

LP-29 Phénomènes de transport

Lise Boutenègre & Raphaël Rullan

Elément imposé – Diffusion de matière, conduction électrique, loi d’Ohm, , Application du transport d’énergie par convection

Introduction Pédagogique

I Niveau : L2

Remarque – Pour les programmes, on peut prendre pour référence le programme de BCPST. C’est un sujet très large qui va dépendre beaucoup de l’élément imposé. Cette partie représente 13h dans le programme ce qui en fait une partie importante du programme.

Cette partie présente le cadre conceptuel et des applications pratiques des phénomènes de transport. Différents modes de transport sont envisagés : transport de matière ou d’énergie dans un milieu au repos (conduction électrique, thermique, diffusion de matière) et transport convectif de masse et d’énergie. Leur étude se limite au cas du régime permanent. Est d’abord étudié le transport par conduction dans un milieu immobile ; le flux de charges, de chaleur ou de matière est conditionné par une différence de potentiel électrique, de température ou de concentration. La conduction électrique pourra être illustrée par des transferts de charge en milieu biologique ou en conductimétrie. Les analogies entre les transports par conduction sont systématiquement exploitées : la notion de résistance thermique est introduite par analogie avec la résistance électrique. De même, l’étude du transport de matière par diffusion est conduite en parallèle avec les approches précédentes, les équations de transport y sont établies par analogie avec la conduction thermique.	Est ensuite abordé le transport de masse et d’énergie par convection. Le bilan d’énergie sur un système ouvert est effectué uniquement pour un régime permanent. Il permet de modéliser les échanges d’énergie dans un élément d’une machine thermique. <table border="1"><thead><tr><th>Notions</th><th>Capacités exigibles</th></tr></thead><tbody><tr><td>1. Flux d’une grandeur extensive</td><td></td></tr><tr><td>Vecteur densité de courant (ou densité de flux). Flux.</td><td>Utiliser les expressions des surfaces usuelles (cylindre, disque, sphère). Choisir, en fonction de la symétrie du transport, la surface appropriée à la détermination d’un flux. Exprimer le flux dans le cas de symétries simples (axiales, radiales cylindrique et sphérique).</td></tr><tr><td>2. Conduction électrique</td><td></td></tr><tr><td>Conduction électrique. Loi d’Ohm locale. Résistance électrique.</td><td>Exprimer la résistance électrique d’un conducteur dans le cas d’un transport de vecteur densité de courant uniforme.</td></tr></tbody></table>	Notions	Capacités exigibles	1. Flux d’une grandeur extensive		Vecteur densité de courant (ou densité de flux). Flux.	Utiliser les expressions des surfaces usuelles (cylindre, disque, sphère). Choisir, en fonction de la symétrie du transport , la surface appropriée à la détermination d’un flux. Exprimer le flux dans le cas de symétries simples (axiales, radiales cylindrique et sphérique).	2. Conduction électrique		Conduction électrique. Loi d’Ohm locale. Résistance électrique.	Exprimer la résistance électrique d’un conducteur dans le cas d’un transport de vecteur densité de courant uniforme.
Notions	Capacités exigibles										
1. Flux d’une grandeur extensive											
Vecteur densité de courant (ou densité de flux). Flux.	Utiliser les expressions des surfaces usuelles (cylindre, disque, sphère). Choisir, en fonction de la symétrie du transport , la surface appropriée à la détermination d’un flux. Exprimer le flux dans le cas de symétries simples (axiales, radiales cylindrique et sphérique).										
2. Conduction électrique											
Conduction électrique. Loi d’Ohm locale. Résistance électrique.	Exprimer la résistance électrique d’un conducteur dans le cas d’un transport de vecteur densité de courant uniforme.										

(a) (b)

Figure 1 – Programme de BCPST2

Pré-requis

- Coordonnées cartésiennes (en BCPST seules les coordonnées cartésiennes sont vues) **L1**
- Dérivation, notion de gradient en physique **L1**
- Longueur surface et volume **L1**
- Premier principe de la thermodynamique et en général cours de thermodynamique **L1-L2**
- Cycles en thermodynamique
- Machines thermiques **L2**
- Electrocinétique : résistance, condensateur, bobine, association de dipôles **L1**

3. Conduction thermique Conduction thermique. Résistance thermique. Loi de Fourier. Diffusivité thermique.	Réaliser une analogie entre la conduction électrique et la conduction thermique. Interpréter une association de résistances thermiques. Établir, dans le cas d'un transport unidirectionnel, un bilan local d'énergie, avec source volumique ou avec échange à travers la paroi. Exprimer le temps caractéristique d'un régime transitoire par analyse dimensionnelle. Établir un bilan global d'énergie dans le cas d'un transport radial cylindrique ou sphérique en régime permanent. Exprimer le champ de température en régime permanent, après avoir proposé des critères plausibles de continuité ou de non divergence.	4. Diffusion de matière Transferts de masse par convection ou diffusion. Loi de Fick.	Citer les deux modes de transfert de masse. Interpréter le transport par diffusion à l'aide du potentiel chimique. Procéder par analogie lors de la réalisation de bilans local ou global entre les phénomènes de conduction thermique et de diffusion de matière, les capacités exigibles étant identiques.
--	---	--	---

(a)

(b)

Figure 2 – Programme de BCPST2

5. Transport de masse et d'énergie par convection Débit massique. Bilan global de masse sur un système ouvert.	Justifier le caractère conservatif d'un flux de masse en régime permanent.
---	--

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013
<http://www.enseignementsup-recherche.gouv.fr>

15

Bilan d'énergie en régime permanent sur un système ouvert. Travail utile. Machines thermiques.	Établir un débit volumique à partir d'un débit massique dans le cas d'un écoulement incompressible. Savoir que le flux convectif d'une grandeur est le produit du débit massique par la grandeur massique correspondante. Formuler le premier principe sur un système ouvert sous forme d'un bilan élémentaire et en termes de puissance. Appliquer le premier principe en système ouvert et en régime permanent à des éléments simples d'une machine thermique : échangeur thermique, compresseur, détendeur isenthalpique, mélangeur. Réaliser un bilan local sur un échangeur thermique monodimensionnel. Estimer à partir des différents éléments d'une machine pris séparément le travail utile et le transfert thermique en termes de puissances ou de grandeurs massiques. Établir le rendement ou l'efficacité d'une machine thermique.
--	---

Figure 3 – Programme de BPCTS2

Difficultés

- Réalisation de bilans : matière, énergie, pas forcément simple pour les élèves.
- Traitement mathématique des équations.
- Trouver le sens physique des équations et bien comprendre les phénomènes.

Applications

- **TP** : À part la diffusion thermique il n'y a pas grand chose de faisable.
- **TD** : On peut faire beaucoup d'exos, idées : Transport du dioxygène par diffusion au sein d'une bactérie.

Objectifs – Que les élèves soient capables de bien comprendre la méthode lors de la réalisation de bilans : qu'il soit : électrique, de particule ou thermique. Un point important va être les analogies. Il faut que les élèves soient capables de comprendre et de réaliser des analogies pour se ramener à des problèmes qu'ils connaissent bien. Il sera également bien important qu'ils comprennent bien les différents phénomènes de transports qui seront présentés et quelles sont les similitudes et les différences.

Source – Côte BCPST2, Sanz PC/PC* (il n'y a pas la conduction électrique), Cours de prépa, Grélias BCPST2, Leçon de Manon, Naia, (Benedicte (j'aime pas mais exemple de manip))

Pour ce qui est de la progression pédagogique je proposerais de faire les choses dans cet ordre :

- Conduction électrique
- Diffusion de particules
- Diffusion thermique
- Convection et rayonnement

Selon l'élément imposé, on va se placer à différents endroits. du cours et du coup mettre les parties précédentes en prérequis. Je pense que honnêtement chaque partie peut être une leçon en soit.

Introduction

Bonjour à tous, nous allons commencer (à nuancer selon le type de diffusion qu'on fait) l'étude des phénomènes de transport. Pour introduire, on peut faire l'expérience de la goutte, on met une goutte d'encre dans un bécher d'eau et on remarque que l'encre diffuse.

A côté on peut faire une expérience qui montre la convection <https://www.youtube.com/watch?v=SoDaJpdZ1gc>.

On illustre deux types de transport, un où on a l'ensemble qui bouge et un où ça ne bouge pas. On définit deux types de transport :

Définition – **Transport au repos** : transport d'une quantité sans mouvement d'ensemble macroscopique

Définition – **Transport convectif** : transport d'une quantité avec mouvement d'ensemble macroscopique

Comprendre les phénomènes de transport c'est primordial dans plein de domaines : sciences de la Terre, sciences de la vie. Ces phénomènes de transport ont lieu lorsqu'il y a un déséquilibre, une hétérogénéité dans le milieu. C'est le véritable moteur de l'hétérogénéité.

Remarque — Par la suite, ce que je vais plus chercher à faire c'est de faire par catégories pour avoir un peu tout. Toutes les parties ne seront pas à faire.

1 La conduction électrique

1 Observations expérimentales

La conduction électrique est un phénomène que vous connaissez à priori bien, on commence à l'aborder dès le collège. Dans ce cas, là l'inhomogénéité dont nous parlions correspond à une différence de potentiel électrique entre deux zones. Les particules portant la charge peuvent être les électrons, par exemple dans les métaux, mais cela peut également être des ions, en solution par exemple comme vous avez pu le voir dans vos cours de chimie. On va ici principalement discuter des électrons. Instinctivement, vous savez que les métaux sont plus conducteurs que par exemple les plastiques ou autre. Un modèle adapté à la description de cela peut être le modèle de Drude, le modèle de la mer d'électrons. On peut considérer que les électrons sont totalement délocalisés et qu'ils ne sont plus rattachés à leur noyaux. On va essayer de comprendre pourquoi les métaux sont des meilleurs conducteurs.

Remarque — Il est important de montrer des exemples au tableau et d'avoir des valeurs à discuter. On essaye d'avoir le plus possible une démarche déductive. Pour le modèle de Drude, on n'est pas obligé de l'introduire (ce n'est pas en BCPST2)

2 Le vecteur densité de courant électrique

Soumise à une différence de potentiel électrique U , des particules chargées vont se déplacer dans le sens inverse de leur charge. Les particules chargées positivement se déplaceront vers les potentiels négatifs et inversement.

Remarque — J'adopte une démarche un peu différente de celle des livres, c'est celle que j'ai vu en cours et que je trouve plus intuitive. On part d'un truc que les élèves connaissent : le courant.

On étudie le courant passant par S . Soit un type de particule de charge :

- portant une charge q
- dont le vecteur vitesse est $\vec{v}$
- n = nombre de porteurs de charge.
- $\rho_q = n \cdot q$ la densité volumique de charge

Soit $\delta^2 q$ la charge traversant la surface dS pendant dt .

$$\delta^2 q = \rho_q \delta^2 v \quad (1)$$

En effet c'est également la quantité de charge dans le volume de contrôle pendant un instant t .

$$\delta^2 q = \rho_q d\vec{S} \cdot \vec{v} \cdot dt \quad (2)$$

On intègre pour trouver la charge traversant S pendant dt :

$$\delta q = \iint_S \rho_q d\vec{S} \cdot \vec{v} dt \quad (3)$$

Et on retombe sur l'expression du courant que vous connaissez :

$$i = \frac{\delta q}{dt} = \iint_S \rho_q d\vec{S} \cdot \vec{v} \quad (4)$$

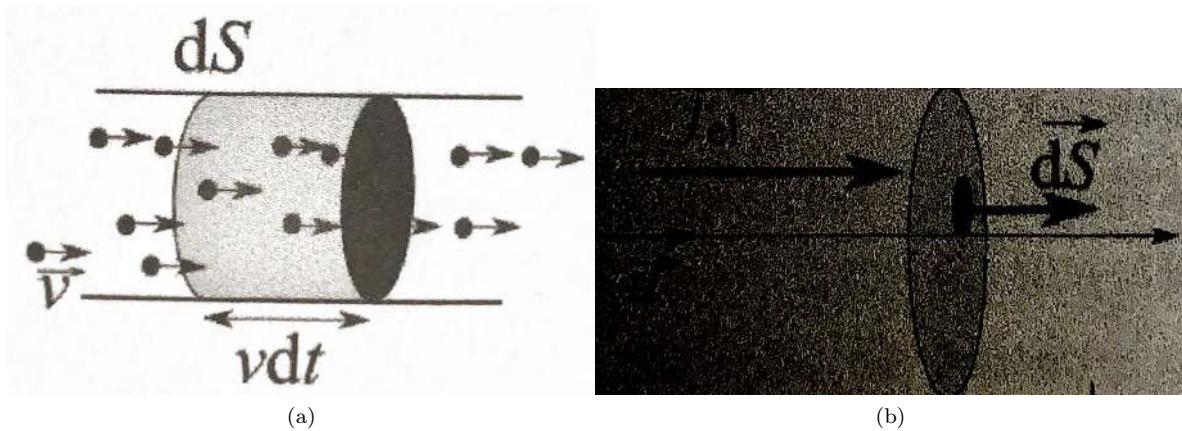


Figure 4 – Surfaces orientées

On définit alors le vecteur densité de courant tel que :

$$i = \iint_s \vec{j}_{el} \cdot d\vec{S} \quad (5)$$

Définition – Le vecteur densité de courant électrique $\vec{j}_{el}$ est un vecteur dirigé dans le sens de déplacement des particules chargées positivement. Sa norme est égale à la charge qui traverse par unité de temps une unité de surface et elle s'exprime en $A.m^{-2}$. On peut l'écrire :

$$\vec{j}_{el} = \rho_q \vec{v} \quad (6)$$

ou

$$j_{el} = \frac{\delta^2 q}{dt \cdot dS} \quad (7)$$

En notant $\delta^2 q$ la charge élémentaire traversant pendant une durée élémentaire dt une surface élémentaire dS .

Une loi empirique permet de donner une autre expression de ce vecteur densité de courant. Il s'agit de la loi d'Ohm locale :

$$\vec{j}_{el} = -\sigma \vec{grad}(V_{el}) \quad (8)$$

Où σ est la conductivité électrique du milieu et s'exprime en $S.m^{-1}$ et mesure l'aptitude du milieu à transporter les charges. C'est ça qui permet d'expliquer la différence de conduction entre les différentes espèces.

Remarque – Le signe "moins" traduit le fait que $\vec{j}_{el}$ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants

On donne ici le des ordres de grandeur de σ

2.1 Comment faire le lien entre les deux formules ?

On peut écrire la vitesse de migration d'une espèce comme :

$$\vec{v}_i = \mu_i \vec{E} \quad (9)$$

$$\vec{j}_{el} = \sum_i \rho_{qi} \vec{v}_i \quad (10)$$

et on a :

$$\vec{j}_{el} = \sum_i \rho_{qi} \mu_i \vec{E} \quad (11)$$

On a donc :

$$\vec{j}_{el} = \sigma \vec{E} \quad (12)$$

3 Exemple d'un conducteur en symétrie plane

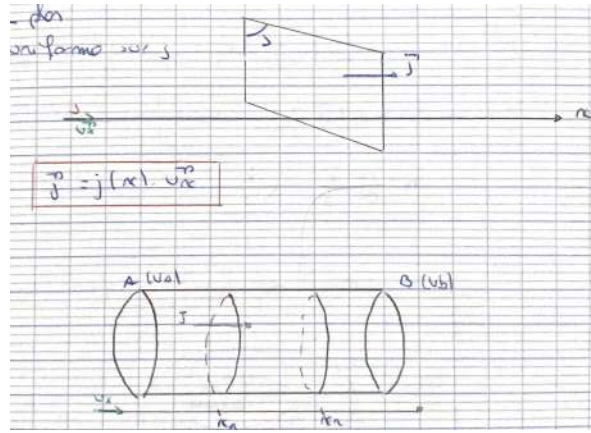


Figure 5 – Définition du problème

On se place dans un cas unidimensionnel. On suppose que $\vec{j}_{el}$ est perpendiculaire à la surface et suppose j_{el} uniforme sur S. On peut écrire :

$$\vec{j}_{el} = j(x) \vec{u}_x \quad (13)$$

On se place en régime stationnaire, la charge contenue entre les deux points est constante dans le temps. On a donc :

$$I(x_1) = I(x_2) \quad (14)$$

Sur une section S :

$$i = \iint_S \vec{j}_{el} \cdot d\vec{S} \quad (15)$$

$$i = \iint_S j_{el} \cdot dS \quad (16)$$

Comme les deux vecteurs sont colinéaires. Comme j_{el} uniforme, on peut écrire :

$$i = j \cdot S \quad (17)$$

Donc :

$$\vec{j}_{el} = \frac{i}{S} \vec{u}_x \quad (18)$$

A partir de là on peut essayer d'exprimer U :

$$U = V_C - V_B = \int_B^C dV = - \int_C^B dV = \int_C^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (19)$$

Or avec la loi d'Ohm locale on a : $\vec{j}_{el} = \sigma \cdot$. Donc :

$$U = \int_C^B \frac{\vec{j}_{el}}{\sigma} d\vec{l} = \frac{1}{\sigma} \int_C^B \frac{i}{S} dx \quad (20)$$

Ainsi :

$$U = \frac{i}{\sigma S} l = R \times i \quad (21)$$

On retrouve la loi d'Ohm $U = R.I$ avec R :

$$R = \frac{l}{\sigma S} = \rho \frac{l}{S} \quad (22)$$

La résistance électrique est par définition définie comme positive. D'un point de vue physique cela se comprend bien. Plus les électrons doivent traverser de longueur plus ce sera difficile plus la résistance est faible. A l'inverse plus la surface est grande plus les électrons vont pouvoir passer partout. Plus le milieu est résistif plus la résistance est grande.

4 Association de conducteurs ohmiques

A partir de cela on peut retrouver les règles d'association que vous connaissez pour les résistances.

- En **Série** : les porteurs de charge traversent successivement les éléments.
- En **Parallèle** : les éléments doivent faire un choix. c'est pour cela qu'on somme les inverses des résistances et pas directement les résistances.

2 Diffusion de particule

On peut regarder alors la diffusion dans notre bécher. On peut maintenant voir que le colorant bleu occupe tout l'espace du bécher. La diffusion est observée à partir de la goutte, c'est à dire à partir des fortes concentrations vers les faibles concentrations. Cette étude va énormément ressembler à ce qu'il a pu déjà être fait avec la conduction électrique. Vous allez voir qu'on définit les mêmes grandeurs et qu'on s'appuie exactement sur les mêmes principes.

Remarque — Il est possible de faire une manip pour déterminer le coefficient de diffusion de l'ammoniac. Il faut donc arriver jusque là au moins.

1 Vecteur densité de particule et transport diffusif

De la même façon que nous avons défini un vecteur densité de courant $\vec{j}_{el}$ on peut définir un vecteur densité de particule $\vec{j}_n$. On définit également le flux particulaire comme analogue au courant, cela correspond au nombre de particules qui passent par unité de temps au travers d'une surface.

$$\phi = \frac{\delta N}{dt} = \iint_S \vec{j}_n \cdot d\vec{S} \quad (23)$$

De la même façon que l'on a la loi d'Ohm locale, on peut trouver une relation empirique reliant le vecteur densité de courant et le gradient de particules. On appelle cette loi, la Loi de Fick.

$$\vec{j}_n = -D \cdot \vec{grad}(n) \quad (24)$$

Avec D le coefficient de diffusivité. D dépend de la taille des particules : nature, taille, milieu, T et P .

2 Bilan de matière locale

On définit le système comme décrit dans la Fig. ?? . Notre système est le volume de contrôle mésoscopique.

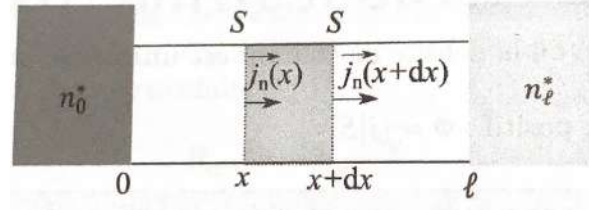


Figure 6 – Système pour bilan de particules

On utilise la symétrie axiale. Le bilan local en régime permanent s'écrit en fonction du nombre de particules entrant, sortant, formées, détruites.

$$0 = \delta N_e - \delta N_s + \delta N_f - \delta N_d \quad (25)$$

On se place en absence de sources et de puits. On a :

$$\delta N_e - \delta N_s = [j_p(x) - j_p(x + dx)]Sdt \quad (26)$$

On aurait avec des termes de source et de puits :

$$\delta N_f = n_f^* S dx dt \quad (27)$$

et :

$$\delta N_d = n_d^* S dx dt \quad (28)$$

Le bilan local est donc :

$$0 = \phi_p(x)dt - \phi_p(x + dx)dt \quad (29)$$

$$\phi_p(x + dx) - \phi_p(x) = 0 \quad (30)$$

Donc :

$$\frac{d\phi_p}{dx} = 0 \quad (31)$$

On voit qu'on a ϕ_p qui est une constante.

On sait que l'on a :

$$\phi_p = \vec{j}_n \cdot \vec{S} = -D \frac{dn}{dx} \cdot S \quad (32)$$

$$\frac{dn}{dx} = -\frac{\phi_p}{D \cdot S} \quad (33)$$

On intègre entre $x = 0$ et x quelconque :

$$n(x) - n(x = 0) = \int_{x=0}^x -\frac{\phi_p}{D \cdot S} dx = -\frac{\phi_p}{D \cdot S} x \quad (34)$$

Ainsi en comparant avec l'expression $U = RI$ on peut définir la résistance au transfert de particules.

$$R_{diff} = \frac{x}{D \cdot S} \quad (35)$$

On peut aussi en combinant déterminer le flux et/ou la forme du gradient de particules.

$$n(x) = n_0 + \left(\frac{n_1 - n_0}{l}\right)x \quad (36)$$

Dans le cas où on a des termes de sources et de puits, on a une équation différentielle.

$$-D \frac{d^2 n^*}{dx^2} = n_f^* - n_d^* \quad (37)$$

Ainsi en intégrant on obtient :

$$n^*(x) = -\frac{n_f^* - n_d^*}{D} \frac{x^2}{2} + ax + b \quad (38)$$

On se sert des conditions initiales pour déterminer a et b.

3 Analogies électrique/particules

On peut définir de la même façon qu'on a défini la résistance thermique on définit la résistance à la diffusion.

$$R_{diff} = \frac{n_A - n_B}{\phi} \quad (39)$$

Elle s'exprime en $m^{-3}.s$.

	conduction électrique	diffusion de particules
schéma		
relation	loi d'Ohm locale	loi de Fick
équation	$\vec{j} = \frac{\sigma}{e} \vec{E} = -\sigma \vec{\nabla} V$	$\vec{j} = -D \vec{\nabla} n$ (la diffusion se fait du 0 vers 0 et c'est la même chose)
conséquence	$\vec{J} = \frac{\delta Q}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$	$\phi = \frac{\delta N}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$
résistance	$R = \frac{V}{I}$	résistance diffusivo $R = \frac{n_A - n_B}{\phi_{A \rightarrow B}}$

Figure 7 – Analogies, électrique-particulaire

3 Diffusion thermique

Remarque – Je propose de faire cette partie après parce que cela me semble être la plus difficile. En effet, autant il est simple d'imaginer un transfert de molécules, autant il peut être difficile de s'imaginer un transfert de chaleur. La chaleur ou énergie thermique n'est pas forcément simple à se représenter. La notion de chaleur ou de transfert thermique reste mal définie. Ainsi il vaut mieux se mettre à la fin.

Toute cette partie là a déjà été traitée dans la LP23 phénomènes de diffusion de Lise Boutenègre <http://perso.ens-lyon.fr/lise.boutenegre/lise/fichiers/LP23-Phenomenes%20Diffusion.pdf>.

Remarque – On dispose d'une manipulation pour le coefficient de diffusion de la barre de cuivre, voir <http://perso.ens-lyon.fr/lise.boutenegre/lise/fichiers/LP13-Barre%20Cuivre.pdf>

Pour conclure sur l'analogie on peut utiliser le tableau récapitulatif du Côté p.388.

	Conduction électrique	Conduction thermique	Diffusion de matière
Grandeur transportée	Charges (C)	Énergie thermique (J)	Particules
Densité de courant = grandeur transportée par unité de surface et unité de temps	$\vec{j}_{el}$ (A.m ⁻²)	$\vec{j}_{th}$ (W.m ⁻²)	$\vec{j}_p$ (m ⁻² .s ⁻¹)
Cause du transport : gradient de ...	Potentiel électrique V_{el} (V)	Température T (K)	Densité particulaire n^* (m ⁻³)
Coefficient de transport = capacité du matériau à transporter ...	Conductivité électrique σ (S.m ⁻¹)	Conductivité thermique λ_{th} (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	Diffusivité D (m ² .s ⁻¹)
Loi de transport	Loi d'Ohm locale $\vec{j}_{el} = -\sigma \text{grad}(V_{el})$	Loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\lambda_{th} \text{grad}(T)$	Loi de Fick $\vec{j}_p = -D \text{grad}(n^*)$
Flux du vecteur densité de courant	Intensité $\Phi_{el} = I$ (A)	Puissance thermique $\Phi_{th} = \mathcal{P}_{th}$ (W)	Flux particulaire Φ_p (s ⁻¹)
Résistance	$R_{el} = \frac{\Delta V_{el}}{I}$ (Ω)	$R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi_{th}}$ (K.W ⁻¹)	$R_{diff} = \frac{\Delta n^*}{\Phi_p}$ (m ⁻³ .s)
Expression de la résistance en symétrie axiale	$R_{el} = \frac{\ell}{\sigma S}$	$R_{th} = \frac{\ell}{\lambda S}$	$R_{diff} = \frac{\ell}{DS}$
Résistances en série	Même intensité	Même puissance thermique	Même flux particulaire
	$R_{equiv} = \sum_i R_i$		
Résistances en parallèle	Même tension	Même gradient de température	Même gradient de densité particulaire
	$\frac{1}{R_{equiv}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$		
Puissance	Puissance (W) $\mathcal{P}_{el} = UI = \Delta V_{el} \Phi_{el}$	Pas d'analogie	Pas d'analogie

Figure 8 – Tableau récapitulatif des analogies

4 Transport par convection

On va s'intéresser ici principalement au bilan de masse sur un système ouvert. Pour cela, on va définir une surface de contrôle. On choisit une surface fermée qui délimite un volume intérieur. On définit un **volume de contrôle** ce qui est étudié c'est ce qu'il y a à l'intérieur de Σ . Le système échange de la matière avec l'extérieur, on se place en référentiel galiléen et on suppose Σ fixe. On utilise les débits volumiques et massiques.

$$D_v = \frac{\delta V}{dt} = v.S \quad (40)$$

La seconde égalité est vraie sous l'hypothèse où la vitesse est uniforme sur S et parallèle ou perpendiculaire à la surface et que ρ est uniforme.

$$D_m = \frac{\delta m}{dt} = \rho v.S \quad (41)$$

1 Démonstration du premier principe industriel

Le système étudié est le fluide dans un volume de contrôle fixe délimité par une surface de contrôle notée Σ délimitant un système ouvert. S correspond au système fermé. À t : $m_\Sigma(t) + \delta m_e$ et à $t + dt$: $m_\Sigma(t + dt) + \delta m_s$. Comme on est en régime stationnaire, les masses sont les mêmes.

$$\frac{dm_\Sigma}{dt} = Dm_e - Dm_s = 0 \quad (42)$$

Avec Dm_e et Dm_s les débits massiques d'entrée et de sortie. Donc :

$$Dm_e = Dm_s \quad (43)$$

On s'intéresse au système présenté dans la Fig. 9.

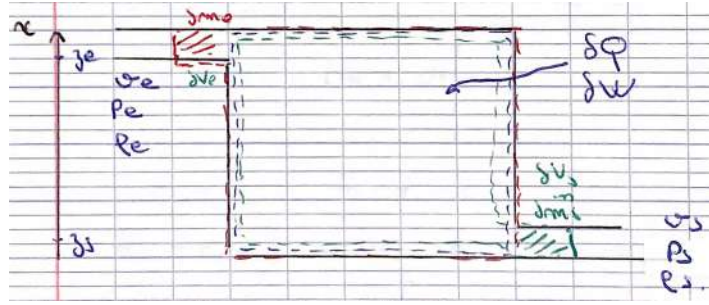


Figure 9 – Système utilisé pour la démonstration du premier principe industriel

On applique le premier principe de la thermodynamique au système :

$$dU + dEc = \delta Q + \delta W \quad (44)$$

$$dU + dEc = \delta Q + \delta W_c + \delta W_{nc} \quad (45)$$

$$dU + dEc + dEp = \delta Q + \delta W_{nc} \quad (46)$$

$$dE_{tot} = \delta Q + \delta W_{nc} \quad (47)$$

On différencie la partie gauche de l'équation :

$$dE_{tot} = E_{tot}(t + dt) - E_{tot}(t) \quad (48)$$

$$dE_{tot} = [E_{tot}(t + dt)_\Sigma + \delta m_s u_s + \frac{1}{2} \delta m_s v_s^2 + \delta m_s g z_s] - [E_{tot}(t)_\Sigma + \delta m_e u_e + \frac{1}{2} \delta m_e v_e^2 + \delta m_e g z_e] \quad (49)$$

$$dE_{tot} = dE_{tot\Sigma} + \delta m_s (u_s + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s) - \delta m_e (u_e + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e) \quad (50)$$

On a :

$$\delta W_{nc} = \delta W_p + \delta W_u \quad (51)$$

Avec W_u le travail utile. Il s'agit des forces non conservatives autres que celui des forces de pression en entrée et sortie. On a :

$$\delta W_p = -P dV \quad (52)$$

Donc :

$$\delta W_{nc} = \delta W_p + \delta W_u = -P_s dV_s + P_e dV_e + \delta W_u = -P_s \frac{\delta m_s}{\rho} + P_e \frac{\delta m_e}{\rho} + \delta W_u \quad (53)$$

Ainsi en connectant les deux bouts :

$$dE_{tot\Sigma} + \delta m_s(u_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s) - \delta m_e(u_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e) = \delta W_p + \delta W_u = -P_s dV_s + P_e dV_e + \delta W_u = -P_s \frac{\delta m_s}{\rho_s} + P_e \frac{\delta m_e}{\rho_e} + \delta W_u + \delta Q \quad (54)$$

$$dE_{tot\Sigma} + \delta m_s(u_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s) - \delta m_e(u_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e) = -P_s w_s \delta m_s + P_e w_e \delta m_e + \delta W_u + \delta Q \quad (55)$$

$$dE_{tot\Sigma} = \delta m_e(u_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e + P_e w_e) - \delta m_s(u_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s + P_s w_s) + \delta W_u + \delta Q \quad (56)$$

$$dE_{tot\Sigma} = \delta m_e(h_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e) - \delta m_s(h_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s) + \delta W_u + \delta Q \quad (57)$$

En définissant l'enthalpie massique comme étant :

$$h = u + Pw \quad (58)$$

Remarque — On peut vérifier que c'est homogène par analyse dimensionnelle.

En se plaçant en régime stationnaire :

$$0 = \delta m[(h_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e) - (h_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s)] + \delta W_u + \delta Q \quad (59)$$

$$\delta m[-(h_e + \frac{1}{2}v_e^2 + gz_e) + (h_s + \frac{1}{2}v_s^2 + gz_s)] = \delta W_u + \delta Q \quad (60)$$

La deux possibilités s'offrent à nous, selon qu'on veuille exprimer le bilan en terme de flux ou en unité massique. Si on dérive par rapport au temps :

$$Dm\Delta(h + \frac{1}{2}v^2 + gz) = \dot{W}_u + \dot{Q} \quad (61)$$

Avec $\dot{Q}$ le flux thermique reçu par le système. Si on veut l'écrire en terme de masse alors :

$$\Delta(h + \frac{1}{2}v^2 + gz) = w_u + q \quad (62)$$

avec q et w_u les énergies reçues par unité de masse du fluide. Ainsi, on a écrit le 1er principe industriel pour les systèmes ouverts. Dans les exercices, il faudra porter une attention tout particulière aux simplifications éventuelles, par exemple si l'enceinte est calorifugée ou il n'y a pas de pièce mobile.

Remarque — En soi, cette démonstration peut être une partie à part entière.

2 Application à l'étude des machines thermiques

Remarque — Dans les leçons faites les autres années les machines thermiques avaient une place assez importante, ce que je trouve inapproprié pour cette leçon. Pour moi on s'en sert juste pour illustrer le premier principe industriel. Je trouve que le Côte est vraiment pas bien sur cette partie.

2.1 Retour sur l'étude des cycles en thermodynamique

Cette formule nous permet d'avoir une toute nouvelle approche de la thermodynamique des cycles. En effet, pour l'étude des cycles en première année on utilisait la conservation de l'énergie interne pour l'ensemble d'un cycle. La on pourra utiliser le premier principe industriel pour chaque étape. Cela peut être beaucoup plus simple (voir Fig. 10).

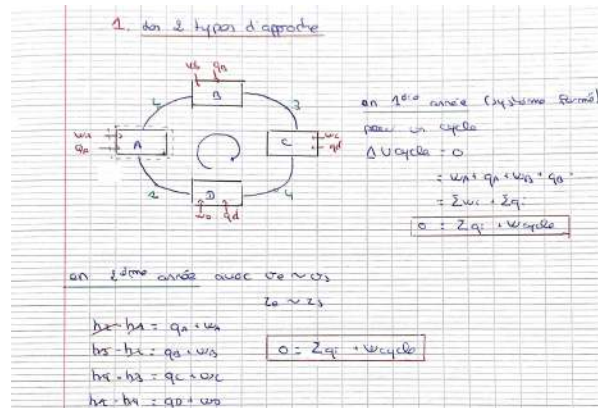


Figure 10 – Comparaison des deux approches des cycles thermodynamiques.

3 Application à la détente isenthalpique de Joule Thomson

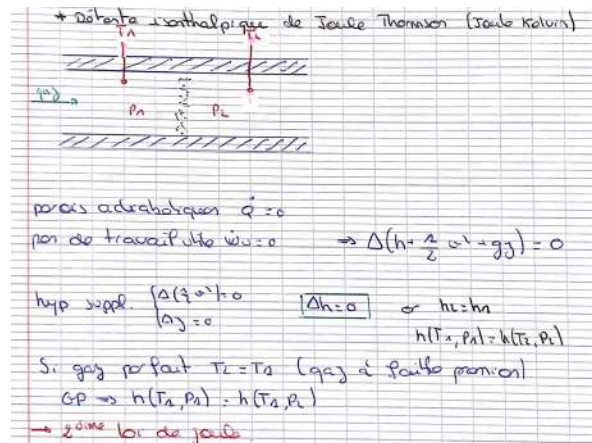


Figure 11 – Détente isenthalpique de Joule-Thomson

Remarque – Il y a une infinité d'exemples possibles, ne pas hésiter à en rajouter. On peut parler de turbine, de compresseur. Cette formule est véritablement centrale dans l'étude de ces systèmes en écoulement.

3.1 Etude du mélangeur

Conclusion

Dans cette leçon nous avons essayé de voir comment les phénomènes de transports pouvaient opérer dans la matière. La convection est un phénomène complexe qui pourra être re-abordé dans le cadre d'un cours sur la mécanique des fluides. Un autre type de transport n'a pas été abordé ici, le rayonnement néanmoins nous discuterons de cela la prochaine fois.

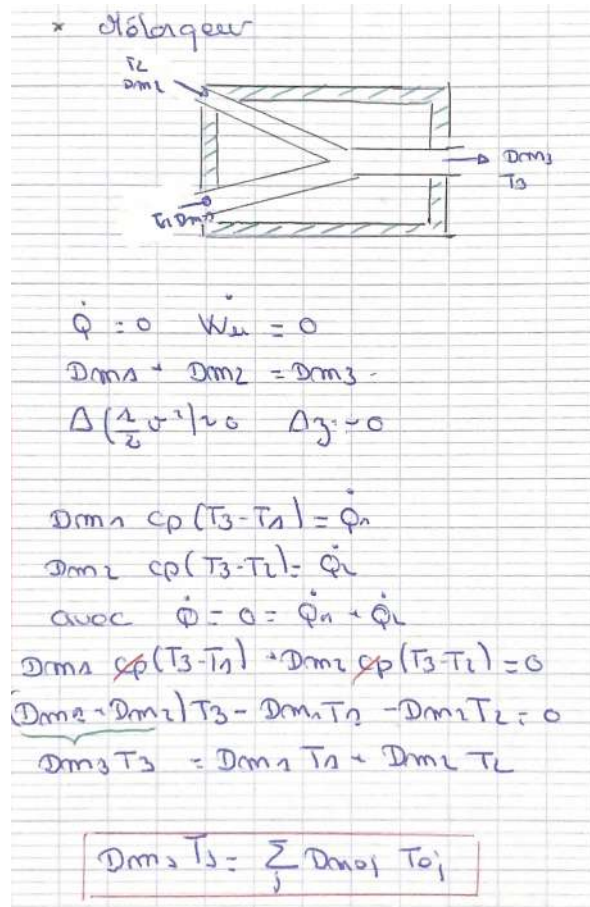


Figure 12 – Etude du mélangeur (voir aussi Grécias)