Examen de Physique expérimentale

24 mai 2006

1 Mesure du décalage relativiste vers le rouge (10 points)

Deux sources H_A et H_B émettent des ondes électromagnétiques à la même fréquence $f_A \simeq 2.2GHZ$ quand elles se trouvent sur la terre. Par contre si H_B se déplace à la vitesse V par rapport à H_A, le décalage relatif $\frac{\Delta f}{f_A}$ entre les fréquences des deux sources est :

$$\frac{\Delta f}{f_A} = \frac{V\cos(\alpha)}{c} - \frac{V^2}{2c^2} + \frac{(\Phi_A - \Phi_B)}{c^2} \tag{1}$$

où c est la vitesse de la lumière, α est l'angle entre la vitesse et la direction de l' émission, Φ_A et Φ_B sont les valeurs du champ gravitationnel dans lequel se trouvent l'oscillateur A et B respectivement. Le premier terme de gauche est l'effet doppler, le deuxième terme est l'effet doppler du second ordre (relativité restreinte) et le troisième le décalage gravitationnel vers le rouge Δ_g/f_A (relativité générale). Pour vérifier les prédictions de cette équation en 1980 Vessot et al. (Phys.Rev. Lett. 45, 2081, 1980) ont comparé les fréquences de une horloge H_A qui se trouvait dans un laboratoire terrestre avec celle d'une horloge H_B qui se trouvait sur un satellite qui émettait des ondes électromagnétiques à la fréquence de H_B. Pour vérifier l'équation 1) l'observateur sur terre doit en principe comparer la fréquence reçue du satellite avec celle de H_A. Le satellite est envoyé à l'aide d'une fusée selon une trajectoire verticale : sa vitesse maximale est de l'ordre 20000km/h et l'apogée de sa trajectoire est à une altitude $h = 10^4 km$ de la surface de la terre. Il redescend ensuite en chute libre.

- Determiner l'amplitude des trois termes de l'eq.1. ($\Phi_i = gR_o^2/R_i$ où g est l'accélération de gravité, $R_o \simeq 6400km$ le rayon de la terre et R_i la distance du centre de la terre de l'horloge i.)
- Pour supprimer l'effet doppler, Vessot et al. adoptent le schéma de la figure 1a). Le signal émis par l'horloge H_B (sinusoïde à la fréquence f_b) est transmis par l'antenne A1 du satellite et reçu par l'antenne A2 de la station terrestre. Le signal de l'oscillateur H_A est transmis par l'antenne A3 et capté par l'antenne A4 du satellite qui, via l'antenne A5, retransmet ce signal à la station sur terre. Ce signal est reçu par l'antenne A6. Sur la station à terre les signaux qui proviennent des antennes A2,et A6 sont multipliés avec le signal de H_A en M1 et M2. Après multiplication les signaux sont filtrés et uniquement la composante basse fréquence est autorisée à passer. A La sortie de M2 la fréquence du signal est aussi divisée par 2. La sortie du diviseur est multipliée par la sortie de M1 en M3, comme undiqué sur la figure. Montrer que, si on neglige les termes en $(V/c)^3$ et en $(V/c)^4$, à la sortie de M3 la fréquence du signal est

  $$\Delta f' = f_A \left(-\frac{V^2}{2c^2} + \frac{(\Phi_A - \Phi_B)}{c^2}\right)$$

  Cette technique permet donc de supprimer l'effet doppler du premier ordre.

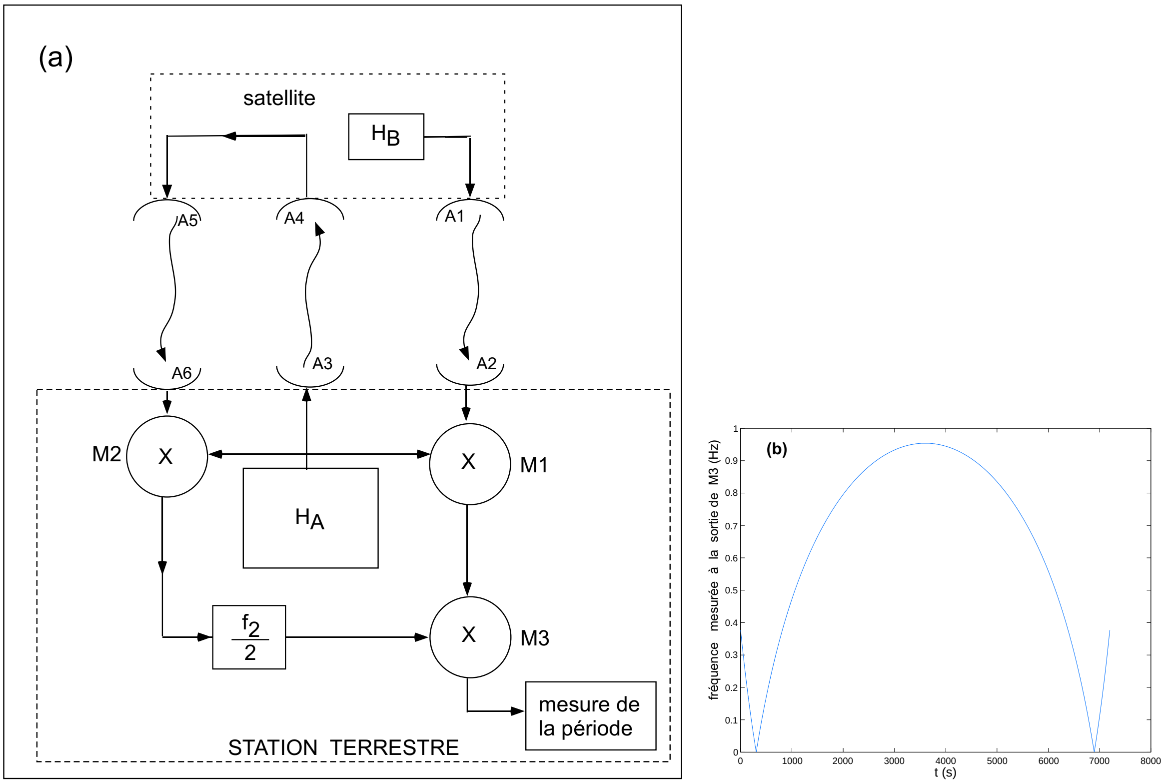

FIG. 1 –

- A la sortie de M3 on mesure la période du signal. Pourquoi à basse fréquence la mesure de la période est plus précise que la mesure de la fréquence ? Les auteurs moyennent la mesure de la période sur des fenêtres de $100s$. Quelle précision est il raisonnable d'attendre ?
- Le signal émit par l'antenne A5 est utilisé aussi pour détecter la vitesse et la position du satellite. Expliquer la raison ?
- Le satellite d'abord s'éloigne de la terre arrive à son apogée et il redescend. La mesure de $\Delta f'$ est tracé qualitativement en fig.1b) en fonction du temps. Expliquer qualitativement la raison de ce comportement.
- A quel moment du vol on obtient uniquement la correction de la relativité générale ?

$f_A \simeq 2.2GHz$, Rayon de la terre $R_O \simeq 6400Km$.

2 Technique de déflexion du faisceau laser (10 points)

La technique de déflexion d'un faisceau laser est parmi les techniques les plus simples et les plus sensibles qu'on peut utiliser pour la mesure de très petits angles. Elle est utilisée par exemple pour mesurer les déplacements de la pointe d'un microscope à force atomique (AFM) (fig.2a). Quand la pointe de l'AFM est attirée par la surface, la lame qui soutient la pointe se fléchit d'un angle $\theta \simeq z/l$ où z est le déplacement de la pointe et $l = 200\mu m$ est la longueur de la lame. (voir fig. 2). Si la raideur de la lame est $k = 5\ 10^{-3} N/m$ ce système permet de mesurer de très petites forces $F \simeq k\ z$ entre la pointe et la surface qui peuvent être de l'ordre du pN. Pour ce faire, il faut avoir une grande sensibilité sur la mesure de z qui est obtenue par la mesure de θ. On considère que le laser forme un angle de $\phi = 30°$ par rapport à la normale à la lame quand $F = 0$.

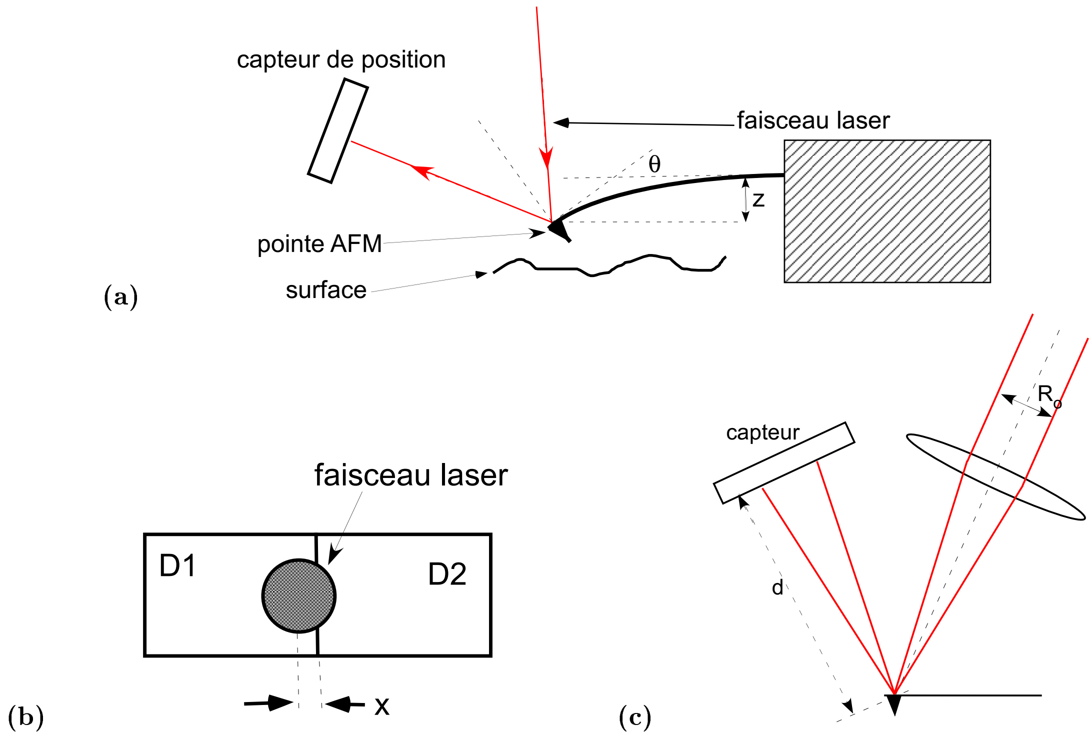

Fig. 2 –

- Montrer que si la lame est fléchit de θ l'angle de déflexion du faisceau est $\delta\phi = 2\theta$.
- Le capteur de position se trouve à une distance d= 5cm de la lame. La sensibilité du capteur à la sortie de l'amplificateur est $10V/mm$. Le bruit du capteur et de son électronique est de l'ordre de $0.5mV$ pour une bande passante de $100KHz$. Déterminer les valeurs minimales de z et de F qu'on peut détecter.
- Quelle est l'amplitude des fluctuations thermiques de la lame (utiliser l'équipartition de l'énergie) ? Déterminer si la valeur minimale de z est plus grande ou plus petite de l'amplitude des fluctuations thermiques de la pointe de la lame.
- Peut on mesurer des déplacements moyens 10 fois plus petits que le bruit thermique ? Combien de mesures de z il faut effectuer pour avoir une estimation raisonnable de ces deplacements ?
- Une méthode pour construire un capteur de position est dessinée en fig.2b). Il est composé par deux photodiode (D1 et D2). Le diamètre du faisceau laser sur la surface des deux diodes est 2R=2mm. Le signal S_i à la sortie d'une photodiode est proportionnel à $I_o\ s/(\pi R^2)$ où I_o est l'intensité du

faisceau et $s/(\pi R^2)$ est la fraction de la surface du faisceau qui se trouve sur la photodiode i. Si $S1$ et $S2$ sont les signaux à la sortie de chaque photodiode de fig.2b montrer que

$$S = \frac{(S2 - S1)}{(S2 + S1)} = \frac{4x}{\pi R} \quad pour \quad x << R$$
$$et \quad S = 1 \quad pour \quad x \geq R$$

où x (indiquée en fig.2b) est la distance entre le centre du faisceau et la ligne de séparation des deux photodiodes. Si pour l'électronique du capteur la valeur $S = 1$ correspond à $10V$ donner la sensibilité en V/mm de ce capteur de position.

– La lame d'un AFM est très petite. Le faisceau du laser est donc focalisé avec une lentille de focale f (fig.2c). R_o est le diamètre du faisceau laser sur la lentille. Montrer qu'à la sortie du capteur de position on trouve :

$$S = \frac{8\ f\ z}{\pi\ l\ R_o}$$

C'est à dire la sensibilité de la mesure ne dépend pas de d mais uniquement de la focale de la lentille.

Constante de Boltzmann $K = 1.38\ 10^{-23}\ J/K$