Adaptation d'impédance

Niveau

Commentaires du jury

—

Bibliographie

—

pré-requis

Expériences

— Sonomètre dans une cloche à vide ?
— Câble coaxial

Table des matières

Introduction

L'adaptation d'impédance est une technique (notamment utilisé en électricité) permettant d'optimiser le transfert de puissance entre une source et un récepteur. C'est un domaine très étudié en électricité, car le transfert d'information est très important, mais on va retrouver se problème globalement pour toutes les ondes.

Pourquoi c'est important : Si les impédances ne sont pas adapter, on n'arrivera pas a transmettre, par exemple de l'information. Un exemple intéressant pour le voir est de considérer un diapason

Adaptation d'impédance diapason

Message important : dès qu'il y a onde, il y a la question d'adaptation d'impédance au passage d'un interface. Aussi les outils que l'on met en place, servirons pour toutes les ondes. Mais pas que pour des ondes, si on veux transmettre de la puissance

1 Transmission de puissance

1.1 Cas général

On considère un générateur, par exemple une éolienne. Nous voulons que la puissance que cette éolienne fournit soit transmise en intégralité à une charge (par exemple une machine à lavé). La question est : quelles est la caractéristique de la charge qui fait que l'on va pouvoir transmettre le maximum de puissance ?

1.2 Notion d'impédance

On modélise les dipôles que l'on considère avec des impédance. L'impédance d'un dipôle électrique s'écrit :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$$

avec $\underline{u}$ et $\underline{i}$ sinusoïdaux complexe. La notion d'impédance permet de caractériser le lien entre les deux grandeurs couplé du système. C'est une caractéristique du milieux, et peut dépendre de la fréquence. Elle peut être réelle ou complexe. Par exemple pour une résistance cela va être réel : $Z = R$ mais cela va être complexe pour une bobine $Z = Lj\omega$

On considéère donc un générateur réelle donc constitué d'un générateur parfait en série avec une impédance interne de Z_i (on omet de souligner mais tout est complexe).
On modélise la sortie par une impédance de charge Z_c. On cherche a savoir pour quelle Z_c on peut transmettre le plus de puissance.

1.3 Transmission de puissance

On fait la loi de maille :

$$e = u_c + u_i = (Z_c + Z_i)i$$

La puissance reçu s'écrit :

$$P_c = \frac{1}{2}Re(u_c i_c^*) = \frac{1}{2}Re(Z_c i i^*) = \frac{1}{2}Re\left(\frac{Z_c}{(Z_c + Z_i)(Z_c + Z_i)^*} e e^*\right)$$

Or $e = E_0 \exp(j\omega t)$ Donc

$$P_c = \frac{|E_0|}{2}Re\left(\frac{Z_c}{(Z_c + Z_i)(Z_c + Z_i)^*}\right) = \frac{|E_0|^2}{2|Z_c + Z_i|^2}Re(Z_c)$$

On cherche la valeur de Z_c qui maximise la puissance. Pour cela on écrit toutes les impédance de la forme $Z = R + jX$. On a alors :

$$P_c = \frac{|E_0|^2 R_c}{2((R_c + R_i)^2 + (X_c + X_i)^2)}$$

On a donc deux paramètre à trouver. C'est pas évident tout de suite pour R_c parce qu'il est en haut et en bas, mais pour X_c il n'apparaît qu'au dénominateur. Pour augmenter la puissance on veux minimiser le dénominateur. On doit donc prendre $X_c = -X_i$. On a une première condition et la puissance devient :

$$P_c = \frac{|E_0|^2 R_c}{2(R_c + R_i)^2}$$

Ondérive par rapport à R_c :

$$\frac{\mathrm{d}P_c}{\mathrm{d}R_c} = \frac{|E_0|^2(R_c + R_i - 2R_c)}{2(R_c + R_i)^3} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad R_i = R_c$$

On a donc un maximum de puissance si

$$Z_c = Z_i^*$$

C'est un résultat important!!!!

Cependant on peut pas toujours choisir, alors on réalise des montages d'adaptation d'impédance

1.4 Montage d'adaptation d'impédance

On se place dans le cadre de la transmission RFID (radio-identification)...
On étudie le montage d'adaptation d'impédance suivant

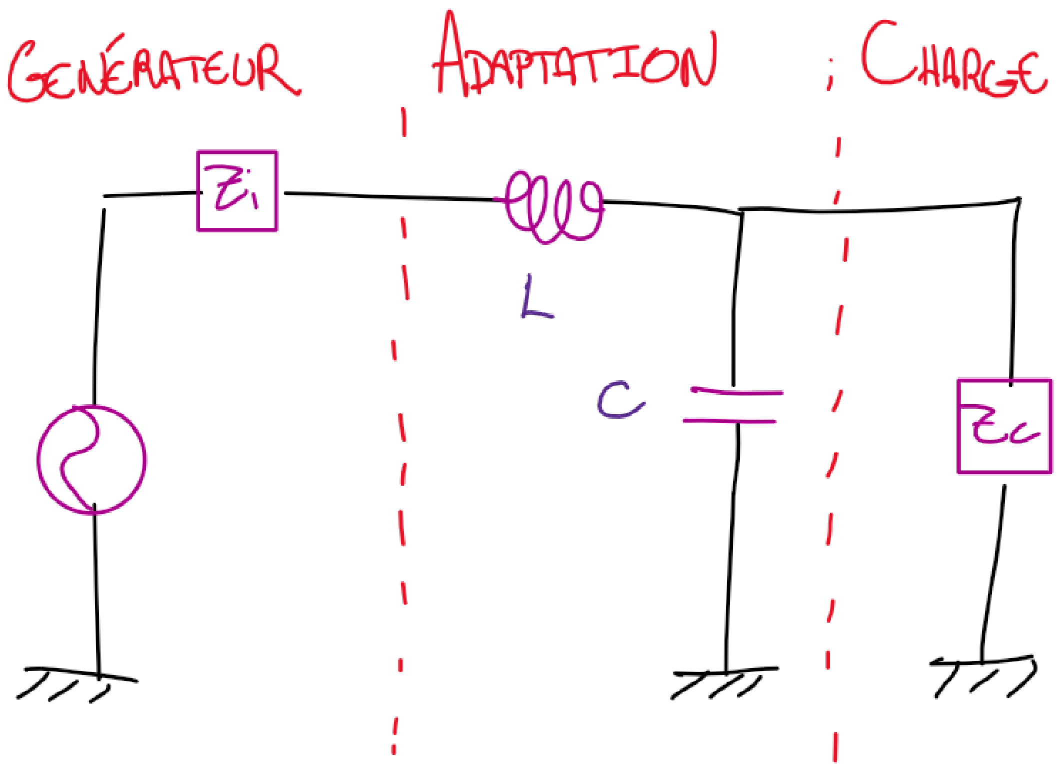

Figure 1 – *Adaptation LC*

Ici on remarque que on a rajouté que des inductance purement complexe, donc on ne dissipe pas d'énergie dedans. Du point de vu du générateur le système a changer, en effet le Z_{eq} de la charge et de l'adaptation est :

$$Z_{eq} = Lj\omega + \frac{Z_c}{Z_cCj\omega + 1}$$

Pour avoir adaptation d'impédance (transmission de puissance maximal) on doit avoir $Z_{eq} = Z_i$. On voit que L va permettre de compenser la partie imaginaire du second terme pour que la partie imaginaire totale de Z_{eq} soit égale à moins celle de Z_i. C va permettre de jouer sur la partie réelle. On comprend que cela va marcher. On va faire l'application avec une résolution graphique. On suppose que $Z_i = R_i = 50\,\Omega$ et que $Z_c = R_c + jX_c$ avec $X_c = 42.5\,\Omega$ et $R_c = 73.2\,\Omega$. De plus on prend $f = 860MHz$

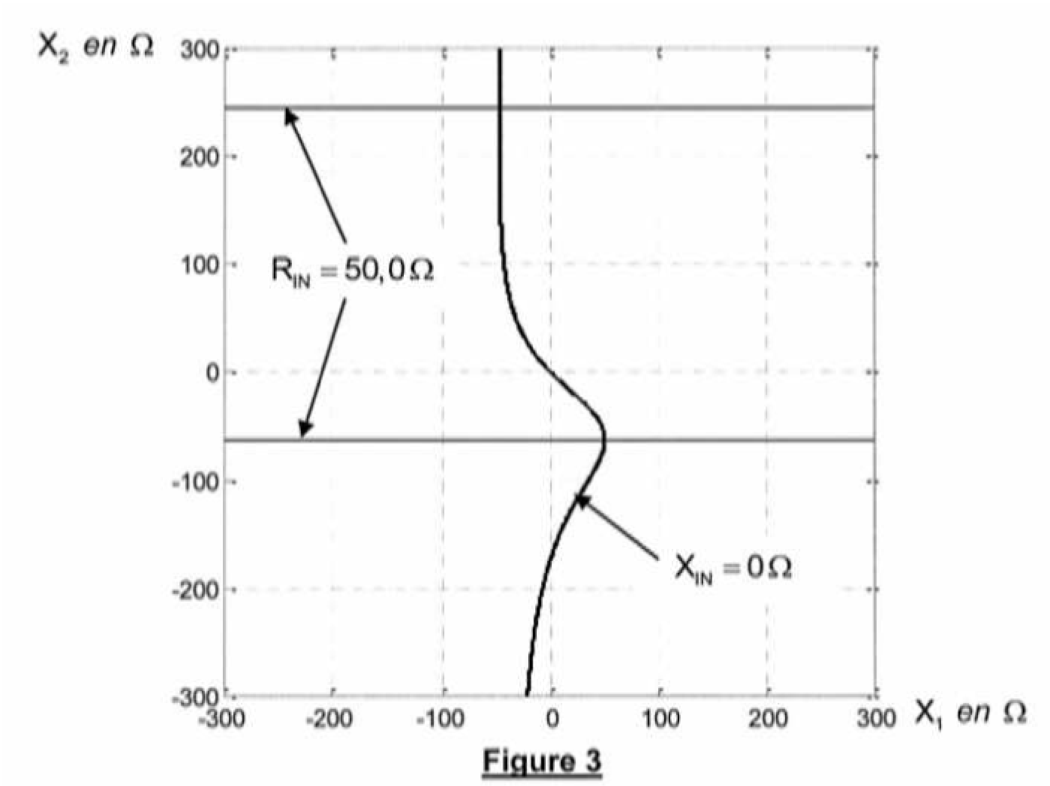

FIGURE 2 – *PSI Physique E3A 2015,* $Z_{eq} = R_{IN} + jX_{IN}$ X_1 *correspond à* $L\omega$ *et* X_2 *à* $-\frac{1}{C\omega}$*, l'énoncé ne précise pas si c'est des bobines et des condensateur, on le déduit du signe. Il y a deux solutions*

2 Approche ondulatoire : réflexion et transmission

2.1 Etude du câble coaxiale : détermination de l'impédance

On considère une corde fixé à une extrémité, Si on envoie une une onde (un pulse) alors on voit qu'il y a réflexion. Nous n'avons pas transmis la puissance de notre onde au mur, il nous l'a renvoyé. C'est la phénomène d'échos
Par contre si on prend un câble coaxial, on observe qu'il est possible de tuer la réflexion. C'est ce que l'on va essayer de comprendre.

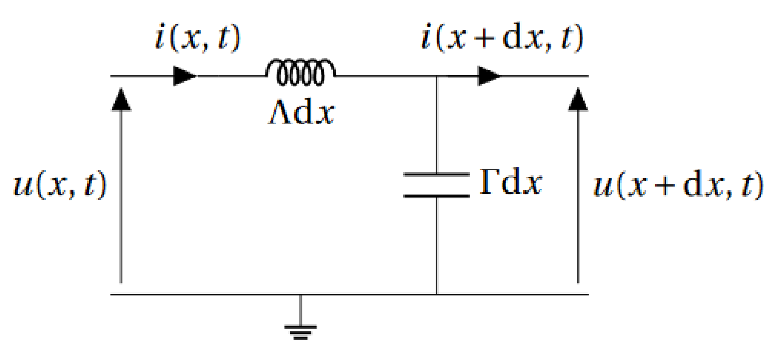

FIGURE 3 – *Modèle sans perte du câble coaxiale*

Équation des télégraphiste :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad c^2 = \frac{1}{\Gamma\Lambda}$$

On a également deux équation couplées :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial i}{\partial x} = -\Gamma\frac{\partial u}{\partial t}$$

On considère une solution de l'équation d'onde propagative. C'est la solution qui nous permet de transmettre de l'information : $i(x,t) = f(x-ct)$. Si on l'introduit dans l'équation de couplage issus de la loi des noeuds on a :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \Lambda c f'(x-ct) \qquad \Longrightarrow \qquad u(x,t) = \Lambda c f(x-ct) + \phi(t)$$

Comme ϕ ne dépend que du temps et que u est solution de l'équation d'onde, on a $\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$. ϕ est donc affine, ce qui induit une divergence en $\pm\infty$ donc elle est constante (on ne considère pas cette constante, ce qui ne veux pas dire qu'elle sera forcément nulle, dans le cas des ondes acoustique, il y a une pression constante sur laquelle les surpression s'ajoute).

On a alors :

$$u = Zi \text{avec} Z = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$$

On note que si on avait considéré une onde contra propagative, on aurait obtenue :

$$u = -Zi$$

Z est appelé **impédance propagative du milieux**. L'impédance ne dépend que du milieux et pas du type d'onde. Cependant elle peut dépendre de la fréquence (ce qui rends le calcul précédent plus complexe et il faut partir d'onde plane que l'on superpose). C'est la définition du cours de Férrand. J'aurais plutôt tendance à définir l'impédance à partir d'OPPM en complexe : $\underline{u} = \underline{Zi}$.

> **Cette notion d'impédance va nous permettre de calculer la puissance transmisse lors du passage à une interface**

2.2 Interface entre deux milieux

Onde réfléchie et transmise dans un câble. Détail des calculs dans le cours de Jérémi. On part de on part d'une OPPM et on considère une charge Z_c en sortie. on trouve :

$$(Z_c - \underline{Z})I_i(x_0) = (Z_c + \underline{Z})I_r(x_0) \qquad \Longrightarrow \qquad \underline{{}_I} = \frac{\underline{I_r}}{\underline{I_i}} = \frac{Z_c - \underline{Z}}{(Z_c + \underline{Z}}$$

C'est le coefficient de réflexion en intensité. On peut également déduire celui en tension :

$$\underline{\rho_V} = \frac{\underline{V_r}}{\underline{V_i}} = -\underline{\rho_I}$$

Ce sont des coefficients de réflexion en amplitude. On peut faire le calcul de ce qui est transmis. Pour cela, on considère que la charge peut recevoir l'onde. On a alors $I = I_i + I_r$ et $I_c = I_t$. On a alors l'équation :

$$Z(I_i - I_r) = Z_c I_t \quad \text{et} \quad I_i + I_r = I_t$$

On en déduit :

$$Z(1-\rho) = Z_c\tau \quad \text{et} \quad 1+\rho = \tau$$

On peut alors déterminer τ et ρ.

Cependant ce qui nous intéresse c'est comment l'énergie est transmis, aussi au lieux d'étudier les coefficients en amplitudes, on va s'intérreser au coefficient en énergie :

$$R = \left| \frac{< \mathcal{P}_r >}{< \mathcal{P}_i >} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2}\mathrm{Re}(I_r V_r^*)}{\frac{1}{2}\mathrm{Re}(I_i V_i^*)} \right| = \left(\frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} \right)^2$$

De même

$$T = \left| \frac{< \mathcal{P}_t >}{< \mathcal{P}_i >} \right| = \left| \frac{\frac{1}{2}\mathrm{Re}(I_t V_t^*)}{\frac{1}{2}\mathrm{Re}(I_i V_i^*)} \right| = \frac{4ZZ_c}{(Z + Z_c)^2}$$

Une relation importante est que

$$R + T = 1$$

Ceci signifie qu'il n'y a pas de perte d'énergie à l'interface. Attention cela ne signifie pas que notre transmission est parfaite car on perd de l'énergie transmise avec l'onde réfléchie. Ici on voit que si $Z_c = Z$ alors $R = 0$ et $T = 1$. C'est l'adaptation d'impédance ! C'est ce que l'on fait sur le câble.

2.3 Limites sur le câble coaxiale

On remarque que l'on arrive pas a éteindre complètement la réflexion. Cela est du au fait que l'impédance du câble n'est pas réel mais complexe et notamment du au fait qu'il y a plusieurs fréquances dans le burst et que notre impédance peut dépendre de la fréquence.

Pour comprendre il faut prendre le modèle du câble coaxiale avec perte.

On rajoute une Capa en plus de la résistance de charge pour diminuer encore la réflexion

2.4 Conséquence d'une mauvaise adaptation d'impédance

Si la résistance de charge et différent de la résistance caractéristique de la ligne alors il y a des réflexion et l'apparition d'onde stationnaire. On peut quantifier cela par le rapport d'onde stationnaire :

$$ROS = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_i + V_r}{V_i - V_r}$$

ou encore le TOS le taux d'onde stationnaire :

$$TOS = 100 \times \frac{V_r}{V_i}$$

et le return Loss :

$$ReturnLoss = 10 \log \left(\frac{P_i}{P_r} \right)$$

"Si une ligne d'impédance caractéristique $50\,\Omega$ est chargée par $100\,\Omega$ ou par $25\,\Omega$, le ROS sera égal à 2, et le taux d'énergie réfléchie par la charge sera de 11 %.

Si la même ligne est chargée par $150\,\Omega$ ou par $16.6\,\Omega$, le ROS sera de 3 et le taux d'énergie réfléchie par la charge sera de 25 %." "Il est toutefois à remarquer que si la ligne qui alimente la charge est pourvue d'un dispositif d'adaptation d'impédance entre la source et l'entrée de la ligne, l'énergie réfléchie par la charge désadaptée est renvoyée en phase avec l'énergie incidente et n'est donc pas perdue, aux pertes en ligne près. Il finit par s'installer un régime d'ondes stationnaires tel que la ligne transporte une énergie incidente supérieure à l'énergie débitée par la source mais compensée par l'énergie réfléchie par la charge. Au total la charge utilise bien toute l'énergie de la source" Wikipedia (adaptation d'impédance)

3 Adaptation d'impédance en tension.

Quand on parle d'adaptation d'impédance, on parle la plupart du temps de transmission de puissance. Cependant, on peut parfoi vouloir faire de la'adaptation en tension. Pourquoi ? Pour pouvoir considérer différents éléments de circuits électrique indépendamment et ensuite de les mettre d'affilé en considérant que l'on a toujours le même comportement. C'est la raison pour laquelle on veux que les résistance de sorti de nos systèmes soient petites et nos résistance d'entrée soit grande. Ici, ce qui nous intéresse plus c'est le transport d'information. Par exemple quand on allimente un amplificateur, on ne veux pas que le brancher modifie notre tension d'entré par pont diviseur de tension. Par exemple on considère un GBF qui débite dans un oscilloscope (tension u_s).

$$u_s = \frac{Z_c}{Z_i + Z_c} e \simeq e$$

Car $Z_c >> Z_i$

4 Pavillons acoustique

Exo dans ce lien Attention hypothèse de pavillons lentement variable pour considérer v selon l'axe des x