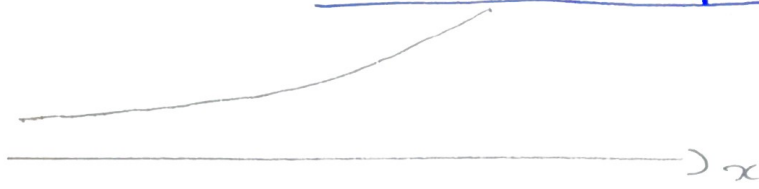


Panillon acoustique

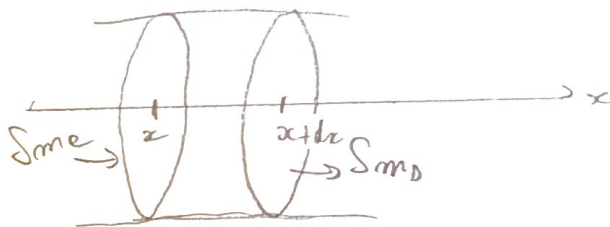


$$D(x) = D_0 e^{\beta x}$$

Section $S(x) = \pi D^2(x)$

• équation d'Euler linéarisée à 1D : $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$

• Conservation de la masse :



Bilan :
ce qui rentre - ce qui sort
= ce qui s'accumule

$$\Rightarrow \rho_0 \times v(x, t) S(x) dt - v(x+dx, t) S(x+dx) \rho_0 dt$$

$$= \frac{dm}{dt} = dx \frac{d(\rho S(x))}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho S v) = 0$$

$$\Rightarrow S(x) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{d}{dx} (S) v + S(x) \frac{\partial v}{\partial x} \right] \rho_0 = 0 \text{ à l'ordre 1}$$

• Terme en $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ à partir de l'équation constitutive $\rho = \rho(p) =$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} \times \frac{\partial p}{\partial P} = \frac{\partial p}{\partial P} \Big|_{P=0} \times \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{S(x)}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} + p_0 \left[S(x) \frac{\partial v}{\partial x} + v S'(x) \right] = 0$$

On dérive cette équation % à t
la cons. de la même %, c x.

On recombine : avec $S(x) = \pi D_0^2 e^{2\beta x}$, il vient :

$$\boxed{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{\partial P}{\partial x^2} - 2\beta \frac{\partial P}{\partial x} = 0}$$

• Relation de dispersion : $-\frac{\omega^2}{c^2} + k^2 - 2\beta jk = 0$

$$\Rightarrow k^2 - 2kj\beta - \frac{4\pi^2 \nu^2}{c^2} = 0$$

$$\Delta = -4\beta^2 + \frac{16\pi^2 \nu^2}{c^2}$$

Propagation ($\Rightarrow$) k a une partie réelle non nulle

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \nu > \nu_p = \frac{\beta c}{2\pi}$$

Dans ce cas, $k = \frac{2j\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \dots = \beta \left(j + \frac{\sqrt{\nu^2 - \nu_p^2}}{\nu} \right)$

amplitude diminue

et $p(x, t) = p_0 e^{-\beta x} e^{j(\beta c x - \omega t)}$

On veut calculer l'impédance acoustique spécifique :

$$Z_s = \frac{P}{\underbrace{Sv}_{\text{débit volumique}}}$$

Remarque : on a puis $p(x,t)$ OPH croissante. On néglige l'onde de retour car on suppose qu'il y a adaptation d'impédance (à vérifier a posteriori).

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \Rightarrow \underline{v} = \frac{\underline{h}}{\rho_0 \omega} \underline{P}$$

$$\Rightarrow Z_s = \frac{\underline{h}}{\rho_0 \omega \pi e^{2\beta z}} = \frac{\beta(j + \sigma)}{\rho_0 2\pi^2 \nu e^{2\beta z}}$$

Que se passe-t-il physiquement ?

Au cours de la propagation, $|Z_s|$ diminue. A la sortie, dans l'air libre, $Z_s = 0$ (le milieu n'est plus confiné).

On a réalisé une adaptation d'impédance.

Analyse en fréquence : $\nu \gg \nu_p \Rightarrow Z_s = \frac{\beta(1+j)}{2\pi^2 \rho_0 \nu e^{2\beta z}}$

↳ l'adaptation d'impédance est d'autant meilleure que ν est élevée.

• à $V \approx V_p$: $Z_s \approx \frac{j}{\rho_0 \pi c e^{2\beta x}}$ indep. de V

↳ l'adaptation d'impédance est indep. de V .

• Application numérique :

Pour un cor d'harmonie :



$$\varnothing = 310 \text{ mm}$$

$$r = 12 \text{ mm}$$

$$L_p = 1,5 \text{ m (enroulé)}$$

$$e^{\beta L_p} = \frac{\varnothing}{r} \Rightarrow \underline{\beta = 2,17}$$

Fréquence de coupure : $\nu_p = \frac{\beta c}{2\pi} = 117 \text{ Hz}$ (raisonnable)
(correspond au Si b 1)

• $|Z_s|$ pour $L_p = 1,5 \text{ m}$ et $\beta = 2,17$:

$$\text{à } \nu = 131 \text{ Hz (Do 2)} : |Z_s| = 1,14 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{m}^{-4}$$

$$\text{à } \nu = 440 \text{ Hz (La 4)} : |Z_s| = 4,3 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{m}^{-4}$$

↳ le pavillon porte les aigus.