t = l$ (voir Fig. ??). D'un point de vue analyse dimensionnelle on a :

$$D_v = \frac{[L]^3}{[T]} \quad (3)$$

et :

$$\frac{S \cdot v \cdot \Delta t}{t} = \frac{[L]^2 [LT^{-1}] [T]}{[T]} = \frac{[L]^3}{[T]} \quad (4)$$

Définition – La relation entre le débit volumique et la vitesse s'écrit :

$$Q = v \cdot S \quad (5)$$

3 Cas du régime permanent : conservation du débit volumique

Pour un fluide incompressible, en régime permanent, le débit volumique traversant la section S d'un conduit est constant au cours du temps. Il n'y a pas de pertes de matière.

Définition — En régime permanent, il y a conservation du débit volumique D_v d'un fluide incompressible le long d'un écoulement donc en tous points A et B d'un écoulement :

$$Q_A = Q_B \quad (6)$$

et ainsi :

$$v_A \cdot S_A = v_B \cdot S_B \quad (7)$$

La vitesse et la section sont alors des grandeurs inversement proportionnelles. C'est pour cela que lorsque l'on pince le tuyau d'arrosage, l'eau va plus vite. (faire une application numérique).

Remarque — Je pense qu'on peut ici faire une manip, deux idées :

- On prend le dispositif pour montrer l'effet Venturi et on change la section en bout : on dit, ok je change la section mais vous voyez bien qu'on a le même débit. On pèse sur un temps. Avec cela on peut aussi remarquer avec les tubes d'en haut qu'il se passe des trucs, l'eau n'est pas à la même hauteur. Mince il y a un problème et on peut passer à Bernoulli.
- On mesure juste avec le robinet pendant un temps la masse en changeant l'embout donc la surface. On montre que c'est bien vérifié.

Transition ? Peut être faire le lien entre la loi de la statique des fluides et l'hydrodynamique.

2 La relation de Bernoulli : conséquences et applications

Cette relation est peut être la plus importante que vous allez voir en mécanique des fluides. Vous pouvez expliquer beaucoup de choses grâce à cela. Des effets très diverses. Elle a été énoncée en 1738 par Daniel Bernoulli (physicien, mathématicien Suisse).

1 La formule et l'interprétation

Pour l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent et **sans frottement**, la relation de Bernoulli modélise les évolutions de la pression P , de la vitesse v et de l'altitude z le long d'une ligne de courant dans un fluide de masse volumique ρ dans le champ de pesanteur $\vec{g}$. Pour un point sur une ligne de courant :

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = cste \quad (8)$$

Ce qui donne (et ce que vous allez faire principalement) quand on l'applique à deux points :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B \quad (9)$$

On a besoin de quoi comme hypothèse pour égaliser les deux ? en effet, la première équation indique qu'il existe une constante ; mais comment on fait sentir à un élève qu'elle est unique ?

Remarque — La relation de Bernoulli est issue d'un bilan d'énergie. Elle traduit la conservation de l'énergie totale d'un fluide le long d'une ligne de courant. Le premier terme correspond au terme des forces de pression, le second à l'énergie cinétique et le dernier à l'énergie potentiel. Faire les analogies au tableau.

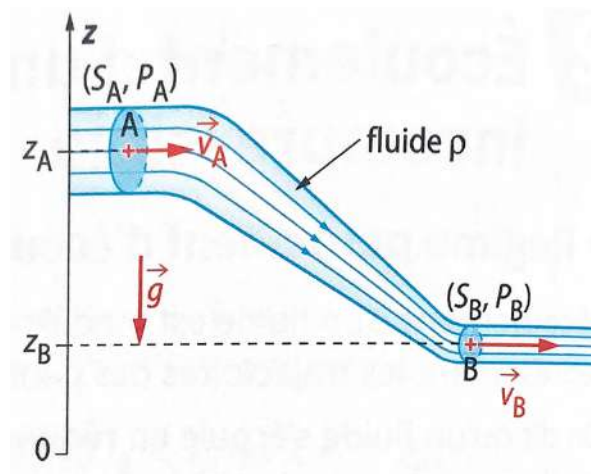


Figure 4 – Relation de Bernoulli

Attention, il est très important de bien appliquer la relation de Bernoulli sur une ligne de courant. On remarque que si le fluide est au repos on retrouve l'équation de la statique des fluides.

Remarque – Maintenant le développement des parties dépendront de l'élément imposé

2 Mesure de la vitesse au robinet d'un chateau d'eau

Cela correspond à la démonstration de la formule de Torricelli.

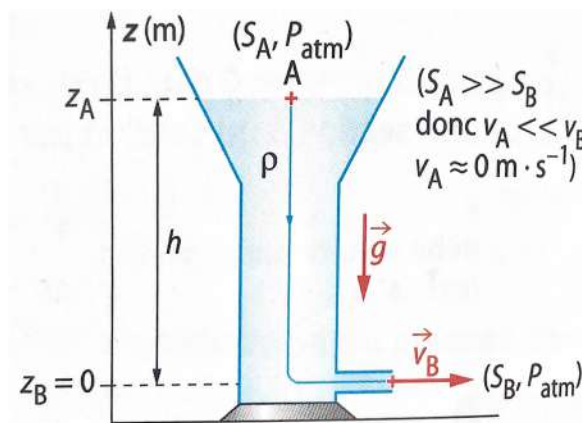


Figure 5 – Schéma d'un chateau d'eau, source : Bordas

Voir dans le Bordas + Fiches

3 L'effet Venturi

La pression d'un fluide diminue lorsque sa vitesse augmente.

On applique l'équation de Bernoulli dans le cas on est à l'horizontal donc $z_A = z_B = 0$. C'est ce qu'il se passe quand vous filtez sur Buchner. On a donc :

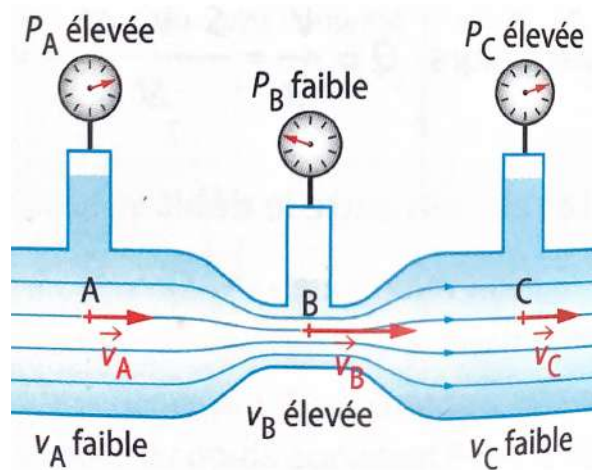


Figure 6 – Effet Venturi, source : bordas

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \quad (10)$$

Donc :

$$(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) \quad (11)$$

On a également :

$$S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B \quad (12)$$

$$v_A = \frac{S_B \cdot v_B}{S_A} \quad (13)$$

En introduisant :

$$(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho v_B^2 \left(1 - \left(\frac{S_B}{S_A}\right)^2\right) \quad (14)$$

On peut donc en connaissant tout remonter à la vitesse de l'eau. On a appliqué la statique pour avoir la différence de pression en fonction de différence de hauteur.

4 Mesure de l'effet

Soit on fait le vase de Mariotte ou l'effet Venturi. Bien discuter des incertitudes.

3 Analogies hydraulique - électrique

Pour moi ce n'est pas au programme.