

## Mesures et incertitudes.

La mesure de grandeurs physiques est une activité fondamentale en sciences. Seule la mesure permet de valider un modèle théorique. Cependant, la détermination expérimentale d'une grandeur physique est toujours entachée d'erreur.

*Objet* : Mesurer une grandeur appelée mesurande par une succession d'opération appelée mesurage.

*Problème* : Le résultat de la mesure est toujours entaché d'erreurs (liées au protocole choisi, aux instruments de mesure et à l'expérimentateur) que l'on souhaite évaluer. Donc le résultat ne pourra pas être une simple valeur mais un intervalle dans lequel la valeur recherché se trouve probablement.

*Notations* :  $X_{\text{vrai}}$  : valeur réelle du mesurande (inconnue et qui le restera !)

$x_0$  : résultat de la mesure si celle-ci n'a été effectuée qu'une seule fois

$x_i$  avec  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  :  $i^{\text{ème}}$  mesure si elle a été effectuée  $N$  fois par le même expérimentateur, dans les mêmes conditions, par la même méthode (conditions de répétabilité)

$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  : valeur moyenne des  $x_i$

$E_R$  : Erreur de mesure

$\delta x$  : incertitude

$x \pm \delta x$  : résultat du mesurage

$\delta x/x$  : incertitude relative

## 1. Erreurs et incertitudes.

Dans la suite, nous distinguerons la valeur "vraie" de la grandeur, notée  $X_{\text{vrai}}$  de sa valeur mesurée, notée  $x$ . La valeur vraie de la grandeur est inaccessible à la mesure et on cherche à en obtenir la meilleure estimation possible. L'écart entre valeur vraie et valeur mesurée est donc l'erreur de mesure.

### 1.1 Les différents types d'erreur.

L'erreur peut ainsi avoir plusieurs origines :

- **erreur systématique** : c'est une erreur qui est identique pour toutes les mesures :  $E_{RS} = \bar{x} - X_{\text{vrai}}$

Il s'agit d'une erreur associée à l'instrument de mesure ou/et à la méthode et qui ne peut être détectée par une étude statistique.

Elle peut provenir :

- d'une erreur d'étalonnage (réglage du zéro d'un appareil de mesure par exemple)
- de l'oubli de l'influence d'un paramètre extérieur (tenir compte du coefficient de dilatation sur un pied à coulisse utilisé à des températures hors de sa gamme de température d'utilisation préconisée par exemple)
- d'une procédure erronée (oubli de prendre en compte de la résistance interne du voltmètre pour une mesure de résistance en longue dérivation par exemple)
- ...

Cette erreur systématique, de valeur moyenne non nulle, est difficile à détecter mais une fois détectée, elle est assez facilement corrigable même en fin de campagne de mesure. On peut parfois éviter ce genre d'erreur par de bons choix méthodologiques.

Pour tenter de la détecter, on peut changer d'instrument de mesure, de méthode, tester la mesure sur un étalon, faire effectuer la mesure dans différents laboratoires...

**Exemple** : Pour mesurer la distance entre un objet et un écran sur un banc d'optique, utiliser un viseur à frontale fixe pour repérer les positions plutôt qu'une lecture directe sur le banc sachant que l'objet et l'écran ne sont pas nécessairement dans le même plan transversal que le curseur du support.

- **erreur aléatoire** : dans des conditions de répétabilité, elle vaut  $E_{RA} = x_i - X_{vrai}$  et varie à chaque mesure.

Lorsqu'on mesure de manière répétée une même grandeur (période d'un pendule simple, masse d'un objet, longueur ...), on constate que les résultats de mesure sont légèrement différents. Cette variation ne peut être mise en évidence que par la répétition des mesures.

Elle est aléatoire, de moyenne nulle et peut être caractérisée par une distribution de probabilité. Ce type d'erreur peut être assez facilement quantifiée à l'aide d'un traitement statistique des données de mesure.

Dans le cas général :

$$E_R = E_{RS} + E_{RA}$$

## 1.2 Justesse et fidélité.

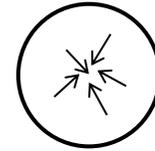
On cherche donc à minimiser ces deux types d'erreurs lors de la construction d'un appareil de mesure et du choix du protocole. Il est alors possible de distinguer les qualités que doit posséder un bon instrument de mesure.

**Fidélité** : aptitude d'un appareil à donner des indications très voisines lors de mesures successives d'une même grandeur, dans les mêmes conditions. L'erreur aléatoire est d'autant plus faible que l'appareil est fidèle.

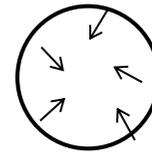
**Justesse** : aptitude d'un appareil à fournir des indications exemptes d'erreurs systématiques.

Pour un appareil numérique (oscilloscope, multimètre, thermomètre...), c'est un étalonnage régulier de l'appareil qui permet d'assurer sa justesse.

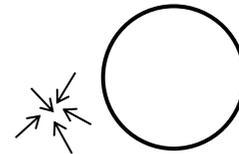
*Représentation imagée* : Le centre de la cible représente  $X_{vrai}$ , les extrémités des flèches, les points de mesure :



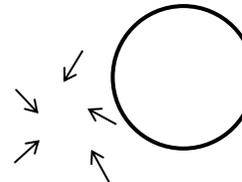
Cas Idéal :  
 $E_{RS}$  et  $E_{RA}$  faibles



2<sup>ème</sup> cas :  
 $E_{RS}$  faible,  $E_{RA}$  important



3<sup>ème</sup> cas :  
 $E_{RA}$  faible mais  $E_{RS}$  important



4<sup>ème</sup> cas :  
 $E_{RS}$  et  $E_{RA}$  importants

Dans le premier cas, l'erreur systématique est quasi nulle et l'erreur aléatoire est faible : les tirs sont proches du centre de la cible. Dans le second cas, l'erreur systématique est nulle et l'erreur aléatoire est grande : les tirs sont centrés en moyenne sur le centre de la cible mais sont très étalés. Dans le troisième cas, les tirs sont groupés mais autour d'une valeur décalée : l'erreur aléatoire est faible et l'erreur systématique est grande. Dans le dernier cas, les deux erreurs sont importantes.

*Problème* : Pour la mesure, on ne connaît pas le centre de la cible !

### 1.3 Incertitude.

Afin de pouvoir donner un résultat de mesure exploitable, il faut être capable d'estimer l'erreur commise. On appelle incertitude de mesure une estimation de l'erreur de mesure.

Le résultat de mesure va être donné sous la forme :  $x \pm \delta x$  où  $x$  est la meilleure estimation de  $x$  et  $\delta x$  l'incertitude (absolue) sur la mesure.

Une fois l'incertitude  $\delta x$  estimée, il faudra présenter le résultat de mesure sous une forme cohérente. L'incertitude est en général estimée avec **un seul chiffre significatif**. La valeur de la mesure  $x$  avec un nombre de chiffres significatif dépendant de l'incertitude.

**Exemples :**

$$\lambda = (435, 2 \pm 0, 4) \text{ nm} ; R = (132 \pm 2) \text{ k}\Omega ; C = (112,0 \pm 0,1) \mu\text{F}$$

Supposons dans la suite qu'il n'existe pas d'erreur systématique que nous n'avons pas été en mesure de corriger, comment peut-on déterminer expérimentalement l'incertitude  $\delta x$  associée à un intervalle de confiance dans lequel va se trouver avec une probabilité fixée la valeur vraie ?

## 2 Évaluation des incertitudes.

### 2.1 Incertitude de type A et de type B.

On appelle **incertitude de type A** une incertitude déterminée à l'aide de l'étude statistique d'une série de mesure. Elle n'est intéressante que dans le cas où la méthode de mesure est suffisamment sensible pour mettre en évidence la dispersion des mesures.

On appelle **incertitude de type B** les incertitudes déterminées à partir d'une mesure unique.

Les deux types d'incertitudes peuvent exister et l'incertitude globale se détermine facilement par :

$$\delta x_{\text{totale}} = \sqrt{(\delta x_A)^2 + (\delta x_B)^2}$$

### 2.2 Estimation de l'incertitude de type A.

a) Densité de probabilité.

Il s'agit d'estimer l'incertitude associée à l'erreur aléatoire grâce à une méthode statistique exploitant une série de mesures. On peut démontrer en probabilité (théorème de la limite centrale) que toute densité de probabilité d'une grandeur aléatoire tend vers une distribution gaussienne lorsque le nombre de mesures tend vers l'infini.

On définit une **densité de probabilité** :  $G(x)$  telle que  $\int_a^b G(x) dx$  représente la probabilité que la mesure soit comprise entre  $a$  et  $b$  qui doit vérifier la relation de normalisation :  $\int_{-\infty}^{+\infty} G(x) dx = 1$ .

$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x G(x) dx$  : le résultat de la mesure correspond à la valeur moyenne des mesures.

$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 G(x) dx}$  : écart-type caractérise la dispersion des mesures autour de la valeur moyenne.

Ainsi, la densité de probabilité peut être modélisée par la distribution Gaussienne :

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x - \bar{x})^2 / 2\sigma^2}$$

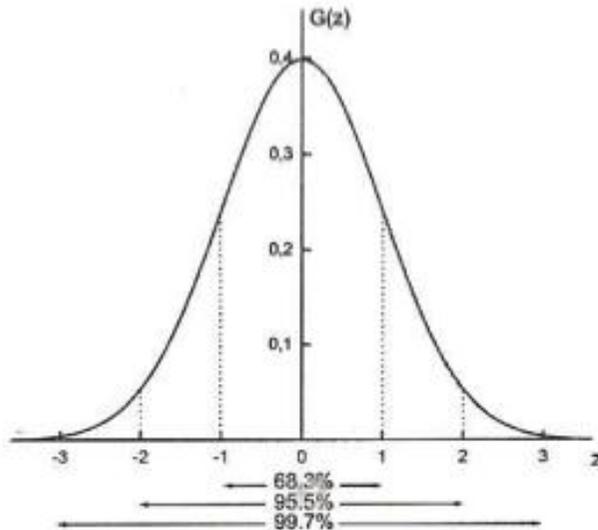


Fig. 1. Densité de probabilité gaussienne :  $G(z)$  où  $z = (x - \bar{x})/\sigma$

Cette fonction est centrée sur  $\bar{x}$  (valeur moyenne de la grandeur mesurée) et s'étale autour de  $\bar{x}$  avec une taille caractéristique  $\sigma$ , écart type de la distribution autour de la valeur moyenne.

Pour  $X = \bar{x} \pm \sigma$ , 68% de chance que  $X_{\text{vrai}}$  soit dans l'intervalle  
 Pour  $X = \bar{x} \pm 2\sigma$ , 95% de chance que  $X_{\text{vrai}}$  soit dans l'intervalle

Ainsi,  $\sigma$  permet bien de quantifier la dispersion des mesures autour de la valeur moyenne.

b) Évaluation des caractéristiques de la distribution d'une série de mesures.

Soit une série de  $N$  mesures de  $x$ , notée  $\{x_i\}$ , la meilleure estimation de la valeur vraie est la valeur moyenne :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

La meilleure estimation de l'écart-type  $\sigma$  est :

$$\sigma_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Le  $N-1$  peut s'interpréter simplement : une seule mesure ne peut pas permettre d'estimer la dispersion des mesures.

Ces deux grandeurs peuvent être calculées par toutes les calculatrices (menu statistique).

c) Évaluation de l'incertitude associée à une série de mesures ( $> 5$  mesures).

La répétition de la mesure permet d'accéder à la valeur moyenne  $\bar{x}$ . L'écart type associé à la distribution de la valeur moyenne est :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{exp}}}{\sqrt{N}}$$

$\sigma_m$  caractérise donc l'incertitude sur la détermination de la valeur vraie du mesurande à partir de la moyenne sur  $N$  mesures, notée  $\delta X$  ou  $\Delta X$ . Cette détermination est donc  $N$  fois plus précise que celle obtenue à partir d'une mesure unique. Cependant, même si la précision augmente avec le nombre de mesures, cette augmentation est lente. Par exemple, il faut effectuer 100 mesures pour avoir une estimation 10 fois plus précise.

Ainsi, la valeur vraie du mesurande a :

- une probabilité de 68% de se trouver dans l'intervalle  $[\bar{x} - \sigma_m, \bar{x} + \sigma_m]$  (**incertitude type**)
- une probabilité de 95% de se trouver dans l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma_m, \bar{x} + 2\sigma_m]$  (**incertitude-type élargie**)

**Exemple** : Prenons un exemple pratique de la mesure avec un multimètre de la valeur efficace d'une tension en TP.

Les 10 mesures effectuées à l'aide de l'appareil de mesure sont rassemblées dans le tableau suivant :

U(V)	8,256	8,261	8,251	8,249	8,257	8,260	8,253	8,258	8,254	8,255
------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

On peut tirer de cette série de mesures, la valeur moyenne :  $\bar{U} = 8,255$  V (nous verrons que la détermination de  $\sigma$  permet de limiter le nombre de chiffres significatifs) et  $\sigma_{\text{exp}} = 0,004$ . On en déduit l'incertitude sur la détermination de la mesure (intervalle de confiance à 95%) :

$$\delta U = 2\sigma_m = 2\sigma/\sqrt{10} = 0,003 \text{ V}$$

Il est inutile de donner  $\sigma_m$  avec beaucoup de chiffres significatifs ( $\sigma_m$  est elle-même une grandeur statistique qui présente une incertitude). En pratique, on se limite à un chiffre significatif pour  $\delta U$ . On peut ainsi résumer la série de mesure par le résultat suivant :

$$U = 8,255 \pm 0,003 \text{ V}$$

### 2.3 Évaluation de l'incertitude associée à une mesure unique (ou N mesures avec $N < 5$ ) : incertitude de type B.

Dans de nombreuses situations, une étude statistique est difficile à mettre en place (manque de temps, difficulté de refaire la mesure dans les mêmes conditions), il faut alors disposer d'une méthode pour estimer  $\delta x$  à partir *d'une seule mesure*. Il faut alors exploiter les caractéristiques de l'instrument de mesure, l'expérience, ... Faire preuve de bon sens, observer le dispositif expérimental, vos conditions de mesure et utiliser tous les documents à votre disposition (notice d'appareil par exemple).

a) Mesure effectuée à l'aide d'un instrument de mesure numérique de précision connue.

Dans la plupart des cas, la mesure est effectuée à l'aide d'un appareil de mesure dont le constructeur fournit l'incertitude maximale  $\Delta$ . Si on suppose qu'elle correspond à une densité de probabilité rectangulaire de largeur  $2\Delta$ , on en déduit que  $\sigma = \Delta/\sqrt{3}$ .

L'incertitude (associée à **un intervalle de confiance de 95%**) est alors de  $\delta x = 2\Delta/\sqrt{3} \simeq 1,2 \Delta$ . Comme on se limite à la donnée de  $\delta x$  avec un chiffre significatif, on peut utiliser  $\delta x \simeq \Delta$  ce qui facilite la vie.

**Exemples:**

- Un teslamètre affiche 11,23  $\mu\text{T}$  sur le calibre 20  $\mu\text{T}$  pour lequel le constructeur donne une précision de  $4\% \pm 3$  points (l'affichage numérique comporte 2000 points) :  $\delta B = 11,23 \times 0,04 + 0,03 = 0,48 \mu\text{T}$  donc  $B = (11,2 \pm 0,5) \mu\text{T}$

- oscilloscope numérique ou acquisition par ordinateur : il dispose d'un CAN (Convertisseur Analogique Numérique) sur n bits, on en déduit la valeur du pixel.

Pour un oscilloscope muni d'un CAN 12 bits, l'écran est pavé avec  $[2^{12} = 4096] \times [2^{12} = 4096]$  pixels. Donc sur le calibre 1 V/div les mesures sont comprises dans un intervalle de 10 V (10 carreaux \* 1 V) avec un intervalle minimum entre deux mesures de  $10/4096 = 2,5$  mV qui est donc a priori l'incertitude sur la mesure (idem pour la base de temps). Ajouter éventuellement l'incertitude de l'appareil (pour cela consulter la notice).

**Plus le calibre est faible, plus la précision est grande !**

b) Mesure effectuée à l'aide d'un instrument de mesure analogique (gradué).

Si on effectue la mesure à l'aide d'un appareil analogique (règle,

chronomètre à aiguilles, vernier, ... ), l'incertitude de mesure est estimée à partir de la valeur d'une graduation.

On admet que  $\sigma = 1 \text{ graduation}/\sqrt{12}$ , ce qui donne une incertitude (**toujours à 95%**) de :

$\delta x = 2\sigma = 1 \text{ graduation}/\sqrt{3} \approx 0,6 \text{ graduation}$ , on retiendra

$$\boxed{\delta x \approx 0,5 \text{ graduation}}$$

Ainsi, si on repère la position du goniomètre à la minute près (cela suppose que le pointé a été effectué avec la plus grande rigueur), l'incertitude est de  $\delta\alpha = 0,5 \text{ minute d'angle}$ .

### c) Évaluation empirique de l'incertitude.

#### - Observation du dispositif expérimental.

Dans l'exemple précédent du goniomètre, l'incertitude peut être également due à une difficulté de repérage d'une configuration spécifique (minimum de déviation par exemple). Comment peut-on alors estimer l'incertitude associée sans faire un nombre important de mesures ?

Prenons un autre exemple en optique, celui du repérage de la position d'une image réelle d'un objet. On constate souvent que l'on observe une image nette sur l'écran pour un intervalle de position de l'écran. On peut alors repérer les positions extrémales  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$ . Chaque position de l'écran dans cet intervalle a donc la même probabilité. Tout ce passe comme si la grandeur mesurée était associée à une densité de probabilité rectangulaire de demi-largeur  $\Delta = (x_{\max} - x_{\min})/2$ . Ceci correspond alors à un écart type  $\sigma = \Delta/\sqrt{3}$ . En ne tenant compte que d'un chiffre significatif pour l'incertitude, on a alors :  $\boxed{\delta x = 2\Delta/\sqrt{3} \approx \Delta}$

**Exemple :** Si on repère la position de l'écran  $x$  entre 10,4 mm et 11,0 mm, on en déduit :

$$x = (10,7 \pm 0,3) \text{ mm.}$$

Le résultat obtenu correspond à une détermination "intuitive" de

l'incertitude qui est ici justifiée théoriquement.

- **Evaluer le bruit** (ou mieux le rapport signal sur bruit) si la grandeur à mesurer fluctue beaucoup dans le temps.

**Exemple :** bruit électronique sur des mesures de tension très faibles, luminosité résiduelle dans une salle d'optique où le « noir » n'est pas parfait...

### d) Données fournies par un constructeur.

En principe, les constructeurs fournissent la tolérance.

#### Exemple :

Les résistances des conducteurs ohmiques au laboratoire sont données à 5% près par le constructeur d'où pour une résistance de 1 k $\Omega$ , on a  $\sigma = 50/\sqrt{3}$  (raisonnement analogue au 2.3.a)) d'où  $\delta R = 58 \Omega$  soit

$$R = (1,00 \pm 0,06) \text{ k}\Omega.$$

*Remarque :* Si on vous fournit une grandeur sans incertitude, cela sous-entend que l'incertitude est de  $\pm 1$  unité sur le dernier chiffre fourni. Par exemple, longueur d'onde de la raie verte du mercure  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$  sous-entend  $\lambda = 546,1 \text{ nm} \pm 0,1 \text{ nm}$ .

Nous savons désormais déterminer l'incertitude associée à une mesure expérimentale. Comment en déduire désormais l'incertitude sur une fonction de grandeurs physiques ?

## 3 Propagation des erreurs.

Le problème est le suivant : on a déterminé expérimentalement des grandeurs physiques  $x, y, z, \dots$  avec une incertitude associée  $\delta x, \delta y, \delta z, \dots$ , quelle est l'incertitude sur la grandeur  $q = f(x, y, z, \dots)$ ?

On va supposer que les erreurs commises sur les grandeurs  $x, y, z$  sont indépendantes. On dispose alors de relations mathématiques liant  $\delta q$  à  $\delta x, \delta y, \delta z, \dots$

### 3.1 Cas simples et courants.

#### a) Cas d'une somme.

Dans le cas simple où  $q = x + y$ , on a tout simplement, il s'agit **d'incertitude absolue** :

$$\delta q = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}.$$

**Exemple** : en optique, on repère en général la position du chariot du Michelson ou la position de la lunette sur le spectro-goniomètre. La valeur lue n'a pas de signification physique en elle-même mais la différence entre deux positions de la lunette correspond à un angle ayant une signification physique.

En général, ces positions sont déterminées avec la même incertitude :  $\delta x = \delta y$  d'où si  $q = x - y$ , on a donc :  $\delta q = \sqrt{2} \delta x$ .

Si la seule incertitude sur  $x$  et  $y$  est liée à la lecture sur le vernier,  $\delta x = 0,5$  graduation, on obtient alors (toujours au premier chiffre significatif)  $\delta = 0,7$  graduation.

Pour simplifier, on peut donc prendre  $\delta q \approx 1$  graduation. On surestime alors un peu l'incertitude associée à la lecture du vernier.

#### b) Cas d'un produit.

Dans le cas d'un produit (ou quotient), il est plus simple de raisonner sur les logarithmes (**différentielle logarithmique**) afin de ramener à une somme, on parle alors **d'incertitude relative**. Si  $q = x^\alpha y^\beta$ , alors  $\ln q = \alpha \ln x + \beta \ln y$  ce qui donne :

$$\frac{\delta q}{q} = \sqrt{\left(\alpha \frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\beta \frac{\delta y}{y}\right)^2}$$

**Exemple** : détermination d'une fréquence de résonance à partir des valeurs de  $C$  et  $L$  mesurées par un multimètre.

On souhaite comparer la valeur de la fréquence de résonance mesurée sur l'oscilloscope (repérée en  $XY$ ) à la valeur attendue compte tenu des valeurs de  $L$  et  $C$ .

$L$  et  $C$  sont mesurées à l'aide d'un impédance-mètre dont la notice indique que la mesure est effectuée à 0,7 % près. On en déduit :  $\delta L/L = \delta C/C = 7 \cdot 10^{-3}$ .

La fréquence de résonance est donnée par  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$$\text{d'où } \frac{\delta f}{f} = \sqrt{0,25\left(\frac{\delta C}{C}\right)^2 + 0,25\left(\frac{\delta L}{L}\right)^2} = \left(\frac{\delta L}{L}\right) \sqrt{0,5} = 0,5\%$$

### 3.2 Cas général.

Dans le cas d'une relation plus complexe, on peut démontrer que :

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\delta y)^2 + \dots}$$

On peut bien sûr utiliser cette relation après prise du logarithme. Cette relation peut mener à des calculs complexes. Dans le cas où les incertitudes sur les grandeurs sont différentes, comparez les valeurs de

$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\delta x)^2$  et de  $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\delta y)^2$ , un des termes peut être très négligeable devant l'autre.

**Exemple** : détermination de la vitesse du son à partir d'une étude de l'effet Doppler.

Dans cette expérience, il s'agit de mesurer l'écart de fréquence  $\Delta f = f_0 v/c$  de l'onde sonore reçue par un récepteur fixe, du au

déplacement à la vitesse  $v$  d'un émetteur d'ultrasons.

On a déterminé  $\Delta f = 40 \text{ Hz}$  à  $3 \text{ Hz}$  près (évalué en mesurant plusieurs périodes sur l'étendue du signal reçu). La vitesse de l'émetteur n'est pas connue directement mais on a mesuré le temps de passage  $\tau$  d'une plaque faisant  $L = 4,0 \pm 0,1 \text{ cm}$  devant un capteur.  $\tau$  est déterminé à l'aide d'un chronomètre avec une précision de l'ordre de 2 à 3 %.

On peut ainsi en déduire la vitesse de l'émetteur :  $v = L/\tau$  avec une

incertitude relative  $\frac{\delta v}{v} = \sqrt{0,03^2 + 0,025^2} = 0,04$ . D'où  $v$  est connue à 4 % près et  $\Delta f$  est connue à 7,5 % près.

A partir de  $c = f_0 v / \Delta f$ , on a donc en raisonnant sur les incertitudes relatives :

$$\frac{\delta c}{c} = \sqrt{\left(\frac{\delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta f}{\Delta f}\right)^2 + \left(\frac{\delta f_0}{f_0}\right)^2}$$

$f_0$  est connue avec une bonne précision via le fréquencesmètre du générateur (incertitude relative 0,1 %), on peut donc négliger l'incertitude associée à  $f_0$ .

Si on calcule les deux carrés : le terme relatif à  $\Delta f$  est 4 fois supérieur à celui relatif à  $v$ , on a donc  $\frac{\delta c}{c} \approx \frac{\delta \Delta f}{\Delta f}$  i.e.  $c$  est connue à 8% environ.

**Remarques :** Vous pouvez aussi améliorer la précision en effectuant *une régression linéaire*, c'est-à-dire que vous effectuez  $N$  mesures mais en faisant **varier un paramètre** et vous recherchez la droite qui passe « au plus près » de vos points de mesure (plutôt votre calculatrice ou un logiciel informatique), la dispersion des points de mesure est caractérisée par le coefficient de corrélation qui doit être très proche de 1 (dans tous les cas strictement supérieur à 0,99).

**Attention :** toujours représenter les points de mesure et tracer la droite de régression sur un même graphique pour vérifier qu'ils se distribuent aléatoirement autour de celle-ci (et pas en dessous au début puis au-dessus et à nouveau en dessous, par exemple, car alors même avec un

bon coefficient de corrélation vous ne pouvez pas affirmer que la loi linéaire est vérifiée)

**Exemple :** Mesurer la distance  $a$  entre deux fentes d'Young en mesurant l'interfrange  $i$  pour différentes valeurs de  $D$  (distance entre les fentes et l'oculaire de Fresnel) puis tracer  $i$  en fonction de  $D$ , vous devez obtenir une droite de pente  $\lambda/a$ .

Si vous calculez l'incertitude relative, elle doit être inférieure à 30 %. Si ce n'est pas le cas, entre 30 et 100 %, vous avez un ordre de grandeur (estimation), au-delà vous n'êtes plus un scientifique, c'est du journalisme !

### Exercices.

a) Mesure de l'indice d'un prisme :

Calculer  $A$ ,  $D_m$  et  $n$  avec leur incertitude calculée par la méthode « ancienne » et la méthode statistique. Tous les angles sont mesurés à la minute d'angle près.

Angle du prisme :  $A = 180^\circ - (\theta_2 - \theta_1)$  avec  $\theta_1 = 62^\circ 44'$  et  $\theta_2 = 182^\circ 43'$  ;

Angle de déviation minimum :  $D_m = (\theta'_2 - \theta'_1)/2$  avec  $\theta'_1 = 120^\circ 50'$  et  $\theta'_2 = 240^\circ 13'$  ;

Indice du prisme en supposant  $\Delta A = \Delta D_m = 1'$

b) Mesure de longueur d'onde

La mesure de  $\lambda$  avec un réseau a été effectuée 8 fois, en déduire la longueur d'onde avec son incertitude.

n° mesure	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda$ (en nm)	538,2	554,3	545,7	552,3	566,4	537,9	549,2	540,3