

Cinématique relativiste

Alexandre Pricoupenko - Rémi de Guiran

Niveau

Références : Introduction à la relativité restreinte David Langlois

Prérequis :

Mécanique newtonienne. Electromagnétisme.

Référentiel inertiel ? Transformation de Galilée ?

Table des matières

1	Remise en cause de la mécanique classique	1
2	Effets cinématiques de la relativité restreinte	3
2.1	Transformation de Lorentz	3
2.2	Perte de simultanéité	3
2.3	Dilatation du temps	3
2.4	Contraction des longueurs	4
2.5	Effet Doppler relativiste	4

Introduction

1 Remise en cause de la mécanique classique

La mécanique newtonienne postule l'existence de certains référentiels dans lesquels si un objet est isolé (ou soumis à des forces qui se compensent), alors son mouvement est rectiligne uniforme. Ces référentiels sont appelés référentiels galiléens. Si un référentiel est en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen, alors il est galiléen.

En mécanique classique, le principe de relativité galiléenne stipule que les lois de la physique sont invariantes dans tout référentiel galiléen. L'espace et le temps y sont absolus.

Pour décrire la transformation de coordonnées d'un événement¹ d'un référentiel galiléen à un autre, on utilise la transformation de Galilée. Celle-ci laisse *à priori* invariante les lois de la mécanique classique (PFD, et autres ? ?). Problème : Les lois de l'électromagnétisme ne sont pas invariantes par transformation de Galilée, en particulier, la vitesse de la lumière est égale à c dans le vide et cela ne dépend *à priori* pas du référentiel inertiel choisi (i.e. cette vitesse de propagation n'est pas défini par rapport à un référentiel *privilegié*). On a donc une contradiction avec notre système de pensée classique, où on prévoyait avec la loi de composition des vitesses entre 2 référentiels inertiels (relative à une transfo de Galilée) que la lumière se déplace à la vitesse $\mathbf{c}' \neq \mathbf{c}$.

1. Phénomène physique localisé précisément dans le temps et l'espace

La naissance de la relativité restreinte va naître de la mise en évidence expérimentale de l'incompatibilité de la mécanique classique et des lois de l'électromagnétisme.

On a vu qu'en mécanique classique, les lois de la physique étaient les mêmes dans tous les référentiels galiléens (i.e. qui vérifient le principe d'inertie), et qu'on pouvait relier tout événement tous ces référentiels pouvaient être reliés en utilisant une transformation de Galilée. Ici, on avait donc perdu la notion de référentiel absolu pour décrire les fondements

Ceci nous permettait de décrire le mouvement dans un référentiel galiléen puis dans un autre, en considérant le temps comme absolu.

Le problème avec les lois de l'électromagnétisme, c'est qu'elle ne sont pas invariantes par transformation de Galilée, et donc qu'elles ne sont *à priori* pas les mêmes dans tous les référentiels inertiels, ce qui dérange vis à vis d'une théorie cohérente.

Les lois de l'électromagnétisme ne sont pas invariantes par transformation de Galilée.

On peut bien sur parler de transfo de Galilée (en tout cas le savoir) qui laissait invariante les equations du mvt hors electromag

Deux postures alors :

1. Les lois de l'électromagnétisme ne sont valables que dans un référentiel inertiel *privilegié*, qu'on appellera éther

² La conséquence néanmoins, c'est que quand on passera d'un référentiel inertiel à un autre, il faut alors les changer.

2. Les lois de l'électromagnétisme sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels, et en particulier la vitesse de la lumière est constante dans tous les référentiels inertiels. On se doit alors de changer les fondements de la mécanique classique qui prévoit, avec la loi de composition des vitesses que la lumière se déplace à la vitesse $\mathbf{c}' \neq \mathbf{c}$

Ce qui nous embête

Or par changement de référentiel inertiel, ce qui s'effectue, par la on s'attend à ce que la lumière se propage à la vitesse $c - v_e$ dans un autre référentiel inertiel.

Pour passer d'un référentiel inertiel

Les lois de la mécanique classique sont invariantes par transformation de Galilée, qui permet en mécanique classique de passer d'un référentiel inertiel à un autre. Néanmoins

ce n'est pas le cas des eq. de l'électromagnétisme, et ça, ça nous embête.

Comment concilier cela ? Idée d'un référentiel inertiel privilégié (nommé éther) où les eq. de Maxwell s'écrivent comme on les connaît. Mais prouver l'existence de l'éther se dérobe à tout mise en évidence expérimentale (la plus emblématique étant l'exp. de Michelson Morley en 1887).

Animation interferometre michelson et morley et vent d'ether : [Lien rapide ici](#)

En 1905, révolution qui va laisser intacte les lois de l'électromagnétisme mais les lois de la mécanique (bcp plus anciennes) vont être profondément remaniées.

1. Tous les référentiels d'inertie sont équivalents. Autrement dit, la formulation mathématique des lois de la physique doit être la même dans tous ces référentiels.

2. Dans le vide, la lumière se propage toujours avec la même vitesse, indépendamment de la vitesse de la source

Rq : Le premier principe fait disparaître la notion de référentiel privilégié. Le seul mouvement que l'on puisse observer est le mouvement relatif d'un objet par rapport à un autre.

2. faire attention au parallèle avec l'onde sonore car ça peut embrouiller mais on peut dire : "Après tout, cette idée d'éther n'est pas si perturbante : dans le cas d'une onde sonore, la vitesse du son dans l'air dans un certain référentiel dépend du mouvement de ce référentiel par rapport au référentiel où l'air est au repos."

2 Effets cinématiques de la relativité restreinte

2.1 Transformation de Lorentz

On considère dans cette partie 2 référentiel inertiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

Un évènement désigne un phénomène physique localisé précisément dans le temps et l'espace (émission d'une particule, d'un signal lumineux etc ...). Un évènement est repéré par ses coordonnées (t, x, y, z) dans $\mathcal{R}$ et (t', x', y', z') dans $\mathcal{R}'$.

On souhaite déterminer la relation entre les coordonnées (t, x, y, z) et (t', x', y', z') . En supposant espace et temps homogène, on montre que cette relation est linéaire. On peut également montrer, en supposant l'espace isotrope, que $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ est un invariant relativiste.

On suppose $\vec{v}(\mathcal{R}'/\mathcal{R}) = v\vec{e}_x$. (schéma tableau).

On trouve (écriture matricielle au tableau) :

$$\begin{cases} ct' = \gamma(ct - \beta x) \\ x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

où on a introduit les coeff. adimensionnés :

$$\beta \equiv v/c \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1)$$

Le coefficient γ ($1 \leq \gamma \leq +\infty$) est appelé facteur de Lorentz. Lorsque $\beta = v/c \rightarrow 0$, on a $\gamma \rightarrow 1$ et on retrouve la transformation de Galilée.

Rq : Pour la transformation inverse on change β en $-\beta$.

2.2 Perte de simultanéité

En physique newtonienne, 2 évènements se produisant au même instant dans $\mathcal{R}$ sont également simultanés dans tout autre réf. inertiel. Ce n'est plus le cas en relativité restreinte :

Soit 2 évènements dans $\mathcal{R}$ tel que $t_1 = t_2$. On trouve dans $\mathcal{R}'$ que :

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x) = -\gamma\frac{\beta}{c}\Delta x \quad (2)$$

2.3 Dilatation du temps

Considérons maintenant 2 évènements qui se produisent à des instants différents mais au même endroit dans le référentiel $\mathcal{R}$:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \Delta x = x_2 - x_1 = 0 \quad (3)$$

Regardons ce qu'il se passe dans $\mathcal{R}'$.

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma(\Delta t - \frac{\beta}{c}\Delta x) = \gamma\Delta t \quad (4)$$

L'intervalle de temps entre 2 évènements mesuré dans un référentiel inertiel qcq est donc tjrs supérieur à l'intervalle de temps mesuré dans $\mathcal{R}$ où les 2 évènements ont la même position.

C'est le célèbre phénomène relativiste appelé dilatation du temps. Le temps semble passer moins vite dans le référentiel $\mathcal{R}$ que dans le référentiel $\mathcal{R}'$

Rq : Pour deux événements se produisant à 2 instants différents t'_1 et t'_2 tq $\Delta x' = 0$ on trouve cette fois que $\Delta t = \gamma \Delta t'$. Paradoxe ? Non, le temps s'écoule toujours plus lentement dans le référentiel en mouvement que dans le référentiel d'étude. On peut se demander si il n'y aurait pas des incohérences qui pourraient avoir lieu si l'observateur fixe dans $\mathcal{R}'$ et l'observateur fixe dans $\mathcal{R}$ pouvaient comparer les évolutions temporelles, mais pour cela, il faudrait les remettre dans le même référentiel : on perd alors la symétrie du problème, au moins un des référentiels ne sera plus inertiel et on ne pourra plus invoquer les principes de la relativité restreinte. (cf paradoxe des jumeaux ?)

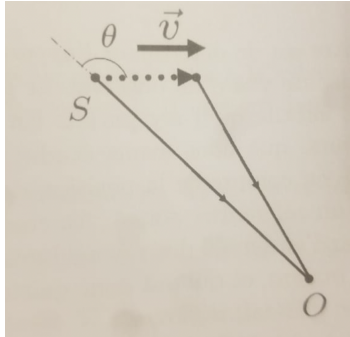
Confirmation expérimentale par B. Rossi et D.B. Hall en 1941, et Frisch et Smith en 1963 :

Observation de la désintégration des muons, particules instables produites par la collision de rayons cosmiques avec l'atmosphère. La durée de vie du muon dans un référentiel où celui ci est au repos est $\tau_0 \approx 2 \times 10^{-6} s$. Avec notre expression de dilatation du temps, la durée de vie effective du muon mesurée par un observateur est $\tau_{\text{eff}} = \gamma \tau_0$, qui fait intervenir la vitesse du muon par rapport à l'observateur. Donc un muon ultrarelativiste est capable de parcourir une distance bien supérieure à la valeur $L_0 = c \tau_0 \approx 600 m$ que l'on attend en physique classique. Conséquence vérifiée en mesurant les flux de muons ultra-relativistes à différentes altitudes.^{3 4}

2.4 Contraction des longueurs

2.5 Effet Doppler relativiste

Soit une source S en mouvement par rapport à un observateur O, qui émet un signal périodique.



Soit t_e et t_r l'instant d'émission et de réception dans le référentiel où l'observateur est immobile.

$$t_r = t_e + \frac{\sqrt{\vec{r}(t_e)^2}}{c} \quad (5)$$

Pour 2 signaux émis successivement, on note $\Delta t_e \equiv t_{e2} - t_{e1}$ et $\Delta t_r \equiv t_{r2} - t_{r1}$. En supposant les signaux très rapprochés, on peut linéariser Eq.5 pour obtenir

$$\Delta t_r = \Delta t_e + \frac{\vec{r} \cdot \vec{v} \Delta t_e}{rc} = \Delta t_e \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right) \quad (6)$$

L'observateur recevra le signal avec une fréquence décalée : c'est l'effet Doppler, présent en physique classique.

3. Sur un dénivelé de 1624 m entre Echo Lake (3240 m) et Denver (1616 m) pour B. Rossi et D.B. Hall, et entre le sommet du Mont Washington (1907 m) et le niveau de la mer pour Frisch et Smith.

4. $n(\Delta t) = n_0 e^{-\Delta t / \tau_0} \rightarrow n(\Delta t) = n_0 e^{-\Delta t / \gamma \tau_0}$

En relativité restreinte, cette relation reste vraie tant que les instants t_e et t_r sont repérés dans le même référentiel. Mais on souhaite généralement comparer la période du signal reçue par l'observateur τ_r avec celle mesurée par un observateur lié à la source τ'_e .

Soit $\mathcal{R}$ le référentiel inertiel de l'observateur récepteur et $\mathcal{R}'$ le référentiel inertiel de la source, on a $\tau_e = \gamma \Delta \tau'_e$ car les 2 événements ont la même position spatiale dans $\mathcal{R}'$ où la source est fixe et on a donc, en introduisant également les fréquences⁵ :

$$\tau_r = \gamma(1 + \beta \cos \theta) \tau'_e \quad \nu_r = \frac{\nu'_e}{\gamma(1 + \beta \cos \theta)} \quad (7)$$

En particulier, quand v est la direction de propagation sont colinéaires :

$\theta = 0$ la source s'éloigne on a $\Delta t_r = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} > \Delta t'_e$ (c'est le fameux *redshift*, témoin de l'extension de l'univers = la majorité des étoiles s'éloignent du système solaire)

Rq : Lorsque $\beta \rightarrow 1$ (la source s'éloigne à la vitesse de l'onde) dans le cas classique $\nu_r \rightarrow \nu_e/2$ alors qu'en relativité $\nu_r \rightarrow 0$, qui traduit le fait qu'on ne pourra jamais recevoir de signal d'un corps s'éloignant à la vitesse de la lumière.

$$\theta = \pi \text{ la source se rapproche et on a } \Delta t_r = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} < \Delta t'_e$$

Lorsque $\theta = \pi/2$ on a une différence fondamentale avec le cas classique où on ne s'attend pas à un décalage en fréquence. En effet il subsiste la dilatation du temps, on parle alors d'effet Doppler transverse.

Conclusion

5. Confirmation expérimentale en 1941 de Ives et Stilwell. Analyse de la raie H_β émise par des atomes d'hydrogène se déplaçant dans des directions opposées.

Rq : effet photoelectrique le photon est absorbé (ou partiellement ?)

Expérience des horloges embarquées de Hafele et Keating en 1971.

Expérience interférentielle de Fizeau en 1851 : la lumière n'obéit pas à la règle habituelle de la mécanique newtonienne de composition des vitesses