

LPS 17 : Interférences à deux ondes en optique.

Alexandre Pricoupenko - Rémi de Guiran

Niveau : L2

Prérequis : Optique Géométrique. Modèle scalaire de la lumière. Différence de marche.

Expérience quantitative : Mesure de l'interfrange en fonction de la distance pour remonter à la taille des fentes.

Table des matières

I Conditions d'interférences	1
I.1 Intensité lumineuse	1
I.2 Superposition de deux ondes	2
II Fentes/Trous d'Young	3
III Notion de cohérence	4
III.1 Cohérence spatiale	4
III.2 Cohérence temporelle	4

Introduction

Expérience Laser trous young

Tache d'Airy (diffraction : phénomène qu'on verra dans les prochaines leçons)

Franges rectilignes : relatives aux interférences qu'on va étudier ajd.

Cela va illustrer le comportement ondulatoire de la lumière.

→ Ondes sonores et ondes de surface on observe bien les interférences. Plus dur à observer ici, on va voir pourquoi. (1801 expérience Young)

I Conditions d'interférences

I.1 Intensité lumineuse

Voir p.204 Houard pour plus d'infos

Le temps caractéristique des variations de l'énergie lumineuse ($\propto$ au carré du champ électrique) étant de l'ordre de $T \sim 10^{-15} s$ et le temps de réponse des détecteurs variant de $t_R = 10^{-1}$ à $10^{-10} s$ ¹, ces derniers ne peuvent mesurer que la moyenne temporelle de l'énergie lumineuse. On définit (à une constante près) l'intensité lumineuse I par :

$$I = \langle \mathbf{E}^2 \rangle \quad (1)$$

1. Le temps caractéristique des variations de $\mathbf{E}$ associé au spectre visible est de $T = \lambda/c = 5.10^{-7}/3.10^8 \sim 10^{-15} s$ et celui des photodétecteurs est bien plus faible ($t_R = 0,6 s$ pour l'oeil, $10^{-5} s$ pour la photodiode, $10^{-10} s$ pour les photomultiplicateurs)

I.2 Superposition de deux ondes

Le but, ici c'est d'étudier la superposition de deux ondes. On considère donc deux ondes différentes :

$$\mathbf{E}_1 = E_1 \cos(\omega_1 t + \Phi_1) \mathbf{e}_1 \quad \mathbf{E}_2 = E_2 \cos(\omega_2 t + \Phi_2) \mathbf{e}_2 \quad (2)$$

Où (cf cours précédent) $\Phi_i = \psi_{i,geo} + \psi_{i0}(t)$ (partie geometrique + phase aleatoire train d'ondes).

$$\text{Calcul de l'intensité : } I = \langle (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)^2 \rangle = \langle \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = I_1 + I_2 + \underbrace{2 \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle}_{\text{termeinterferences}}$$

→ On remarque directement l'existence potentielle des interférences : l'intensité résultante n'est pas a priori la somme des intensités. On fait le calcul² et on obtient :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \left[\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \Psi_1 + \Psi_2) \rangle + \langle \cos((\omega_2 - \omega_1)t + \Psi_2 - \Psi_1) \rangle \right] \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \quad (3)$$

Quelles sont les conditions pour avoir un terme d'interférences non nul ? (rementionner ODG temps caractéristiques pour certaines des considerations suivantes)

→ Polarisation non orthogonales : $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \neq 0$

→ Pulsation : $\omega_1 = \omega_2$

On montre alors que le terme en $2\omega t$ (cf egalite d'avant) est nul cf moyenne, à ce stade le terme d'interférences est donc :

$$2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\Psi_2 - \Psi_1) \rangle \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \quad (4)$$

→ Terme de phase $\Psi_2 - \Psi_1 = \Delta\psi_{geo} + \psi_{20}(t) - \psi_{10}(t)$

On rappelle le modèle de trains d'onde et le temps typique $t_c \ll t_R$.

On va considérer 2 cas :

- Pour 2 atomes différents de la source, on a des phases aléatoires associées aux trains d'ondes qui n'ont rien a voir (pas de *corrélations* entre ces trains d'ondes mais faire gaffe à ce vocabulaire soutenu ptetre) donc moyenne nulle du terme d'interférences Eq.4

- Pour 1 même atome, partant de la source, on a un système interférentiel qui va donc donner 2 ondes qui arrivent sur l'écran en un point M. On a 2 sous-cas (faire dessin avec $\neq$ couleurs pour $\neq$ trains d'ondes) :

* Si $\delta(M) > L_c$: il n'y a plus de *corrélations* entre les deux trains d'ondes : ici, pas d'interférences en moyennes.

* Si $\delta(M) \lesssim L_c (= c\tau_c)$ où τ_c est le temps de cohérence et L_c est appelée longueur de cohérence on peut avoir interférences³

ODG Longueur de cohérence :

$$2. \text{ Puis on utilise } \cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

3. Dans ce cas, il nous semble que si on suit le modèle de trains d'onde, et qu'on fait la moyenne du signal qu'observe le detecteur $\frac{1}{t_r} \int_0^{t_r} \cos(2\pi\sigma_0\delta + \psi_{20}(t) - \psi_{10}(t)) dt$, on tombe sur un facteur de visibilité $\alpha = (\delta/c)/\tau_c = \delta/L_c$ dans la formule, où $\alpha(M)$ correspond à la fraction du temps d'un train d'onde qui correspond à $\psi_{10} = \psi_{20}$ en un point M, ie les deux ondes qui arrivent au point M proviennent pendant cet intervalle de temps du même train d'onde. Ce qui nous sauve de ce facteur de visibilité et donc d'une perte de contraste, c'est qu'en pratique, α est tres proche de 1 quand on regarde nos ecrans, du moins pour les systèmes qu'on utilise couramment. Ainsi, dans le modèle de trains d'ondes, la formule de Fresnel qui correspond finalement à $\alpha = 1$ qui va suivre reste une très bonne approximation. Il suffit de regarder la 1ere frange brillante apres celle du milieu de l'écran pour les fentes de young par exemple, celle ci est quand meme assez grande pour qu'on la voit à l'oeil nu généralement. Mais à quelle α ça correspond ? Un train d'onde est typiquement composé de

Laser He-Ne (non stabilisé⁴) 632,8nm $L_c \sim 30 \text{ cm}$ ⁵

Lumière du soleil à 600 nm $L_c \sim 0,6\mu\text{m}$

Rmq : On pourra dire que L_c est relatif à un terme de cohérence temporelle. En effet, le modèle des trains d'onde suppose en fait que la source n'est pas monochromatique et a une certaine largeur spectrale de l'ordre de l'inverse du temps associée à un train d'onde (cf transformée de Fourier donc regarder ça pour les questions c'est important!). Voir (footnote 3) détails facteur visibilité.

Ce qu'on doit retenir : On a seulement interférences pour deux ondes provenant d'une même source, et plus précisément, qui interfèrent via un même train d'onde (ce qui est le cas tant que $\delta \lesssim L_c$) :

CONCLUSION : Ici l'idée principale, c'est que pour avoir des interférences et satisfaire aux conditions qu'on a donné, on prend UNE MEME SOURCE qu'on divise par le système interférométrique en 2 sources secondaires (= interférences à 2 ondes).⁶. On obtient la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0}\right) \right] = 2I_0 \left[1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta(M)) \right] \quad (5)$$

Où $\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$ est relative à la différence de marche entre les deux rayons et on rappelle que σ_0 est relatif au nombre d'onde dans le vide, l'inverse de la longueur dans le vide.

On remarquera qu'on a enlevé la moyenne temporelle, le calcul bie.

(on prend l'exemple des trous/fentes d'Young) qui vont interférer. Néanmoins on a toujours la condition que même pour une seule source ponctuelle, les sources secondaires n'interfèrent que si $\delta \lesssim L_c$.

Conséquences de la formule de Fresnel ci-haut :

- Lieux pour lequel on a interférences constructives : $\delta(M) = p\lambda_0$
- Lieux pour lequel on a interférences destructives : $\delta(M) = (p + 1/2)\lambda_0$

Rmq : Lieux pour lequel $\delta(M) = \text{constante}$: Hyperboloïdes de révolution.

II Fentes/Trous d'Young

Faire un dessin en 3D pour bien voir ce qu'il se passe.

Dessin 2D pour le calcul

Explication : on insiste sur ici **la division du front d'onde**

Voir dans n'importe quel bouquin le calcul / leçon.

Direction des franges orthogonale à S1S2

Arriver à l'interfrange pour λ donné :

$$i = \lambda D/a \quad (6)$$

EXPERIENCE : Avec deux fentes (pcq plus tard on fait la diffraction avec elles surtout) / Ou si ça marche pas avec les deux trous de l'introduction.

Mesure d'une interfrange : i et on remonte à a (qu'on peut comparer à la valeur nominale avec calcul de l'écart relatif).

¹⁰³ oscillations pour $L_c \sim 10^{-6}\text{m}$ et $T \sim 10^{14} - 10^{15}\text{Hz}$. Le décalage pour la 1ère frange brillante correspond à décaler en phase juste de 2π les trains d'onde, on en déduit que ça correspond à $\alpha = 10^3 - 1/10^3 = 0,999 \sim 1$. En fait, le facteur de contraste α devient perceptible à partir d'une région qui correspond à un ordre p élevé en terme d'interférence, et donc relié à la distance au centre $\propto p\lambda D/a$ avec a la distance entre les fentes et D la distance à l'écran.

4. je crois que "stabilisé" ça veut dire qu'on réussit à avoir une raie très très fine, mais j'avoue je sais pas précisément ce que ça veut vraiment dire donc faire attention utiliser internet avant épreuve, c'est relié à des bails d'asservissement cf Lien ici

5. si le Laser He-Ne c'est stabilisé ça peut aller à 30km

6. Rmq : Si on avait plusieurs trous on aurait affaire à interférences à 3 ondes etc ...

$$a = \frac{\lambda D}{i} \quad (7)$$

On travail avec un laser pour un λ donné. On suppose que les incertitudes sont surtout sur D et i .

$$a = \dots \pm \dots \quad (8)$$

C'est clairement mieux de faire la moyenne sur le plus grand nombre d'interfrange (mais niveau incertitude du coup ça donne $\Delta i/i \rightarrow \Delta i/Ni$?)

Comparaison avec valeur $a_{nominale}$

III Notion de cohérence

Etre rapide sur les calculs. Bien insister sur le fait qu'on somme les intensités lorsqu'on a pas de cohérence entre les différentes sources. Le contraste c'est important : ça permet de mesurer a quel point on voit les interférences. Appli cool du telescope!

III.1 Cohérence spatiale

On prend 2 sources.

Cas des fentes de young

Définition du contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (9)$$

Contraste de dépend pas du point M sur l'écran : uniforme sur la figure.

Pas ouf cette histoire de contraste, (ne pas dire ce qui suit peut être car il faut vérifier en ODG cela avant, mais il me semble qu'on pourrait dire que ça explique qu'on voit pas pas souvent des interférences?)

MAIS en fait ça peut être super utile :

Mis à profit dans l'interférométrie stellaire. Un telescope est limité en résolution (comme on le verra avec la diffraction), le fait d'en associer deux par exemple (ou plusieurs en fait) permet d'augmenter la résolution en utilisant l'annulation du contraste de la figure d'interférences produite ($\alpha_{min} = \lambda/|\Delta a_{max}|$). Détails : Voir dernière partie Leçon Téléscopes.

III.2 Cohérence temporelle

En pratique, les raies n'ont pas une fréquence parfaitement déterminée mais s'étalent sur une bande de fréquence (cf transfo fourier / on peut le voir comme une conséquence de l'incertitude d'heisenberg energie-temps en rappelant energie $\sim \hbar \times \nu$)

On va faire ici le calcul en prenant en compte une infinité de raies répartie dans un certain intervalle fini en longueur d'onde : on fait en particulier le cas d'une densité spectrale en fonction porte centre en λ_0 . Donc bref ici on va faire un calcul en continu où on somme les intensités associé à chaque raie de largeur $d\lambda$

Calcul du contraste. Contraste dépend du point M sur l'écran : non uniforme sur la figure.

Encore une fois, pas ouf cette histoire de contraste, (ne pas dire ce qui suit peut être car il faut vérifier en ODG cela avant, mais il me semble qu'on pourrait dire que ça explique qu'on voit pas pas souvent des interférences?)

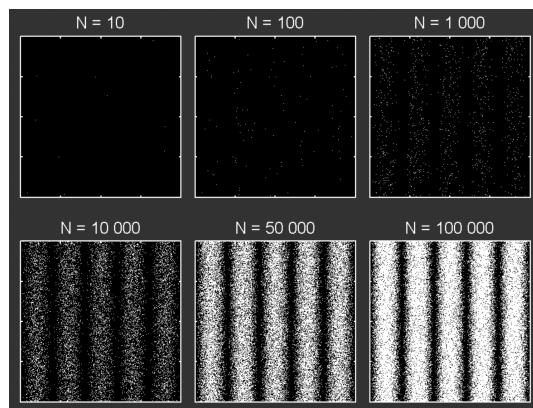
MAIS cette notion sera utile pour pour résoudre les raies d'émission (d'absorption ??) de certains atomes.

exemple : le doublet jaune du sodium⁷ (mais ATTENTION pcq ici, avec fentes de young faut montrer en ODG que c est pas possible de les voir cf question possible? cf cas de la raie verte du mercure ancien 1001 questions garing 2006 PC* p.199).

Conclusion

On a mis en évidence un des principaux aspects ondulatoires de la lumière. Plusieurs ouvertures :

- LE PLUS STYLE (mais ptetre questions qui suivent plus dures?) : Illustration de la **dualité onde corpuscule de la matière**. Experience photon par photon. (cours simple qui illustre/ explique bien ce qu'il se passe Lien ici). Montrer video exp photon par photon mais je la retrouve pas, y a une photo dans le lien que j'ai donné que je mets ci dessous (attention pas prendre le cas des electrons, meme si on peut en parler de maniere cool aussi en disant que pour la matiere peut se comporter aussi de maniere ondulatoire et qu'on verra ça plus tard dans l'année , mais bon etre chaud pour les questions alors ptetre!).



- Ajd on s'est intéressé à une division du front, on va s'intéresser à une **interférométrie à division d'amplitude** (qui permet notamment de mieux gerer la coherence spatiale avec les sources larges cf lecon interferometrie amplitude)

- On avait vu néanmoins en intro un autre phénomène en jeu ici, **la diffraction**, qui répartit de manière non uniforme l'intensité sur l'écran. Nous allons donc revenir sur cette expérience simple pour comprendre plus cet autre phénomène.

Remarques

Question (Book) : On a parlé "d'interférométrie stellaire", on m'a demandé une "petite expérience, à faire sur une paillasse devant des élèves" pour illustrer les mesures de distance angulaire entre des étoiles.

Pas de trou avec distance réglable donc on va plutot faire varier largeur de la source pour 2 fentes avec distance fixe entre les deux.

Pourquoi équivalent ? Calcul Houard (p.209 Houard)

$$I(M) = 2I_0[1 + V(b) \cos(2\pi x/i)] \quad (10)$$

7. cf lecon interferences en amplitude avec le michelson

avec $i = \lambda f'_2/a$ est l'interfrange et le facteur de visibilité est ici $V(b) = \text{sinc}(\frac{\pi ab}{\lambda f'_1})$.

Donc ici au lieu de faire varier a , on fait varier $\alpha = b/f'_1$

(Slide 6)

Montage (p.209 Houard) : QI éclaire fente réglable qui joue le rôle de source dans plan focal objet de L_1 (autocollimation avec fente fine mieux) puis deux fentes et enfin une lentille L_2 derrière et image dans plan focal de L_2 (facile à avoir donc).

On augmente la largeur de la fente pour aller jusqu'à la première annulation du contraste (et pourquoi pas jusqu'à la 2e aussi mais expliquer que moins d'intensité cf diffraction, en particulier si $b > a$ là c'est vner).