
NOTION DE COHÉRENCE EN OPTIQUE

Passage de Lucas le 29/09.

Éxaminateur·ices : Amélie et Éric

Niveau

L2

Commentaire du jury

- Le jury voit encore souvent des dispositifs mal alignés, avec des images présentant des aberrations, ainsi que des éléments optiques prétendument éclairés en incidence normale mais qui ne le sont pas en réalité; rappelons que de nombreux bancs d'optique peuvent être trouvés dans la collection et que l'éclairage d'un réseau en incidence normale ne s'effectue pas « à l'œil »...
- 2016 : En optique, les notions de cohérence doivent être maîtrisées. [...] Les approximations mises en œuvre dans les calculs de différence de marche doivent être justifiées a priori.

Bibliographie

- Perez *Optique fondement et application* chapitre 23
- Fox *Quantum Optics, An introduction* chapitre 2.3 page 16
- Hecht *Optique* Chapitre 9 et 12
- [texttthttps://femto-physique.fr/optique/coherence.php](https://femto-physique.fr/optique/coherence.php)

Pré-requis

- Notion d'onde électromagnétique en optique
- Optique géométrique
- Interférences à 2 ondes
- Fentes d'Young
- Notion de spectre lumineux

Expériences

- Fentes d'Young pour illustrer la cohérence spatiale et la cohérence temporelle Éclairage d'une fente source de largeur b avec une lampe QI, bifentes espacées de a + capteur CCD à une distance D . Utilisation d'un filtre interférentiel et du logiciel CALIENS.
- *Cohérence spatiale* : On fait varier la largeur de la fente source : diminution du contraste.
- *Cohérence temporelle* : On fait varier la longueur d'onde du filtre interférentiel : la taille de l'interfrange change. Permet d'introduire le fait que les figures d'interférences vont se superposer "n'importe comment".

Table des matières

1	Cohérence temporelle	3
1.1	Illustration (3')	3
1.2	Notion de longueur de cohérence (4')	3
1.3	Interprétation : modèle des trains d'onde (2')	4

2	Cohérence spatiale	4
2.1	Illustration (2')	5
2.2	Notion de largeur de cohérence (11')	5
3	La cohérence comme outil de mesure	6
3.1	Mesures spectrales (6'30)	6
3.2	Extension angulaire d'une étoile (4')	8
3.3	Questions	9
3.4	Commentaires	10

Introduction (3'30)

Comme nous l'avons vu dans un cours précédent, nous pouvons observer des interférences à travers différents montages (Michelson, fentes d'Young...). Nous avons fait des calculs et différencié les dispositifs à division de front d'onde et d'amplitude. . Nous nous ramenons au cas de deux sous-sources ponctuelles d'ondes monochromatiques de mêmes pulsations. On obtient le résultat suivant (formule de Fresnel) :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi) \quad (1)$$

Avec φ le déphasage entre les deux ondes et I_1 et I_2 les amplitudes respectives des deux sous-sources.

Nous rappelons également le montage des fentes d'Young que nous allons utiliser dans la suite : Dans ce montage

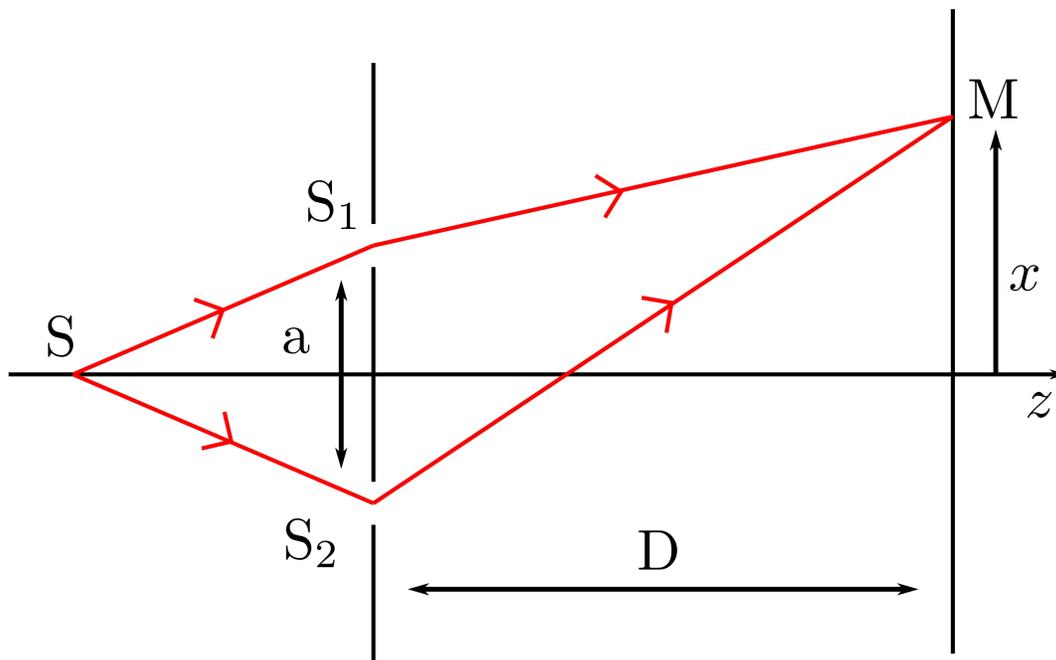


FIGURE 1 – Fentes d'Young

nous avons le déphasage au point M provenant des deux sources secondaires qui s'écrit :

$$\varphi = \frac{2\pi\nu}{c} \delta \quad (2)$$

$$= \frac{2\pi\nu}{c} \frac{ax}{D} \quad (3)$$

Expériences : On éclaire maintenant ces sources avec une lampe Quartz-Iode (QI) sans filtre interférentiel et avec une ouverture large : on n'observe pas d'interférences. Pourquoi n'observons nous pas d'interférences ? Nous ne sommes plus dans le cadre de l'équation de Fresnel. Cependant, les sources physiques ne sont jamais exactement dans les conditions de l'équations de Fresnel (i.e. source ponctuelle et monochromatique). Aussi il est nécessaire d'introduire une nouvelle notion : la notion de cohérence qui quantifie la capacité d'une source a produire des

interférences. Nous allons à travers cette leçon définir différentes formes de cohérence, illustrer leurs manifestations, et préciser l'information physique que nous pouvons en tirer.

1 Cohérence temporelle

ou : Quelle est l'influence de l'étalement spectral du spectre d'une source ?

1.1 Illustration (3')

Expérience : On éclaire des fentes d'Young avec une lampe QI. La position des franges et l'interfrange ne sont pas identiques lorsque l'on utilise un filtre bleu et un filtre rouge.

Comment expliquer ce décalage ? Dans l'interféromètre des fentes d'young on a cette expression :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu ax}{cD}\right) \right) \tag{4}$$

On remarque que la position des franges est directement influencée par la fréquence ν .

Transition : Si nous prenons maintenant plusieurs longueurs d'onde différentes, les figures d'interférences se superposent de manière incohérente (somme des intensités "classique"). Ainsi, pour une source constituée de plusieurs longueurs d'ondes, il y aura brouillage de la figure d'interférence. Concrètement on voit cela de la manière suivante :

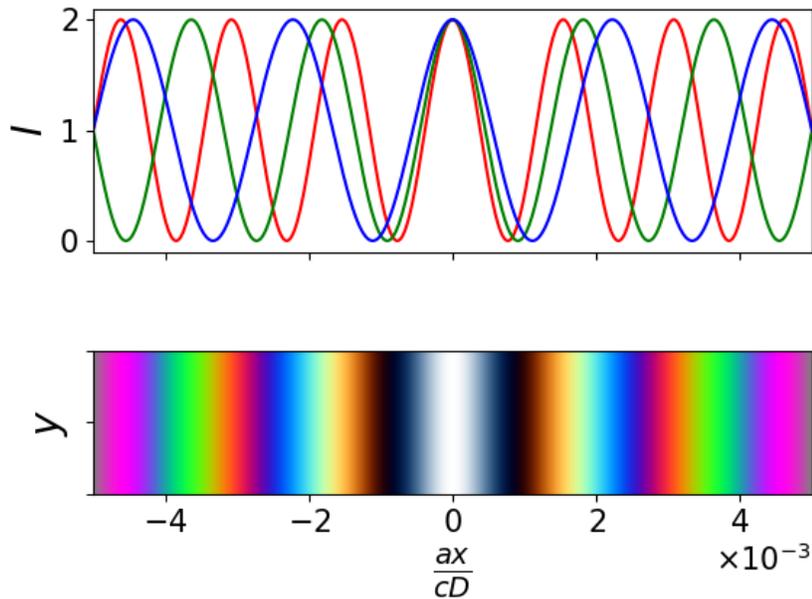


FIGURE 2 – Désolé pour le .png. Il n'y a pas d'axes sur cette figure :'

1.2 Notion de longueur de cohérence (4')

Considérons une source dont le spectre comporte plusieurs fréquences. Pour simplifier l'étude on l'approxime par une porte centré en ν_0 et de largeur $\Delta\nu$. On a vu que toutes les composantes spectrales de la source forment une figure d'interférences indépendamment des autres. Chaque fréquence donne sa propre figure d'interférences. Il s'ensuit une sommation linéaire des intensités.

On veut quantifier quelle est la largeur spectrale maximale qui permette d'observer des interférences. **Critère :** Il y a brouillage dès que les franges brillantes d'une fréquence se superposent avec les franges sombres d'une autre.

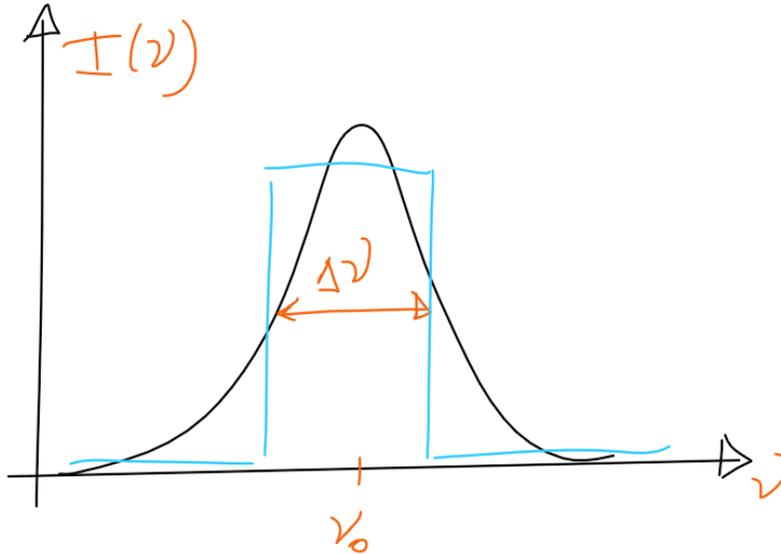


FIGURE 3 – Spectre d'une source étendue

Autrement dit, lorsque le déphasage pour 2 longueurs d'ondes distinctes vaut π . Ainsi il n'y a pas de brouillage si le déphasage entre ν_1 et ν_2 , $\varphi(\nu_2) - \varphi(\nu_1)$ vérifie :

$$\varphi(\nu_2) - \varphi(\nu_1) \ll \pi \quad (5)$$

Ce qui se traduit par :

$$\frac{2\pi\delta}{c}(\nu_2 - \nu_1) \ll \pi \quad (6)$$

Dans le pire des cas, $\nu_2 - \nu_1 = \Delta\nu$. En notant l_c la différence de marche maximum permettant d'observer des interférences, on obtient :

$$\frac{\Delta\nu l_c}{c} \approx 1/2 \quad (7)$$

$$l_c \approx \frac{c}{\Delta\nu} \quad (8)$$

l_c est appelé **longueur de cohérence temporelle**. Elle diminue avec la largeur spectrale de la source. Si $\delta \ll l_c$, pas de brouillage. Si $\delta \approx l_c$, brouillage partiel. Si $\delta \gg l_c$, brouillage total.

Ordres de grandeur :

- LASER He-Ne : $l_c \approx 30$ cm
- LASER He-NE stabilisé : $l_c \approx 30$ km (!)
- Lumière blanche : $l_c \approx 3 \mu\text{m}$

1.3 Interprétation : modèle des trains d'onde (2')

Nous pouvons interpréter ceci avec le modèle des trains d'ondes. En effet, l'élargissement spectral de la source est notamment du au fait qu'elle n'émet pas un signal sinusoïdal infini dans le temps (modèle de l'OPPH) mais émet des trains d'ondes, c'est à dire des portions de sinusoïdes déphasées les unes des autres, de durée et d'extension finies.

On voit que lorsque la différence de marche est trop grande, deux trains d'onde cohérents en S_1 et S_2 perdent leur cohérence entre les fentes et l'écran (même chemin optique mais fréquences différentes donc déphasage différent).

Transition : Ainsi on observe que l'élargissement spectral induit un brouillage de la figure d'interférence. Cependant, ceci n'a pas que des désavantages : en effet, ce brouillage contient de l'information physique.

2 Cohérence spatiale

ou : Quelle est l'influence de l'extension spatiale de la source sur la figure d'interférences.

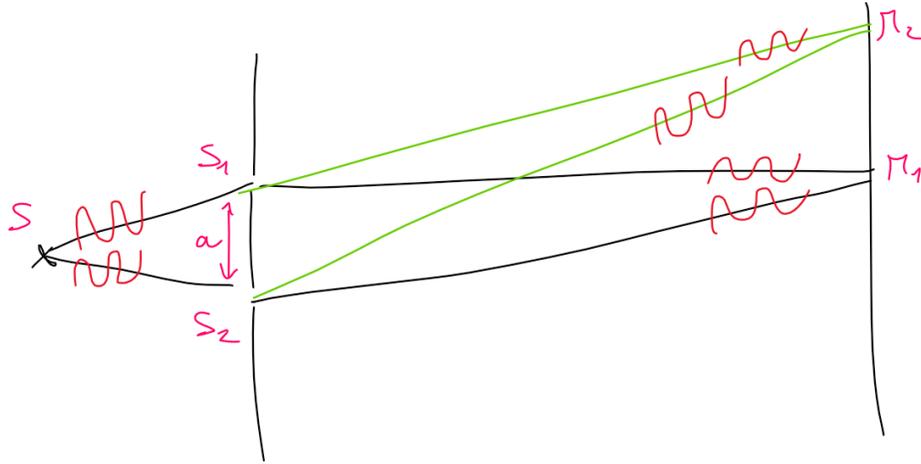


FIGURE 4 – Schéma du modèle des trains d'ondes

2.1 Illustration (2')

Rappel : Décalage de la figure d'interférences

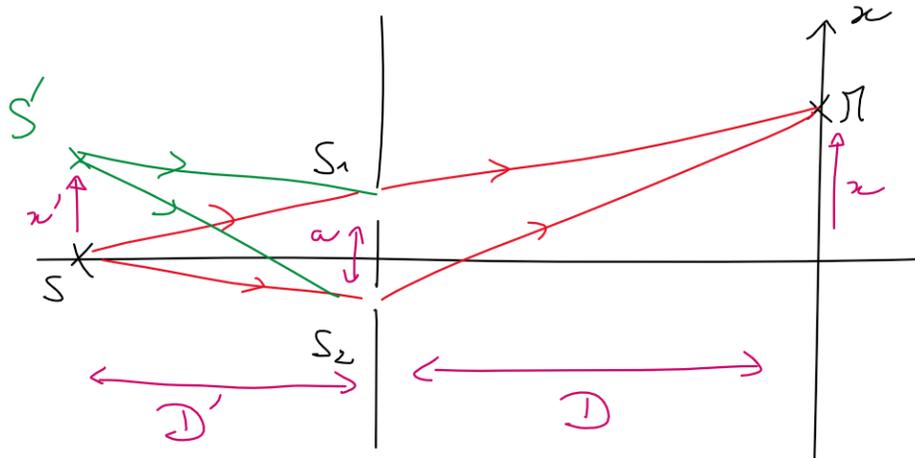


FIGURE 5 – Fente d'Young pour un point source hors de l'axe

On remarque que les rôles de x' et x dans la différence de marche entre deux rayons mais avec une distance D' . Ainsi, la différence de marche pour un point source positionné en x' s'écrit

$$\delta = \frac{ax}{D} + \frac{ax'}{D'} \quad (9)$$

La valeur de l'intensité sur l'écran est alors donnée par :

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\nu}{c} \left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{D'} \right) \right) \right) \quad (10)$$

Donc la position des interférences est modifiée quand on déplace la source.

Expérience : On modifie la largeur du diaphragme devant la source QI. On observe une variation du contraste et on peut aller jusqu'à la première inversion du contraste.

2.2 Notion de largeur de cohérence (11')

on considère que chaque source est incohérente et induit sur l'écran une intensité élémentaire :

$$dI = 2i_0 dx' \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax'}{D'} + \frac{ax}{D} \right) \right) \right) \quad (11)$$

Nous notons que ici $I_0 = i_0 b$ Nous avons donc l'intensité totale sur l'écran qui s'écrit :

$$I = \int_{-b/2}^{b/2} dI \quad (12)$$

$$= 2i_0 b + 2i_0 \int_{-b/2}^{b/2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax'}{D'} + \frac{ax}{D}\right)\right) dx' \quad (13)$$

$$= 2I_0 + \frac{i_0 \lambda D'}{\pi a} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ab}{2D'} + \frac{ax}{D}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{-ab}{2D'} + \frac{ax}{D}\right)\right) \right] \quad (14)$$

$$= 2I_0 \left[1 + \frac{\lambda D'}{\pi ab} \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda D'}\right) \right] \quad (15)$$

$$= 2I_0 \left[1 + \gamma \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \right] \quad (16)$$

$$(17)$$

Avec $\gamma = \text{sinc}\left(\frac{2\pi ab}{\lambda D'}\right)$. On peut définir le contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (18)$$

Nous observons alors que $|\gamma|$ correspond au contraste, c'est à dire à quelle point les interférences sont marquées (différences d'intensité entre les franges lumineuse et les franges sombres).

Simulation La première annulation du contraste correspond à la *largeur de cohérence*. Elle correspond alors à :

$$L_s = \frac{\lambda D'}{b} = \frac{\lambda}{\theta}$$

où θ est l'angle avec lequel on voit la source

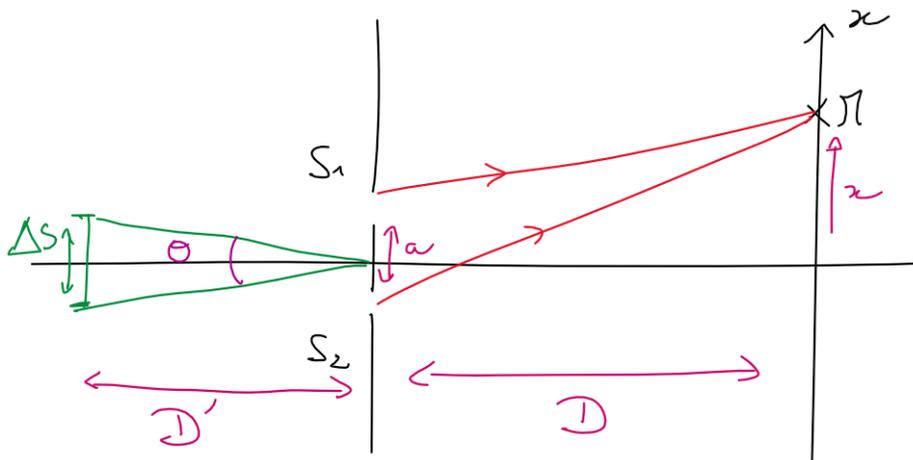


FIGURE 6 – Fente d'Young pour un point source hors de l'axe et largeur de cohérence

On a alors une source cohérente si

$$a \ll \frac{\lambda}{\theta} = L_s \quad (19)$$

À la différence du cas avec la cohérence temporelle quand on élargie la source, la figure se brouille sur toute sa longueur.

3 La cohérence comme outil de mesure

3.1 Mesures spectrales (6'30)

Intéressons nous à la lampe à vapeur de sodium. Dans un premier temps considérons que le spectre est constitué

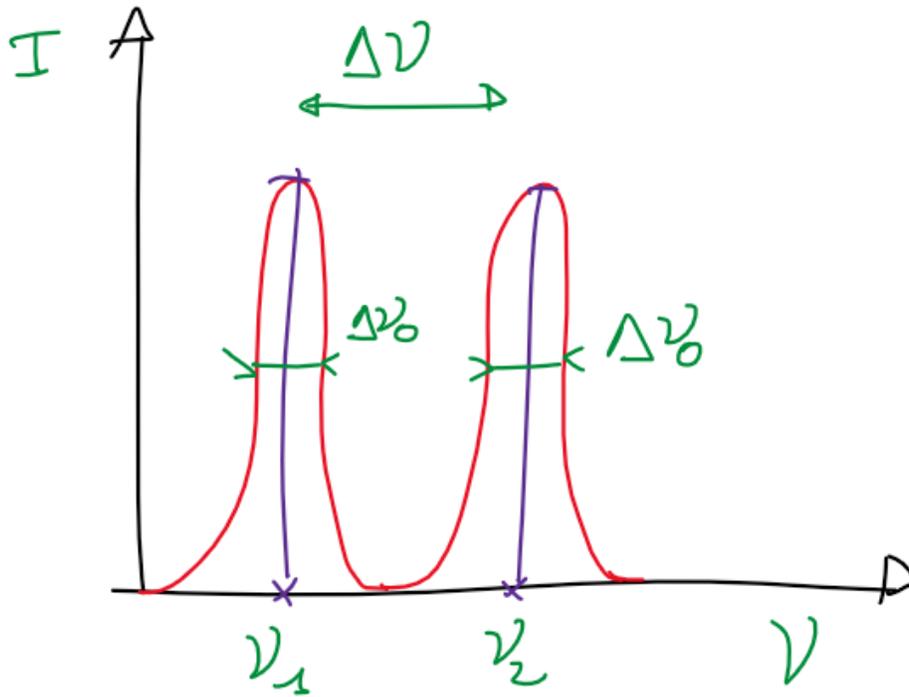


FIGURE 7 – Spectre du sodium

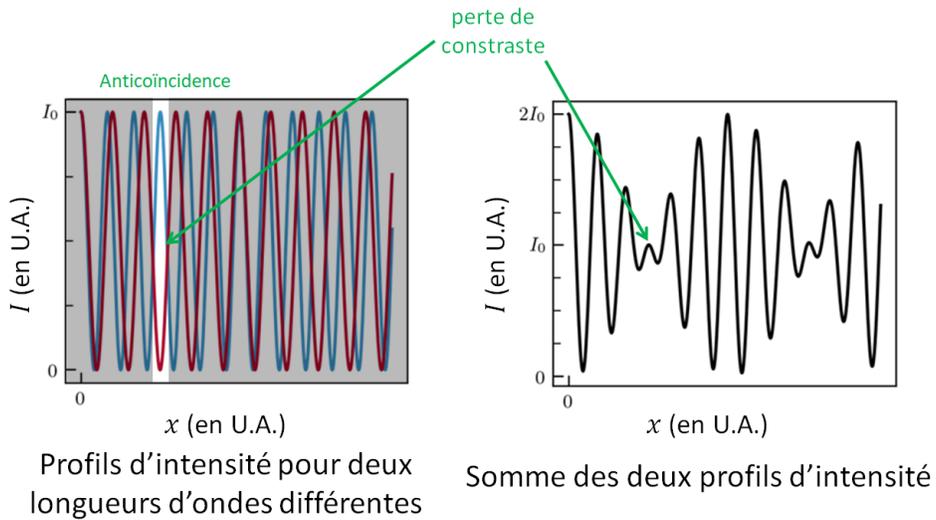


FIGURE 8 – Somme de deux cosinus. source : site de benjamin blancon

de deux pics.

Intuitivement, on estime qu'il va y avoir brouillages et non-brouillages successifs. En effet les ondes sont successivement en phase puis en opposition de phase. Calculons l'intensité qui résulte de ce doublet en supposant les deux pics de même intensités. Nous obtenons :

$$I = I_1 + I_2 \quad (20)$$

$$= 2I_{01} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu_1\delta}{c}\right) \right) + 2I_{01} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu_2\delta}{c}\right) \right) \quad (21)$$

$$= 2I_{01} \left(2 + \cos\left(\frac{2\pi\nu_1\delta}{c}\right) + \cos\left(\frac{2\pi\nu_2\delta}{c}\right) \right) \quad (22)$$

$$= 4I_{01} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi(\nu_1 + \nu_2)\delta}{c}\right) \cos\left(\frac{\pi\Delta\nu\delta}{c}\right) \right) \quad (23)$$

$$\simeq 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\nu_m\delta}{c}\right) \cos\left(\frac{\pi\Delta\nu\delta}{c}\right) \right) \quad (24)$$

$$(25)$$

Avec $I_{01} = 2I_0$ et $\nu_m = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$. On observe alors le même terme d'interférence mais modulé par un terme dépendant de $\Delta\nu$. On définit le contraste comme :

Ainsi on va voir des oscillations du contraste à mesure que l'on s'écarte du centre de la figure. En déterminant la fréquence de ces oscillation, on remonte à $\Delta\nu$.

Cas général : Le théorème de Wiener-Kintchine réalise le lien plus systématique entre densité spectrale d'énergie $g(\nu)$ et le contraste Γ :

$$TF(g(\nu)) = \Gamma \quad (26)$$

Application numérique :

Doublet du sodium (calcul d'ODG en live pour le swag?) : $\Delta\lambda = 0.6 \text{ nm}$, $\lambda_1 = 589 \text{ nm} \implies \Delta\nu = c(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2) \approx 5 \times 10^{11} \text{ Hz} \implies l_c \approx 1 \text{ mm}$.

3.2 Extension angulaire d'une étoile (4')

L'utilisation des brouillages peut également être mise à profit pour la mesure de l'extension d'une étoile.

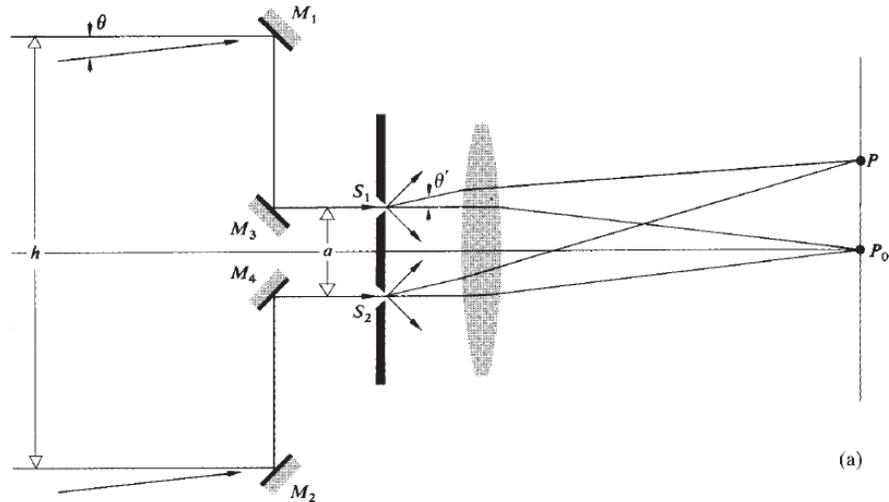


FIGURE 9 – Interféromètre stellaire de Michelson

En faisant varier l'écartement entre l'écart h entre les deux miroirs M_1 et M_2 , on observe des brouillages successifs. La position de ces brouillages permet de remonter à l'extension angulaire de l'étoile.

Le contraste est donné par la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1 $J_1(x)/x$ (tracé). Sa première annulation a lieu en $x \approx 3,83$, avec $x = \frac{\pi h}{\lambda} \theta$. On gagne en précision en repérant plusieurs pertes de contraste. Michelson a observé un brouillage pour $h = 3 \text{ m} = \frac{1,22\lambda}{\theta}$ pour $\lambda = 570 \text{ nm}$. Il a obtenu $\theta = 2,26 \times 10^{-7} \text{ rad}$.

Cas général : Le théorème de Van Cittert - Zernike fait le lien entre le contraste et la répartition de l'intensité de la source, dans le cas où l'enveloppe de l'onde varie peu à l'échelle de la longueur d'onde :

$$\gamma = \frac{\int I(x)e^{-2i\pi ux} dx}{\int I(x) dx} \quad (27)$$

Conclusion (1')

La perte de cohérence lors de l'observation d'interférences apparaît comme une difficulté expérimentale supplémentaire. Cependant, son rôle est central puisque ce phénomène permet de remonter à différentes informations physiques sur les sources : on a accès au spectre, dans le cas de la cohérence temporelle, et à la forme de la source dans le cas de la cohérence spatiale.

Nous avons remis en cause 2 des hypothèses servant à l'établissement de la formule de Fresnel (source ponctuelle et monochromatique). Nous ne sommes pas revenus sur la polarisation des ondes, supposées identiques. On pourrait également s'intéresser à la cohérence "de polarisation"...

Remarques sur le passage de Lucas

Le temps total de passage a été de 37 minutes. MAIS les expériences n'ont pas fonctionné. Il faut vraiment utiliser une fente et non pas un diaphragme.

3.3 Questions

La réponse écrite ici est une réponse formulée *a posteriori* et non pas la réponse donnée par Lucas. Elles ne se veulent pas nécessairement très détaillées, et j'espère qu'elles sont justes.

- *L'expérience n'a pas fonctionné. Pourquoi? Veux-tu 2 minutes pour la retenter?*
Peut-être un problème de lumière/extension spatiale de la source? L'expérience marche mieux avec une fente.
- *Comment tu définis le mot "cohérence"?*
Les ondes lumineuses sont le siège de fluctuations aléatoires qui remettent en cause les hypothèses du modèle de Fresnel. Ces fluctuations dégradent le contraste et brouillent la figure d'interférence. La cohérence d'une source traduit la capacité des ondes émises par la source d'interférer.
- *Tu as dit "dans la vraie vie, les interférences sont difficiles à réaliser". As-tu des exemples d'interférences visibles dans la vraie vie?*
Les bulles de savon, les flaques d'essence. Il faudrait plutôt dire "En TP,...".
- *Montage le plus simple pour voir des interférences?*
En remplaçant la lampe QI par un Laser (beaucoup plus cohérent temporellement et source quasi-ponctuelle). On ne l'a pas utilisé ici car la lampe QI + les filtres interférentiels permet de jouer avec la longueur d'onde ET avec l'étalement spatial de la source.
- *Justifier le fonctionnement du LASER par son fonctionnement. Qu'est-ce qui sélectionne la longueur d'onde du Laser? (question posée après absence de réponse à la première question).*
La cavité optique joue le rôle de filtre : il sélectionne les longueurs d'ondes.
- *Une cavité seule permet de sélectionner une longueur d'onde?*
Il faut aussi un milieu dopant qui amplifie l'amplitude des ondes. Une onde amplifiée fera plusieurs passages dans la cavité, et c'est la possibilité de faire des allers-retours qui sélectionne la longueur d'onde.
- *Utilité du Laser stabilisé?*
Expérience de Virgo par exemple.
- *Le laser de virgo est-il un laser Helium-Néon?*
Non, c'est un laser "fibré, stabilisé en fréquence, en position et en amplitude" (je ne sais pas ce que ça veut dire en pratique).
- *Relier la durée d'un train d'onde à la longueur de cohérence temporelle.*
Soit τ la durée d'un train d'onde. Au delà de $\delta > l_c$, il n'y a plus d'interférences. C'est donc que la longueur d'un train d'onde vaut l_c . Il se déplace à c donc $\tau = l_c/c$.

- *Pourquoi les trains d'ondes sont plus ou moins longs ?*
Plus un train d'onde est long, plus il est proche d'une sinusoïde, donc plus son spectre est piqué. C'est la relation temps-fréquence de Fourier. La longueur des trains d'onde est dictée par la largeur spectrale de la source.
- *Est-ce que les spectres ont tous la même forme ?*
Non évidemment...
- *Origine physique du caractère gaussien/lorentzien du spectre ?*
Les spectres gaussiens sont la signature du fait que la cause principale de l'élargissement spectral est l'effet Doppler : les atomes bougent donc leur fréquence d'émission varie. C'est le cas dans les lampes basse pression. Dans les spectres lorentziens, ce sont les chocs entre atomes qui prédominent. C'est le cas dans les lampes haute pression.
- *A-t-on les mêmes problèmes de cohérence avec des ondes mécaniques ?*
Non car on ne moyenne pas dans le temps. En optique, on mesure $I = \langle \vec{E}^2 \rangle_\tau$ avec $\tau \approx 1 \times 10^{-9}$ s pour les meilleurs détecteurs. Or, pour la lumière : $\nu \approx 1 \times 10^{15}$ Hz \rightarrow moyenné sur 1×10^6 oscillations.
Idée d'expérience : prendre une vidéo youtube d'interférences avec des ondes à la surface de l'eau. Moyenner : on observe un brouillage (stylé!).
- *Nom des couleurs sur la figure de superposition des couleurs ?*
Teintes de Newton.
- *Comment as-tu écrit le code python qui donne le contraste ?*
Il suffit de rentrer les formules du sinus cardinal. On s'inspire d'autres codes trouvés sur internet pour l'interface graphique et le curseur.
- *Lampe au sodium : l'intensité des deux pics est la même ? Justification ?*
Oui c'est à peu près la même. On s'en convainc car on observe des brouillages totaux (et non pas partiels) de la figure d'interférence (regarder la somme de 2 cos d'amplitudes différentes).
- *Écart entre les fentes d'Young et taille de la source primaire : lien avec L_c*
On a $L_c = \frac{\lambda D}{b}$. On fait le lien avec l'écart entre les fentes a avec la relation de Fourier due à la TF spatiale ? (À vérifier).
- *Lien entre facteur de contraste et Van-Cittert Zernike ?*
On a fait le calcul explicite avec la différence de marche. On peut interpréter en terme de convolution des formes des fentes, et montrer que le théorème n'est pas si abstrait que ça.
- *La transition de état excité à désexcité lors de l'émission est instantanée ?*
Non, et cela fixe la longueur du train d'onde.
- *Qu'est-ce qui joue sur la durée d'émission du train d'onde ?*
 - L'incertitude de Heisenberg : $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$: le temps d'émission n'est pas toujours le même.
 - Les atomes bougent : la fréquence d'émission n'est pas toujours la même à cause de l'effet Doppler.
 - Interactions entre les atomes (cf discussion basse pression/haute pression).
- *Largeur de raie spectrale du laser*
Typiquement 1×10^8 Hz. Dans un laser stabilisé, on supprime l'effet des chocs et l'effet Doppler (laser dans un solide???) : c'est plus fin.
- *Autres interféromètres dans lesquels la cohérence spatiale ne compte pas ?*
Les dispositifs à division d'amplitude (Michelson en coin d'air, Fabry-Pérot), les interférences sont localisées à l'infini.

3.4 Commentaires

La leçon s'enchaîne bien, les calculs sont propres. Si la manip ne marche pas au dernier moment, il faut prévoir de quoi montrer à la place pour illustrer (ici, l'animation!). Cf le site femto-physique.fr.

Il faut toujours écrire au moins 1 phrase dans les parties qu'on écrit au tableau. Cela aide le jury à suivre. SUR le contenu : très bien sur les prérequis. Le III est une très bonne idée et permet d'introduire les théorèmes de VCZ et WK sans que ce soit compliqué.

Attention aux formulations : "Michelson il trouve", "Ca va être incohérent entre ν_1 et ν_2 ".

Essayer de plus partir de la formule de Fresnel, et voir ce qu'on peut changer ? Pour tenir le jury éveillé et motiver l'étude.

En conclusion, parler des systèmes à division d'amplitude qui se passent des problèmes de cohérence spatiale. Insister sur le laser : pas de problème de cohérence (montrable en manip facilement).