

# LPS18 : Interférométrie à division d'amplitude

R. de Guiran - A.Pricoupenko

**Niveau : L2**

## Commentaires du jury

- 2017 : le candidat doit réfléchir aux conséquences du mode d'éclairage de l'interféromètre (source tendue, faisceau parallèle ou non...). Il est judicieux de ne pas se limiter à l'exemple de l'interféromètre de Michelson.
- 2016 : La distinction entre divisions du front d'onde et d'amplitude doit être précise. Le jury rappelle que l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante ne conduit pas nécessairement à une division d'amplitude.
- 2015 Les notions de cohérence doivent être présentées.
- 2014 Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.

## Prérequis

- Optique géométrique
- Interférométrie à division du front d'onde
- Notion de cohérence

## Expériences

- ☞ **Mesure du doublet du sodium au Michelson** avec lampe Na, Michelson + logiciel tableur type regressi

## Bibliographie

*Optique*, **Houard**

*Optique*, **Perez**

*Hprépa 2004*, **Brebec**

*Optique expérimentale*, **Sextant**

*Jolidon bleu*, **FLTCLD**

→ Michelson + Fabry Perrot

→ Schémas clean

→ Théorème de localisation

→ Plein d'infos et de figures intéressantes

→ Réglage Michelson et Doublet du sodium

### Remarque

- Plan classique, le début est délicat, il faut mettre clairement en évidence l'intérêt de la division d'amplitude, les sources intéressantes ne sont pas faciles à trouver. **Leçon fortement inspirée (le temps manque) de** : H.Roussi, C.Cabart, Tristan et Julie.
- **AVANT LA LEÇON** : lire les compléments sur le Michelson p100 à 107, voire tout le chapitre sur le Michelson. Une mine d'informations pour les réponses aux questions là dessus.

## Introduction

- On a vu un interféromètre à division du front d'onde (ex : fentes d'Young), et justement petit rappel :

- Manip rapide trous d'young avec une source ponctuelle : **interférences non localisées !** Peut importe où on place l'écran, on voit des interférences !
- Par contre on est limité par les problèmes de cohérence spatiale :

**Expérience**

**Référence :** Limitation de la cohérence spatiale

**Matériel, description :**

- Lampe QI + filtreAC
- fente source réglable
- fentes d'Young

On augmente la largeur de la fente source jusqu'à perte totale du contraste

→ ou sinon on dit qu'on a fait ça avant

**But**

Dans cette leçon on va étudier un type d'interféromètre qui "résiste" au brouillage

# 1 Localisation des interférences avec une source étendue

## 1.1 Condition de non brouillage

- Ref : *Hprepa optique ondulatoire 2004* p79

**1.5. Localisation des franges**

**1.5.1. Où observer les interférences ?**

Le constat effectué avec un dispositif diviseur du front est un peu décevant... mais il était à craindre : les longueurs d'onde optiques sont courtes, à l'échelle d'une expérience usuelle, et le critère de visibilité, proposé au § 1.4, est très restrictif. Nous pouvons alors nous demander s'il n'existe pas, pour certains dispositifs, quelques points  $M$  privilégiés, pour lesquels  $\delta(S, M)$  dépendrait suffisamment peu de  $S$ , pour que le brouillage soit évité lors de l'élargissement de la source.

**S'il existe des points  $M$ , tels que  $\delta(S, M)$  dépend « très peu » de  $S$ , les interférences, brouillées par l'élargissement de la source, restent malgré tout visibles au voisinage de ces points, qui réalisent un contraste maximal dans le champ d'interférences : avec une source élargie, les interférences sont localisées au voisinage de ces points.**

Nous verrons par la suite qu'il existe heureusement quelques cas de ce genre. Notons que si des interférences localisées sont réalisées, il faudra placer l'écran au bon endroit pour espérer voir les franges d'interférences !

**1.5.2. Recherche de points privilégiés**

Reprenons un schéma de dispositif interférentiel, et considérons les rayons reliant, par les voies ① et ②, un point  $S$  de la source étendue à un point  $M$  d'observation. Si les voies de l'interféromètre sont convenablement stigmatiques, ces rayons qui passent par  $M$  en sortie de chaque voie doivent être passés par les points objets  $A_1$  et  $A_2$ , conjugués de  $M$  par les voies ① et ② (doc. 2). Nous savons que les chemins optiques  $(A_1M) = L_1$  et  $(A_2M) = L_2$  ne dépendent pas des rayons choisis, donc pas de la position du point source  $S$  :

$$\delta(S, M) = (SM)_2 - (SM)_1 = SA_2 + L_2 - SA_1 - L_1$$

et

$$\delta(S_0, M) = S_0A_2 + L_2 - S_0A_1 - L_1$$

Ainsi, lorsque  $S$  décrit la source étendue, les variations de la différence de marche sont contenues dans l'expression :

$$\delta(S, M) = \delta(S_0, M) + [SA_2 - S_0A_2] - [SA_1 - S_0A_1]$$

Évaluons le dernier terme entre crochets en supposant que la source est assez peu étendue pour utiliser un développement limité au premier ordre (cf. doc. 6) :

$$SA_1 - S_0A_1 = \vec{u}_1 \cdot \vec{S_0A_1}$$

où  $\vec{u}_1$  est le vecteur unitaire pointant de  $S_0$  vers  $A_1$ . En procédant de même pour le point  $A_2$ , la différence de marche peut s'écrire :

$$\delta(S, M) = \delta(S_0, M) + (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{S_0A_2} + \dots$$

La variation de la distance  $S_0A$  lorsque  $S_0$  subit le déplacement élémentaire  $\Delta S_0 = S_0'S$  peut s'écrire, à l'ordre 1 :

$$d(S_0A) = \frac{1}{2} \frac{d(S_0A^2)}{S_0A} = \frac{S_0A}{S_0A} d(S_0A) = \vec{u} \cdot \vec{S_0S}$$

où  $\vec{u}$  est le vecteur unitaire pointant de  $S_0$  vers  $A$ .

**Doc. 6.**  $S_0A$  et  $SA$  diffèrent légèrement, pour  $A = A_1$  ou bien  $A_2$ .

Optique ondulatoire

Il apparaît ici que la condition  $\vec{u}_2 = \vec{u}_1$  doit être assurée pour que  $\delta(S, M)$  ne varie pas, au premier ordre relatif à la taille de la source, lorsque  $S$  balaye celle-ci : les points  $S_0, A_1$  et  $A_2$  doivent être alignés.

**1.5.3. Les limites des dispositifs à division du front d'onde**

Dans le cas de l'expérience de Young, ce sont les trous  $T_1$  et  $T_2$  qui jouent les rôles des points  $A_1$  et  $A_2$  précédents. Les points  $S_0, T_1$  et  $T_2$  ne sont pas alignés, et la différence de marche varie rapidement (à l'ordre 1) avec la taille de la source :

$$\delta(S, M) - \delta(S_0, M) = \frac{a}{L} xS.$$

Nous retrouvons ici les limites évoquées au § 1.3.

**1.5.4. Division d'amplitude et source étendue**

Avec un dispositif à division d'amplitude, l'alignement de  $S_0, A_1$  et  $A_2$  n'est pas impossible : le même rayon, divisé par la séparatrice à l'entrée de l'interféromètre de Michelson, peut donner naissance à deux rayons secondaires. Leur intersection en sortie correspond à un point  $M$  privilégié : les franges restent contrastées lorsque la source est élargie (doc. 7).

**Pour les dispositifs à division d'amplitude, il est envisageable d'observer des franges lumineuses et pourtant contrastées, au voisinage des points à l'intersection des rayons émergents issus du même rayon incident.**

Dans ce qui suit, nous utiliserons ou vérifierons, par expérience ou simulation, ce critère géométrique pour les franges formées par la lame d'air de l'interféromètre Michelson.

Nous constaterons, qu'en pratique, l'ensemble de ces points d'observation privilégiés forme une surface : la surface de localisation des franges (doc. 7).

le même rayon incident :  $S_0, A_1$  et  $A_2$  sont alignés

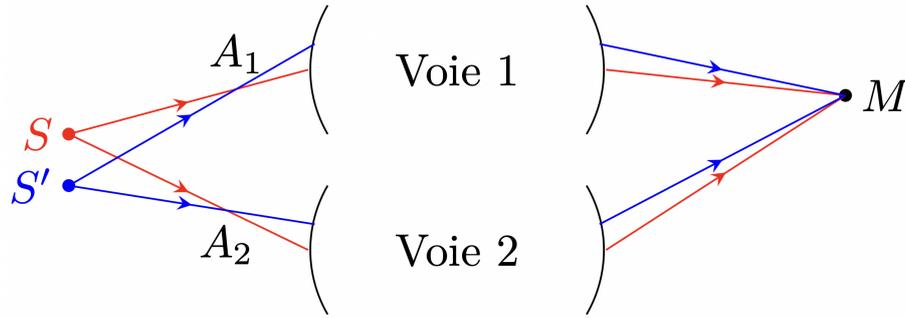
champ d'interférences

loin de la surface de localisation : interférences brouillées

surface de localisation : lieu de meilleur contraste

**Doc.7.** Localisation de franges par élargissement de la source (division d'amplitude).

FIGURE 1 – Crédit : HPrépa 2004 Optique Ondulatoire Brebec


 FIGURE 2 – Crédit : **Crédit C.Cabart**

Considérons une situation assez générale (cf schéma), avec un interféromètre à deux ondes dont on cherche la valeur d'interférence en un point objet d'intérêt  $M$ . On va supposer que l'interféromètre contient deux voies possibles parfaitement stigmatiques, et on va s'intéresser à une situation où il est éclairé par deux sources ponctuelles distinctes (incohérentes) proches l'une de l'autre  $SS \ll SM \simeq SM$ . On souhaite ne pas avoir de brouillage au point  $M$ . Il faut donc que les figures d'interférences associées à chacune des sources coïncident en ce point. Pour cela, il faut donc que la différence de marche  $\delta$  entre les deux ondes pour la source  $S$  soit identique à celle  $\delta'$  associée aux deux ondes de la source  $S'$ . On va donc faire le calcul de  $\delta - \delta'$  pour deux points sources :

$$\begin{aligned}
 \delta - \delta' &= [SM]_1 - [SM]_2 - ([S'M]_1 - [S'M]_2) \\
 &= [SA_1] + [A_1M] - [SA_2] - [A_2M] - ([S'A_1] + [A_1M] - [S'A_2] - [A_2M]) \\
 &= [SA_1] - [S'A_1] + [S'A_2] - [SA_2]
 \end{aligned}$$

$\rightarrow A_1$  et  $A_2$  sont conjugués de  $M$  (hypothèse sygmatisme), donc on peut supprimer les termes entre la 2e et la 3e ligne.

Maintenant, on va se placer dans l'approximation de points sources proches, c'est-à-dire tels que  $[SS] \ll [SA_1]$ . Dans cette approximation, on peut développer au premier ordre le résultat ci-dessus. On trouve alors que la condition de non-brouillage est donnée par :

$$\overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = 0$$

où  $\vec{u}_i = \frac{\overrightarrow{SA_i}}{SA_i}$

### Attention

Ce résultat est valide au premier ordre ! Ce qui correspond à une source pas trop étendue.

- Pour vérifier cette condition de non-brouillage, il y a donc 2 options :
  - Les deux vecteurs doivent être orthogonaux. On contraint donc l'extension spatiale de la source selon un élargissement spatial orthogonal aux deux rayons. **C'est ce que l'on fait lorsque l'on passe des trous aux fentes d'Young.**
  - $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$  : les rayons interférant proviennent du même rayon incident. **Au premier ordre** : on peut alors étendre notre source n'importe comment et la condition de non brouillage sera toujours vérifiée : **c'est la division d'amplitude.**
- Conclusion : **Il apparait que la condition  $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$  doit être assurée pour que  $\delta(S, M)$  ne varie pas, au premier ordre relatif à la taille de la source, lorsque  $S$  balaie celle-ci, les points  $S_0, A_1, A_2$  doivent être alignés.**

- Expliquer la lame semi réfléchissante qui permet la division d'amplitude.

### Transition

On va s'intéresser à ce type d'interféromètre dans la suite de la leçon, en commençant par un exemple détaillé

## 2 Interféromètre de Michelson

### 2.1 Dispositif

→ slide

L'interféromètre de Michelson date de la fin du XIXe siècle (1881 à 1887 pour l'expérience de Michelson-Morley), soit près de 80 ans après la découverte des interférences à division du front d'onde. Il est constitué d'une lame semi- réfléchissante qui divise le champ incident en deux parties égales, et de deux miroirs qui réfléchissent ces deux parties pour leur permettre d'interférer (cf schéma et appareil sur la table).

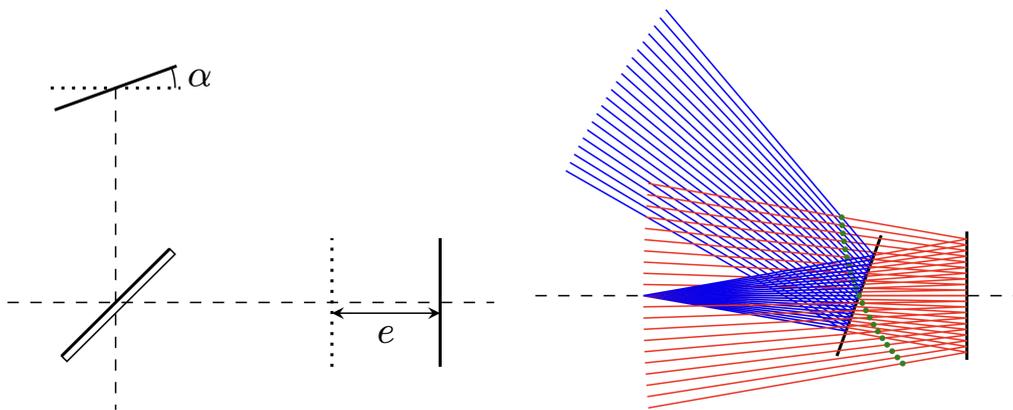


FIGURE 3 – Crédit : C.Cabart

### Transition

On sait qu'avec la division d'amplitude on peut avoir interférences contrastées avec une source étendue. Mais Partout comme pour les trous d'Young avec une source ponctuelle ?

### 2.2 Localisation des interférences

On a vu précédemment que pour que la figure d'interférence "résiste" à un élargissement de la source, il faut que les ondes qui interfèrent correspondent à deux rayons partis initialement dans la même direction. Cependant, il est facile de voir qu'un point aléatoire de l'espace ne vérifie pas cette condition → **schéma qui va bien**.

Le seul endroit où la figure d'interférence va rester visible en source étendue est donc l'ensemble des M vérifiant bien cette condition, ce qui n'est pas général : on parle de localisation des interférences. Il s'agit d'un résultat parfaitement général de tous les interféromètres à division d'amplitude!

**Important**

**Note importante : mais sans doute pas à dire en leçon : quand on observe la surface d'interférences, on peut faire bouger la source, la figure d'interférence ne bouge pas. C'est une conséquence de la condition de non brouillage qui est respectée sur la surface de localisation des interférences. Ca peut facilement se montrer avec le Michelson mais c'est sûrement lourd pour une seule leçon. En fait qu'on élargisse la source ou qu'on la déplace, c'est un peu la même chose au final. Je laisse ça là au cas où si questions.**

- → montrer qu'en prenant un point source, pour une direction de rayon issue de ce point, il y aura interférence au croisement des 2 rayons séparés, et donc que ce point est sur la surface de non brouillage. **Ca permet de définir une surface sur laquelle les interférences resteront contrastées même avec un élargissement de la source.**

**Transition**

Il y a 2 situations où la surface de localisation des interférences sont "facilement" observables : c'est ce qu'on va voir

## 2.3 Réglage en lame d'air - mesure du doublet du mercure

- → **SLIDES** : calcul de la différence de marche et mise en évidence que les interférences sont à l'infini. Pour le calcul de la diff de marche avec le slide on a tout de suite

$$\delta = 2e \cos \theta$$

**Expérience**

**Référence :** *Sextant*, p162

**Matériel, description :**

Mise en évidence que les interférences sont localisées à l'infini. On éclaire un michelson réglé en lame d'air avec une lampe à vapeur de sodium, devant laquelle est placé un diaphragme pour simuler une source ponctuelle. On met l'écran très près du michelson, i.e. pas du tout proche de la surface de localisation. Quand on ouvre le diaphragme, on voit un brouillage! C'est parce que l'on observe pas le bon endroit! En ajoutant le bon système de projection (écran dans le plan focal image d'une lentille bien choisie) on voit que cette fois la figure d'interférence n'est pas modifiée avec l'ouverture du diaphragme, seulement plus lumineuse. C'est super et on est contents!

**Expérience**

**Référence :** jolidon bleu p 218

**Matériel, description :**

C'est peut être le calcul à faire de A à Z dans la leçon. Videos bien pour les incertitudes : [https://www.youtube.com/watch?v=fY\\_MF5CrPOM](https://www.youtube.com/watch?v=fY_MF5CrPOM)

## 2.4 Réglage en coin d'air

- Le deuxième réglage fréquemment utilisé pour cet interféromètre est appelé "coin d'air". Dans ce cas, les deux miroirs sont situés à la même distance de la séparatrice (contact optique  $e = 0$ ) et désaxés d'un angle  $\alpha \neq 0$  petit (coin d'air). Dans ce cas la surface de localisation est située "sur les miroirs" (cf figure). On peut alors observer ces figures en projetant l'image des miroirs sur un écran.

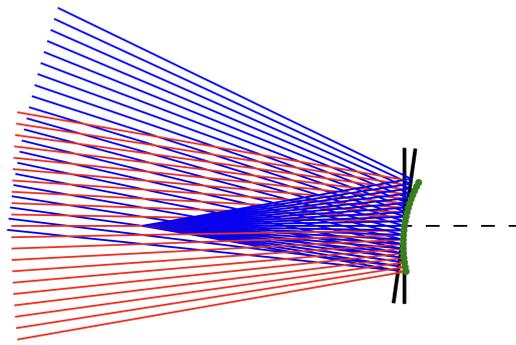


FIGURE 4 – Crédit : C.Cabart

La différence de marche dans le cas général est ultra rude à calculer et pas très pédagogique. **Si le temps le permet**, reprendre le raisonnement du *jolidon bleu* p87.

### Expérience

**Référence :** *Sextant*, p164

**Matériel, description :**

**Je vois pas comment on aurait le temps de la faire mais bon dans le doute, je laisse.**

En repartant de l'interféromètre d'avant, on le règle en coin d'air, puis on montre la localisation en utilisant une source avec une fente de largeur réglable. Quand la fente est fine, on peut réussir à voir des interférences même sans faire la bonne projection. Par contre, dès qu'on élargit on va avoir un brouillage important. Mais avec le bon système de projection, on retrouve la bonne figure d'interférence, ce qui montre bien qu'il existe un endroit où les interférences sont toujours visibles, y compris en source étendue. Seule la luminosité de la figure change avec la largeur de la fente pour cette surface

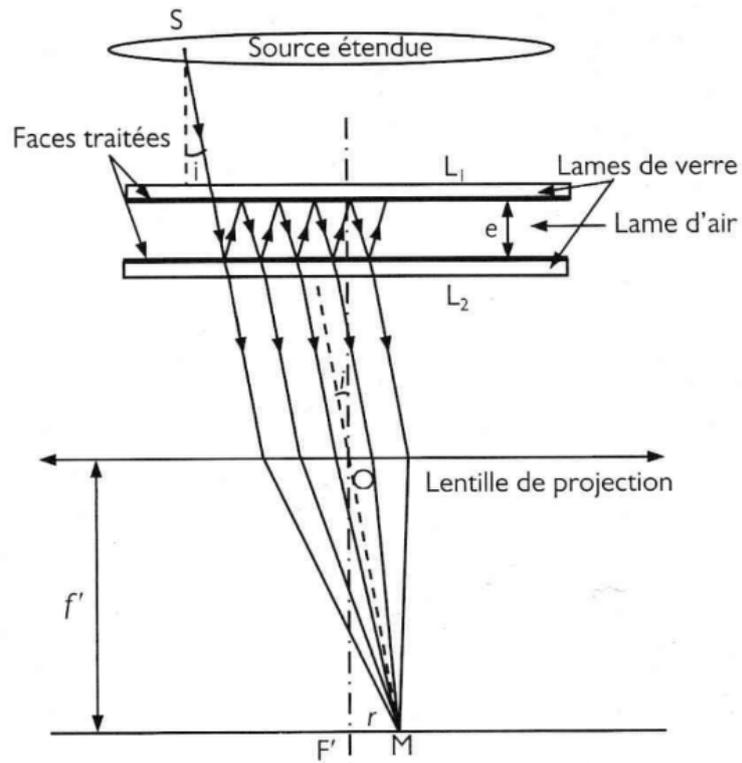
### Transition

Le Michelson n'est pas le seul interféromètre à division d'amplitude, on va en présenter d'autres.

## 3 Fabry-Pérot

Comme on le voit, l'interféromètre de Michelson n'est pas particulièrement efficace pour séparer les figures d'interférences associées à deux longueurs d'onde proches (ce n'est pas sa fonction). De la même manière que pour les fentes d'Young (où on a aussi des pertes de contrastes périodiques en cas de doublet) on peut augmenter cette résolution spectrale en faisant interférer plus de deux ondes :  $N$  ondes même. Dans le cas des fentes d'Young cela nous avait amené au réseau, dans le cas du Michelson cela nous mène à l'interféromètre de Fabry-Pérot.

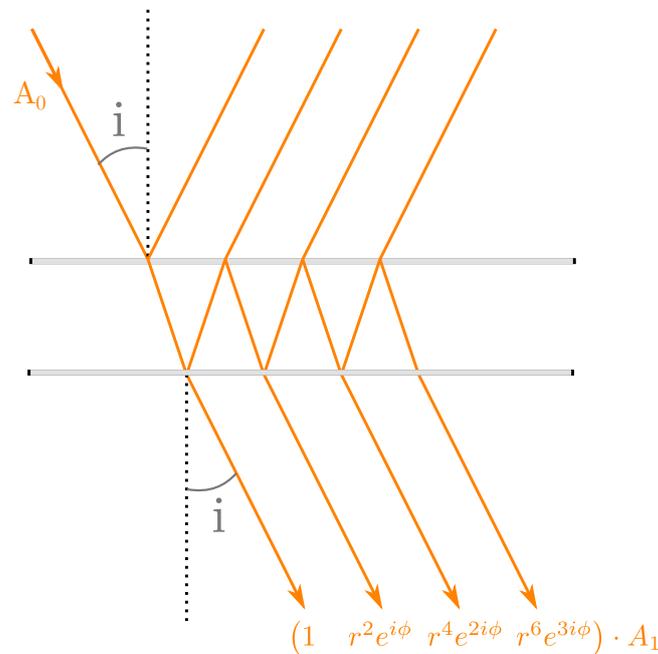
L'interféromètre de Fabry-Pérot a été conçu par Charles Fabry et Alfred Pérot (probablement français) à la fin du  $XIX^e$  siècle. Il est constitué de deux lames de verre à faces parallèles et dont les faces en regard ont été traitées pour être fortement réfléchissantes. On retrouve alors une configuration de lame d'air de quelques millimètres d'épaisseur. Chaque rayon d'incidence  $i$  donne naissance à une infinité de rayons sortant avec une incidence  $i$  de la lame d'air et qui vont interférer à l'infini (puisque c'est une lame d'air). Par analogie on obtient donc encore une fois des anneaux d'égale inclinaison.



Et on voit tout de suite la différence avec un Michelson !



Ici les figures associées au doublet du sodium sont parfaitement distinguables. Pour comprendre ce phénomène, modélisons simplement ce système :



On note alors  $r$  et  $t$  les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude associée au deux interfaces et  $R$  et  $T$  ceux en puissance.

### 3.1 Intensité transmise

Chaque onde est déphasée de la précédente de  $\phi = 2\pi\delta/\lambda = 4\pi\frac{e}{\lambda} \cos i$  en supposant que  $n \sim 1$ . De plus, il y a deux réflexions entre deux ondes consécutives :

$$A = A_1 \sum_{n=0}^{+\infty} (r^2 e^{i\phi})^n = \frac{A_1}{1 - R e^{i\phi}}$$

Alors on accède à l'intensité (faire le calcul détaillé si on a le temps sinon balancer le résultat, c'est juste un calcul de module et une ré-écriture.)

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + m \sin^2 \phi/2} \quad \text{avec} \quad m = \frac{4R}{(1 - R)^2}$$

**Code Python.** On voit alors que l'on a des maximums d'intensité pour :

$$\phi = 2p\pi \quad (1)$$

On comprend alors le phénomène d'irisation sur le film de savon présenté en introduction : seules certaines longueurs d'onde correspondent aux maxima d'intensité et celles-ci dépendent de l'épaisseur du film et de l'angle d'observation ! Toutefois là on a tracé pour  $R = 0,5$  et on voit que les maxima sont assez peu piqués... Difficile alors de séparer deux maxima associés à deux longueurs d'onde différentes. C'est ballo pour un truc censé être bon pour l'analyse spectrale. Et si on augmente le coefficient de réflexion ? **Code Python.**

#### Transition

Comment quantifier cette... finesse ?

### 3.2 Finesse

Pour caractériser la largeur de la résonance on utilise ce qu'on appelle la finesse :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi} \quad (2)$$

avec  $\Delta\phi$  la distance entre deux pics consécutifs (en monochromatique bien entendu) et  $\delta\phi$  la largeur à mi-hauteur de ces pics. On a  $\Delta\phi = 2\pi$ , calculons  $\delta\phi$  (je fais le calcul sur feuille car je le trouve pas dans un livre) :

$$\frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{I_0}{2} \Rightarrow m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1$$

$$\text{or } \varphi = 2p\pi + \frac{\delta\varphi}{2} \text{ et } \delta\varphi \ll 1 \text{ donc : } \frac{\delta\varphi^2}{16} = \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow \delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{m'}} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R'}}$$

$$\text{soit finalement : } \mathcal{F} = \frac{2\pi}{\frac{2(1-R)}{\sqrt{R'}}} = \frac{\pi\sqrt{R'}}{1-R}$$

On trouve alors finalement :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (3)$$

La finesse tend donc bien vers un maximum pour des faces parfaitement réfléchissantes (elle est alors infinie). Pour  $R = 0.8$ , on a  $\mathcal{F} = 14$  et pour  $R = 0.99$ , on a  $\mathcal{F} = 313$ . Certaines cavités montent à  $\mathcal{F} = 10^5$ . Avec de telles finesesses on peut alors facilement séparer différentes longueurs d'onde. Comment qualifier ce pouvoir de résolution ?

Notons  $\delta\lambda$  la plus petite longueur d'onde séparable, définie comme la largeur à mi-hauteur du pic :

$$PR = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$$\text{Or } \delta\phi = \frac{4 \cos i}{\lambda^2} \delta\lambda = \frac{2\pi}{\mathcal{F}}$$

$$\text{Donc } PR = \frac{2e \cos i}{\lambda} \mathcal{F} = p\mathcal{F}$$

Avec  $p$  l'ordre d'interférence. Pour les Fabry-Pérot de la colle,  $R = 0.85$ ,  $e = 0.2$  mm et pour le doublet de sodium,  $\lambda = 589.3$  nm ce qui donne  $PR = 13000$  en incidence normale. Donc  $\delta\lambda = 0.04$  nm ce qui est largement suffisant pour séparer les pics de 0.6 nm.

## Conclusion

Rappel de "Les interférences par division d'amplitude permettent de s'affranchir de la cohérence spatiale, au prix de la localisation des interférences". Puis ouvrir sur des applications (typiquement analyse spectrale des lasers avec le Fabry-Pérot, filtres interférentiels...)