LP 26 : Régimes transitoires

Elément imposé : Amortisseur de voiture

Niveau : L1

Prérequis :

- mécanique de niveau lycée + révisions de L1 : principe fondamental de la dynamique (L1), expression des forces
- oscillateur harmonique (L1)
- Résolution d'équations différentielles (terminale + L1)
- électrocinétique (terminale + L1)

Difficultés :

- résolution de l'équation et simplement mise en équation
- bien réaliser le bilan des forces, attention à ne pas en oublier, rigueur sur les projections
- trouver les paramètres physiques intéressant à étudier
- Faire le lien avec l'amortisseur.
- comprendre les différents cas.

Séquence pédagogique :

Cette leçon s'intégrerait dans une séquence de début d'année dans une séquence de mécanique du point. Les élèves auraient déjà vu certaines idées. Cela permettrait de remettre tous les élèves sur un même pied d'égalité. En plus de cela, on proposerait par la suite une analogie mécanique/électrique une fois que l'on aura revu ces notions. On pourra faire le lien et expliciter d'autres termes.

TD : étude d'un sysmomètre

TP : Sur un circuit RLC, visualisation de régime transitoire.

info : Modélisation de régimes transitoires en visualisant utilisant Python

Objectif de la séance

Que les élèves comprennent comment déterminer un régime transitoire et les implications de celui-ci

Plan

I. De l'oscillateur libre à l'oscillateur amorti

1. Retour sur l'oscillateur harmonique
2. L'oscillateur amorti
3. Solutions de l'ED de l'oscillateur

II. Régime transitoire

1. Les différents cas
2. Durée du régime transitoire

III Application à l'amortisseur de voiture

Remarques : Temps total 41'30 (sans manip)

- ne pas faire le I.1
- ne pas détailler tous les cas $\Delta>0$, $\Delta=0$, $\Delta<0$ au tableau, en faire 1
- Attention, définir le régime transitoire
- avoir des odG pour h
- ⚠ Introduire ≠ le z_{eq} (je me suis trompé en préparation, le faire selon z, pas x et faire disparaître le poids avec z_{eq}).
- on peut parler de régime forcé, la route peut provoquer des oscillations et du coup on parle de résonance.

Sources : Salamito
https://sciences-indus-cpge.papanicola.info/IMG/pdf/ds-pcsi-suspension.pdf
https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-vernet/download?id=995

Introduction

Bonjour à tous et à toutes, aujourd'hui nous allons reprendre notre étude des systèmes mécaniques en s'intéressant à un objet que vous connaissez bien, les amortisseurs de voiture.

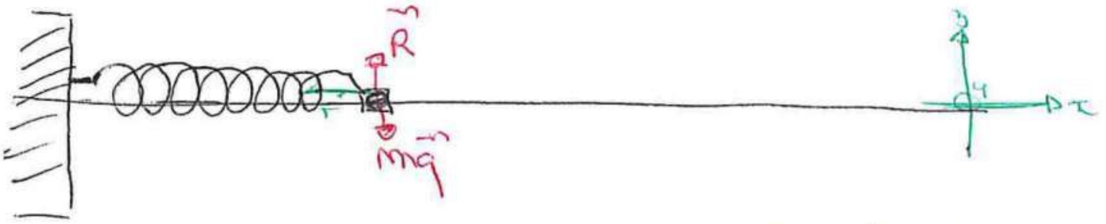
Vous n'êtes probablement pas sans savoir qu'il est vivement conseillé d'avoir sur sa voiture des amortisseurs en bon état sinon la conduite devient ensuite beaucoup moins agréable. C'est également une nécessité de les changer ~~tous les ans~~ régulièrement car il peut s'avérer dangereux de rouler sans. distance de freinage, adhérence... tout cela dépend de cet élément.

Aujourd'hui, le but de la séance ça va être de comprendre comment est-ce qu'on peut modéliser ce système avec des modèles physiques simples

I. De l'oscillateur libre à l'oscillateur amorti

1. Retour sur l'oscillateur harmonique

La fois dernière, nous nous sommes intéressé à l'oscillateur harmonique simple



<u>système</u> : masse m accrochée au bout du ressort associé à un point.

<u>Référentiel</u> : terrestre supposé galiléen

<u>Bilan des forces</u> :
- poids $\vec{P}$
- force de rappel $\vec{F}$
- Réaction normale du support $\vec{R}$

Nous avions établi l'équation différentielle du système et donné les solutions.

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

2. Amortissement ou oscillateur amorti

On reprend le même système que précédemment, mais on rajoute une nouvelle force. On suppose que l'amortisseur exerce sur le point une force d'amortissement visqueux $\boxed{\vec{F} = -h\vec{v}}$ avec $\vec{v}$ la vitesse du mobile.

systeme objet de masse m

référentiel : terrestre supposé galiléen

bilan des forces : Poids $\vec{P}$
· force de rappel du support $\vec{R}$
· force de rappel du ressort $\vec{F}$
· force de frottement fluide $\vec{f}$.

on applique le principe fondamental de la dynamique :

$$m \times \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\Rightarrow m \times \vec{a} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f}$$

on projette selon $\vec{Ox}$

$$m \times a = -hv - k(x - x_0)$$

on pose $X = x - x_0$

$$v = \frac{dX}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \times \frac{d^2X}{dt^2} = -h\frac{dX}{dt} - kX$$

$$\Rightarrow \frac{d^2X}{dt^2} = -\frac{h}{m}\frac{dX}{dt} - \frac{k}{m}X$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{h}{m}\frac{dX}{dt} + \frac{k}{m}X = 0}$$

on a

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

on introduit un nouveau facteur ~~de qualité~~ facteur de qualité que l'on nomme Q ou facteur de qualité

$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{h}{m}$ $Q = \frac{m}{h} \times \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\boxed{Q = \frac{\sqrt{km}}{h}}$

On a donc l'équation suivante :

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}$$

c'est une équation particulièrement intéressante que si vous vous souvenez on a rencontré lorsque l'on a traité (ce que l'on retrouvera quand on traitera le RLC selon l'organisation que l'on a pour le cours).

On a ici une équation différentielle linéaire du second ordre à résoudre. La forme des solutions et donc la forme du régime transitoire va changer en fonction des valeurs de ω_0 et de Q. C'est donc sur ça que l'on peut jouer lorsqu'on est un industriel.

II. Le ou les régimes transitoires

1. Les différentes solutions

On a l'équation

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = ~~\quad~~ 0$$

L'équation caractéristique est :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

On pose le déterminant

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = \omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right) ~~= 4\omega_0(?)-1~~$$

Il y a alors plusieurs possibilités :

$\Delta > 0 \Rightarrow Q < \frac{1}{2}$ régime apériodique $\Leftrightarrow h > 2\sqrt{km}$

$\Delta = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{2}$ régime critique $h = 2\sqrt{km}$

$\Delta < 0 \Rightarrow Q > \frac{1}{2}$ régime pseudo-périodique. $h < 2\sqrt{km}$

On peut s'intéresser aux solutions pour les trois régimes

a) Pour le régime apériodique

$\Delta > 0$

~~$r_{1,2} = \omega_0 (\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 1}) = -\lambda$~~

$$r_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{\omega_0}{2Q} + \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)}$$

$$Q = \frac{1}{2\lambda}$$

$$r_2 = -\frac{\omega_0}{2Q} - \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)}$$

$$= -\omega_0\left(\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 1}\right)$$

$$\boxed{U_n = A\exp(-rt) + B\exp(-rt)}$$

On a une équation qui est homogène donc il n'y a pas de solution particulière. Cela signifie qu'à la fin du régime transitoire, on retrouve la valeur 0.

Ainsi, on a une première type de régime transitoire possible

Régime critique

$\Delta = 0$ donc on a une unique solution

$$\Delta = \frac{-b}{2a} = \frac{-\omega_0}{2Q} = -\omega_0 \lambda$$

donc sh est de la forme $x(t) = (Ax + B)\exp(-\lambda t)$.

ici $B = 0$ donc $x(t) = Ax\exp(-\lambda t)$

Régime pseudo périodique

$\Delta < 0$ alors on a deux solutions

$$\boxed{r_{1,2} = -\omega_0\lambda \pm j\omega_0\sqrt{1-\lambda^2}}$$

$$\boxed{x(t) = A\exp(-\omega_0\lambda t)\cos(\omega t + \phi)}$$

2. Temps du régime périodique

on peut à partir de ces expressions la durée caractéristique du régime transitoire

$\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda - \Omega}}$ ou $\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}$

qu'il est possible de calculer en fonctions des paramètres du problème. Dans chacun des cas, on peut voir que $\tau \propto Q$ donc plus Q est petit plus le système est amorti.

Expérimentalement c'est une grandeur qui est difficile à mesurer car ~~elle~~ dépend de la analyse qu'on se donne.

si on définit le temps de réponse à 5% qui correspond à la durée au bout de laquelle le système atteint sa valeur finale à moins de 5%. on définit alors cette durée comme le temps du régime transitoire

$$\lambda = \frac{1}{2Q}$$

III Application à l'amortissement

ce qu'on veut avoir c'est un régime transitoire le plus court possible et éviter les oscillations

on est en régime critique pour $h = 2\sqrt{km_0}$

lorsque le véhicule est chargé sa masse augmente $m > m_0$ donc $2\sqrt{km} > 2\sqrt{km_0} = h$ le régime devient donc pseudo-périodique

ce qui est problématique.

Il faut choisir h le plus élevé possible

on est dans le cas ici où la route est plane.

lorsque la route est ondulée, on va avoir une excitation sinusoïdale

Pour limiter l'inconfort, on se place dans la zone A.