

LP22 - Transferts thermiques

Lise Boutenègre & Raphaël Rullan

Elément imposé – Loi de newton, résistance thermique, régime permanent, Loi de Wien, Loi de stefan, équation de la diffusion, convection

Introduction pédagogique

Niveau : L2

Pré-requis

- Thermodynamique : fonctions d'état S, U, G, H, vocabulaire **L1-L2**
- Premier et second principe de la thermodynamique **L1-L2**
- Machines thermiques **L2**
- Résolution d'équations différentielle **L1**
- Diffusion de particule et diffusion de matière **L2**
- Conduction électrique **L2**
- Réalisation de bilans de matière **L2**
- Dualité onde corpuscule **Terminale**

Difficultés

- Réalisation de bilans d'énergie et définition du système.
- Difficulté de donner un sens physique au transfert thermique. Autant il est simple d'imaginer un transfert de matière autant le transfert thermique, qu'est-ce que c'est exactement ?
- Traitement mathématique du problème.

Applications

- **TD** : Transfert thermique au sein de la Terre et température de surface.
- **TP** : Etude de la barre de cuivre

Objectifs – Que les élèves comprennent les moyens de transfert de chaleur et qu'ils puissent retrouver dans des cas simple l'équation de la diffusion de la chaleur. Intégrer les analogies avec les transports de matière et d'électricité vus précédemment.

Source – Cours Physique-Chimie BCPST Transferts thermiques, Sanz PC/PC* p.127

Remarque – La façon dont on va aborder la leçon va dépendre grandement de l'élément imposé : on va plus ou moins commencer tôt dans le cours et mettre plus ou moins de choses en prérequis.

3. Conduction thermique	
Conduction thermique. Résistance thermique.	Réaliser une analogie entre la conduction électrique et la conduction thermique. Interpréter une association de résistances thermiques.
Loi de Fourier.	Établir, dans le cas d'un transport unidirectionnel, un bilan local d'énergie, avec source volumique ou avec échange à travers la paroi. Exprimer le temps caractéristique d'un régime transitoire par analyse dimensionnelle.
Diffusivité thermique.	Établir un bilan global d'énergie dans le cas d'un transport radial cylindrique ou sphérique en régime permanent. Exprimer le champ de température en régime permanent, après avoir proposé des critères plausibles de continuité ou de non divergence.

Figure 1 – Programme BCPST2 : diffusion thermique

5. Transport de masse et d'énergie par convection	
Débit massique Bilan global de masse sur un système ouvert.	Justifier le caractère conservatif d'un flux de masse en régime permanent.

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

<http://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr>

15

Bilan d'énergie en régime permanent sur un système ouvert. Travail utile.	Établir un débit volumique à partir d'un débit massique dans le cas d'un écoulement incompressible. Savoir que le flux convectif d'une grandeur est le produit du débit massique par la grandeur massique correspondante. Formuler le premier principe sur un système ouvert sous forme d'un bilan élémentaire et en termes de puissance.
--	---

Figure 2 – Programme BCPST2 : convection

Introduction

Bonjour à tous, nous avons vu précédemment et grâce à vos cours de thermodynamique que vous avez reçu tout au long de votre scolarité le sens d'un transfert de chaleur. Celui-ci est dirigé de la source chaude vers la source froide. Vous me direz, jusque là rien de très intéressant, en effet, juste en prenant une bouilloire, une plaque chauffée ou finalement n'importe quel autre objet aurait suffi. Néanmoins aujourd'hui nous allons aller plus loin et nous allons voir comment est-ce que ce transfert thermique se fait dans la réalité. Comment est-ce que la notion de temps intervient dans tout cela. Comment est-ce que la chaleur se propage ? C'est finalement un objet des plus courants qui va nous apporter le plus d'éléments de réponse, votre plaque de cuisson. On parle en effet souvent des plaques à induction . De la même façon si vous regardez à l'intérieur de votre casserole à eau vous allez voir un certain mouvement : la convection. Le dernier type finalement n'est pas forcément directement visible par ce biais là mais c'est le mode qui nous est le plus familier car c'est ce qui nous permet de récupérer de la chaleur du soleil : le rayonnement. Nous allons aujourd'hui expliquer ces différents phénomènes.

| **Remarque** – Illustrer avec un diaporama avec des exemples, créer une petite histoire

1 Les différents modes de transferts thermique

| **Remarque** – Cette partie peut largement être sautée (en prérequis) ou être mise sur un diapo si l'EI ne le nécessite pas

1 Conduction

C'est souvent le premier type de transfert thermique qui nous vient à l'esprit. En effet lorsqu'on met sa main sur une surface chaude, on comprend en général assez rapidement dans quel sens et comment se fait le transfert thermique.

| **Définition** – **Conduction thermique** : transport d'énergie à travers un milieu matériel sans **déplacement macroscopique** de matière

Ce transport d'énergie est dû à l'agitation thermique des particules microscopiques existant dans le matériau. Au cours des chocs qui en résultent, les particules des zones chaudes qui ont le plus d'énergie cèdent de l'énergie aux particules des zones froides qui en ont moins. Tout est une question de statistique. Ainsi, le transfert se fait toujours des températures élevées aux basses températures. Si on enlève la source de chaleur, alors on atteint un état homogène.

2 Convection

| **Définition** – **Convection** : transfert thermique dû à un déplacement de matière **macroscopique**, un fluide en mouvement transporte avec lui son énergie interne. Il s'ajoute en plus de la conduction.

On parle de **Convection naturelle** lorsque le mouvement de fluide apparaît spontanément du fait même de l'inégalité des températures. On parle de **convection forcée** lorsque le mouvement de fluide est provoqué par une cause extérieure. Par exemple, les circuits intégrés d'un ordinateur.

Remarque – On peut parler des cellules de convection dans le manteau terrestre ce qui est super intéressant. On a des cellules de convection de Rayleigh-Bénard.

3 Rayonnement

Définition – Rayonnement : transfert d'énergie à travers un milieu transparent par l'intermédiaire d'un rayonnement électromagnétique.

Ce sont les seuls qui peuvent se faire dans le vide. Tout corps ayant une température non nulle émet un rayonnement. On peut vérifier cela en utilisant la caméra thermique. Deux lois sont importantes : Loi de Stephan et loi de Wien. La première donne :

$$\phi_{rad} = \sigma T^4 \quad (1)$$

La seconde donne :

$$\lambda_{max}(T) = \frac{2989}{T} \quad (2)$$

Remarque – Si c'est l'élément imposé, on peut faire le calcul de la température à l'équilibre, voir <http://perso.ens-lyon.fr/raphael.rullan/pperso/fichiers/Ressources/Fiches/Thermodynamique.pdf> et surtout http://perso.ens-lyon.fr/raphael.rullan/pperso/fichiers/LP22_Bilan_radiatif_EdS_compressed.pdf.

Remarque – Si l'élément imposé est rayonnement alors on peut faire un plan : I - Transport de chaleur en milieu matériel (où on parle de conduction et de convection II-Rayonnement (corps noir, Wien, Stefan) III- Exemple d'application (avec EdS). Sanz p.169

2 La diffusion thermique

1 Vecteur densité de courant et loi de Fourier

On définit $\vec{j}_{th}$ pour qu'il soit orienté dans le sens de la diffusion. C'est un flux thermique par unité de surface. On a comme dans les autres chapitres de diffusion :

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} d\vec{S} = \frac{dQ}{dt} \quad (3)$$

La notion de flux est associée à la puissance thermique.

Vous me voyez probablement arriver avec mes gros sabots. On va pouvoir définir comme avec la loi de Fick une loi permettant de relier le vecteur densité de courant, ici thermique en fonction d'un gradient. Ici, encore une fois, le gradient est un gradient de température. On introduit alors la loi de Fourier :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\nabla}(T) \quad (4)$$

Avec λ la conductivité thermique en $J.m^{-1}.s^{-1}.K^{-1}$. Pour faire l'analyse dimensionnel Sanz p.139. Cause du transport : différence dans les températures. On peut regarder des valeurs de λ .

Conductivité des matériaux de construction		
Rang	Matériau	Conductivité W/mK
1	Polyuréthane	0,022
2	Fibre de bois SteicoTherm	0,04
3	PSE extrudé	0,04
4	Laine de verre	0,04
5	PSE expansé	0,04
6	Laine de roche	0,044
7	Liège	0,05
8	Béton cellulaire	0,09
9	Laine de bois	0,1
10	Panneau OSB	0,12
11	Bois Sapin	0,15
12	Plaque de plâtre	0,25
13	Plâtre carreaux	0,25
14	Bois Chêne	0,29
15	Brique pleine	0,74
16	Pierre	1,7
17	Béton plein	1,8
18	Acier	50
19	Aluminium	230
20	Cuivre	380

Figure 3 – Conductivités thermiques de différents matériaux

2 Equation de la chaleur

Hypothèses de travail (projeter en même temps) :

- On considère un milieu solide ou fluide au repos. Il n'y a pas de mouvement macroscopique de matière. On suppose que le matériau évolue à volume constant. (hypothèse réaliste pour des solides ou liquides, pour une phase gaz, on travaille avec H (isobare)).
- Le milieu étudié est caractérisé par sa masse volumique ρ et sa capacité thermique massique à volume constant c_v , uniformes. Pour une phase condensée $c_v = c_p$ donc on note c .

Le transfert par diffusion peut être caractérisé comme les autres diffusions par une équation caractéristique. On fait la démonstration à une dimension. La température ne dépend donc que d'une seule coordonnée d'espace, c ici : $T(x,t)$. On écrit le vecteur densité de courant alors :

$$\vec{j}_{th} : j_{th}(x,t)\vec{u}_x \quad (5)$$

On appelle $\Phi(x,t)$ le flux thermique traversant à l'instant t , la surface S située à l'abscisse x .

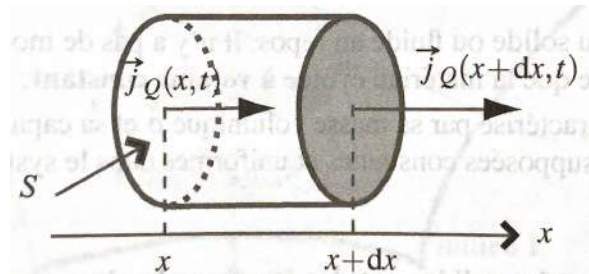


Figure 4 – Bilan d'énergie dans une tranche infinitésimale

La variation d'énergie interne du système $\sum$ entre les instant t et $t+dt$ est :

$$dU = U(t + dt) - U(t) = \delta mc(T(x, t + dt) - T(x, t)) \quad (6)$$

Où $\delta m = \rho S dx$ est la masse du système. Au premier ordre en $dxdt$, on peut écrire :

$$dU = \rho c S \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) dt dx \quad (7)$$

Le transfert thermique **reçu** par le système entre t et $t+dt$ est :

- à travers la face d'abscisse x : $\delta Q_x = \Phi(x, t) dt$
- à travers la face d'abscisse $x+dx$: $\delta Q_{x+dx} = -\Phi(x + dx, t) dt$

Ainsi, le transfert thermique total reçu par le système est :

$$\delta Q_{ext \rightarrow \sum} = \delta Q_x + \delta Q_{x+dx} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, t) dx dt \quad (8)$$

L'énergie produite dans le cylindre est :

$$P_{prod} = P v(x, t) S dx \quad (9)$$

Le premier principe s'écrit donc :

$$\rho c \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} S dx dt = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, t) dx dt + P v(x, t) S dx dt \quad (10)$$

Or si on considère que la norme de $\vec{j}_{th}$ est constante et parallèle à $\vec{dS}$ on a : $\Phi_{th} = j_{th} S$ donc on peut écrire :

$$\rho c \frac{\delta T(x, t)}{\delta t} + \frac{\partial j_{th}(x, t)}{\partial x} = P v(x, t) \quad (11)$$

En l'absence de sources internes, il se simplifie en :

$$\rho c \frac{\delta T(x, t)}{\delta t} + \frac{\partial j_{th}(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

Donc :

$$\rho c \frac{\delta T(x, t)}{\delta t} + \frac{\partial j_{th}(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

En injectant la loi de Fourier dans cette équation on obtient :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \quad (14)$$

Cette équation est l'équation de diffusion thermique unidimensionnelle sans terme de source. C'est à partir de cela qu'on peut étudier le transfert diffusif de chaleur.

Remarque – Dans le cas où on fait la démonstration en trois dimensions.

$$\frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T(M, t) \quad (15)$$

3 Régime transitoire

si on fait une analyse dimensionnelle on arrive à arriver à l'équation :

$$\frac{\lambda}{\rho c} = \frac{L^2}{\tau} \quad (16)$$

Avec L la distance caractéristique et τ le temps caractéristique.

3 Equation de la chaleur en régime stationnaire

En régime stationnaire, les différents champs ne dépendent pas du temps. Cela simplifie les équations grandement. On a en effet :

$$0 = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \quad (17)$$

Ce qui signifie que l'on a :

$$T(x) = a \times x + b \quad (18)$$

On utilise les conditions limites, si on a $T(x=0) = T_1$ et $T(x=L) = T_2$ ce qui donne :

$$T(x) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{l} x \quad (19)$$

1 Conditions aux limites pour le champ de température

Remarque — Cette section n'est pas trop à faire, elle est plus pour nous

Pour résoudre, il faut connaître les conditions aux limites qui sont vérifiées à la surface du matériau. Il y a plusieurs types de conditions :

— La température au point P peut être imposée par contact thermique parfait avec un thermostat

$$T(P, t) = T_0(t) \quad (20)$$

— le flux surfacique thermique au point P peut être imposé.

— Il y a continuité du flux surfacique. Attention, la température n'est pas nécessairement continue

2 Bilan thermique en régime stationnaire

On repart du bilan :

$$\frac{dU}{dt} = 0 = \Phi_e - \Phi_s = \Phi(x) - \Phi(x + dx) = -\frac{d\Phi}{dx} dx \quad (21)$$

Donc :

$$\Phi(x) = j_{th} S = -\lambda \frac{dT}{dx} S \quad (22)$$

On a enfin :

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\Phi}{\lambda S} \quad (23)$$

On trouve alors l'expression du flux :

$$\Phi = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{l} S \quad (24)$$

On voit directement ici la ressemblance avec la loi d'Ohm : $U = RI$. Ici U correspond à la différence de température et I au flux thermique. Ainsi on définit la résistance thermique :

$$R_{th} = \frac{l}{\lambda S} \quad (25)$$

On décrit bien l'analogie.

3 Application à l'exercice du double vitrage

Pour cette partie on peut illustrer avec http://perso.ens-lyon.fr/raphael.rullan/pperso/fichiers/LP22_Fiche_double_vitrage.pdf. On pose le problème et on arrive dans l'air.

3.1 Flux conducto-diffusif

<https://www.alloschool.com/assets/documents/course-245/conduction-et-conducto-convection-thermique.pdf>

4 Association de résistance

On finit l'exercice.

4 Conclusion

Je pense qu'on peut faire un récapitulatif des analogies.

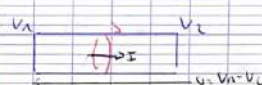
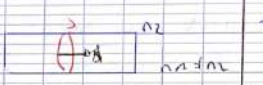
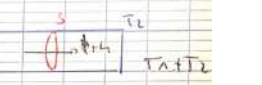
	conduction élec	diff. particules	diff. thermique
courant			
relation cause-effet	Loi d'Ohm locale $j = -\sigma \nabla \phi$	Loi de Fick $j = -D \nabla n$	Loi de Fourier $j_{th} = -\lambda \nabla T$
flux	$I = \frac{\delta q}{dt} \text{ (C.s}^{-1}\text{)}$	$\phi = \frac{dn}{dt} \text{ (part.s}^{-1}\text{)}$	$\phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt} \text{ (J.s}^{-1}\text{)}$
résistance	$R = \frac{U}{I} = \frac{V_1 - V_2}{I}$	$R_{diff} = \frac{n_1 - n_2}{\phi}$	$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\phi_{th}}$

Figure 5 – Tableau récapitulatif

Dans les cours prochains, on pourra s'intéresser aux différentes géométries que les systèmes peuvent prendre.