

---

# CONVERSION DE PUISSANCE ÉLECTROMÉCANIQUE

---

## Niveau

### Commentaires du jury

- 2016 : Afin de pouvoir aborder des machines électriques de forte puissance, le rôle essentiel du fer doit être considéré car les forces électromagnétiques ne se réduisent pas aux seules actions de Laplace s'exerçant sur les conducteurs traversés par des courants.
- 2015 : Il est souhaitable de préciser le rôle de l'énergie magnétique lors de l'étude des convertisseurs électromécaniques constitués de matériaux ferromagnétiques linéaires non saturés.
- 2014 : Dans le cas des machines électriques, les candidats sont invités à réfléchir au rôle du fer dans les actions électromagnétiques qui peuvent également être déterminées par dérivation d'une grandeur énergétique par rapport à un paramètre de position. Jusqu'en 2013, le titre était : Conversion de puissance électromécanique. Exemples et applications.
- 2011, 2012, 2013 : Dans cette leçon, le plus grand soin dans la définition des orientations et des conventions de signe s'impose. Les applications doivent occuper une place significative dans la présentation. Ce ne sont pas les machines de technologie complexe qui illustrent le mieux les idées en jeu. Les notions de base sur l'induction sont supposées connues.
- 2008 : Cette leçon nécessite une bonne connaissance des machines présentées et de leurs applications.
- 2006 : Les principes élémentaires de l'induction ne sont pas correctement utilisés dans cette leçon qui nécessite un minimum de connaissance de la technologie des machines.
- 2005 : Il ne faut pas confondre force de Lorentz sur un porteur de charge et force de Laplace sur un conducteur. Toutes les grandeurs introduites doivent être algébriques ou vectorielles, ce qui nécessite de préciser les orientations et les bases de projection.
- 2004 : La conversion de puissance a donné lieu à des exposés purement descriptifs. Nous attendons une attitude de physicien, c'est-à-dire une justification des modèles simples proposés pour les machines à courant continu, par exemple avec les conditions d'algébrisation des grandeurs électriques et mécaniques introduites. Jusqu'en 2003, le titre était : Exemples de couplage électromécanique : haut-parleur électrodynamique, moteurs... Bilans énergétiques.
- 1999 : Les candidats doivent pouvoir donner le principe des moteurs électriques des différents types (à champ tournant, unipolaires, universels) ainsi que celui des générateurs électriques à courant continu ou alternatif. Il faut être particulièrement attentif aux signes dans cette leçon et ne pas omettre de mentionner des ordres de grandeur.
- 1998 : Il est essentiel de montrer l'importance des termes de couplage entre équation mécanique et équation électrique. Dans le bilan d'énergie global, il faut faire ressortir le rôle du champ magnétique et expliquer l'origine du bilan auxiliaire  $P_{Laplace} + P_{fem} = 0$ .
- 1997 : Dans les bilans énergétiques, deux approches sont possibles : raisonner sur le circuit mobile seulement ou sur le système constitué du circuit et des sources de B. Dans le premier cas, un fait important est que le travail des forces de Laplace extérieures subies par le circuit mobile augmenté du travail de la force électromotrice d'induction dans ce circuit et dû à son déplacement seulement, est nul ; cela provient de la nullité du travail des forces de Lorentz au niveau microscopique. Une illustration expérimentale des exemples traités, haut-parleur ou moteur, s'impose

### Bibliographie

- Electrotechnique PSI Benders page 121
- PSI Ellipse Vidal
- cours de Montrouge <https://gitlab.in2p3.fr/jeremy.neveu/Moteurs>

## pré-requis

## Expériences

- Railde Laplace : si'nspirer de cette vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=a9FBe7aHlgQ>
- Triphasé faire tourner un aiguille entre 3 bobines

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Principe de la conversion Electromécanique</b>	<b>3</b>
1.1	Observation expérimentale du rail de Laplace . . . . .	3
1.2	Mise en équation . . . . .	3
1.3	Bilan de puissance . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Machine synchrone</b>	<b>5</b>
2.1	Principe et champ tournant . . . . .	5
2.2	Présentation du moteur . . . . .	6
2.3	Détermination des champ et bilan énergétique . . . . .	6
2.4	Point de fonctionnement . . . . .	7
2.5	Problème de démarrage (Bonus) . . . . .	8
2.6	Bilan énergétiques : . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Machine à courant continu</b>	<b>9</b>
3.1	Principe de fonctionnement . . . . .	9
3.2	Bonus : Démo Equations de fonctionnement . . . . .	10
3.2.1	Couple électromagnétique . . . . .	10
3.3	Equation de fonctionnement . . . . .	11
3.4	Modes de fonctionnement (Facultatif) . . . . .	12
3.5	Rendement et bilan de puissance . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Applications</b>	<b>14</b>
4.1	Haut-parleur . . . . .	14
4.2	Catapulte électromagnétique . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Annexe</b>	<b>14</b>
5.1	Principe de fonctionnment . . . . .	14

## Introduction

Cette leçon traite de la conversion d'énergie électrique en mécanique. Concrètement cela parle des moteurs. Pourquoi faire cette leçon ? Parce que les moteurs constitue un outil essentielle dans notre vie quotidienne (électroménager), mais également à plus grande échelle (trains, machines -outils). Rien que dans une voiture on entre 10 et 100 moteurs (ventilation, essuie-glace déplacement des vitres)

La conversion électromécanique est essentielle car l'électricité est produite à un endroit (centrale nucléaire ou autre) grâce à une génératrice (conversion mécanique électrique) puis transporté pour être ensuite retransformer en énergie mécanique.

Leurs compréhension est primordiale afin de pouvoir les optimiser.

Historique : Electrotechnique PSI Brenders (page 121)

- 1821 Faraday : extraire de l'énergie mécanique à partir d'énergie électrique
- Zénobe Théophile Gramme (1826-1901) invente la dynamo et prévoit l'inversion du comportement

# 1 Principe de la conversion Electromécanique

Pour comprendre la conversion électromécanique, nous allons partir d'un cas simple : le rail de Laplace, qui nous permettra de réutiliser nos connaissances en induction et de caractériser la puissance transmise

## 1.1 Observation expérimentale du rail de Laplace

### Rail de Laplace :

Le mieux serait de faire l'expérience en s'inspirant de la vidéo <https://www.youtube.com/watch?v=a9FBe7aHlgQ> qui semble réussir sans étincelle.

Deux modes de fonctionnement :

- Générateur : on regarde à l'ampèremètre la variation d'intensité due au déplacement de la partie mobile
- Moteur : On alimente avec un générateur

Observation expérimentale

- La variation du circuit entraîne l'apparition d'un courant
- Change le sens de déplacement ou le sens de  $B$  change le signe du courant
- Le rail peut être moteur ou générateur.

Ce phénomène s'explique qualitativement grâce à la loi de Lenz. En effet en déplaçant le conducteur mobile on modifie la surface du circuit et donc le flux de  $B$  à travers le circuit, ce qui engendre l'apparition d'une force électromotrice (noté  $f_{em}$ ) et donc d'un courant dans le circuit. Ce courant crée à son tour un champ magnétique  $B'$  qui s'oppose au champ magnétique qui lui a donné naissance.

## 1.2 Mise en équation

Fonctionnement moteur :

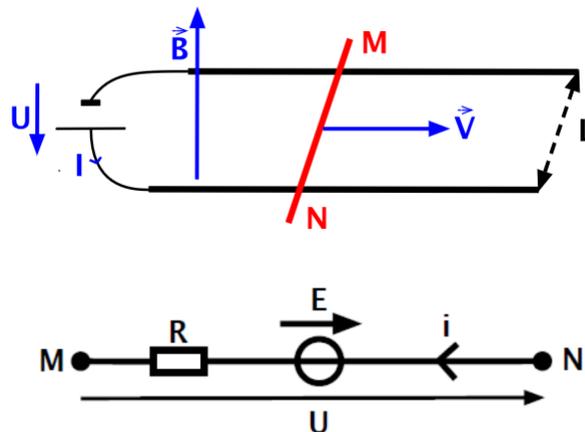


FIGURE 1 – Rail de Laplace Moteur

On commence par faire le schéma : on oriente le circuit (l'orientation est arbitraire, mais essentiel). Quand on applique un courant (il est compté positivement dans le sens de l'orientation) il y a apparition de la force de Laplace (issu de la force de Lorentz intégrée sur le conducteur) :

$$d\vec{F}_L = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

C'est bien ce que l'on observe : ODG : avec  $i=1$  A,  $L=10$  cm et  $B=0.1$ T, on obtient une force de  $F = 10^{-2}$ N, donc il faut de fort champ et de fort courants.

**Fonctionnement générateur :** Une portion de conducteur mobile à la vitesse  $\vec{v}$  dans le référentiel R soumis à un champ magnétique permanent  $\vec{B}$  est le siège d'un champ électromoteur :  $\vec{E}_m$  :

$$\vec{E}_m = \vec{v} \times \vec{B}$$

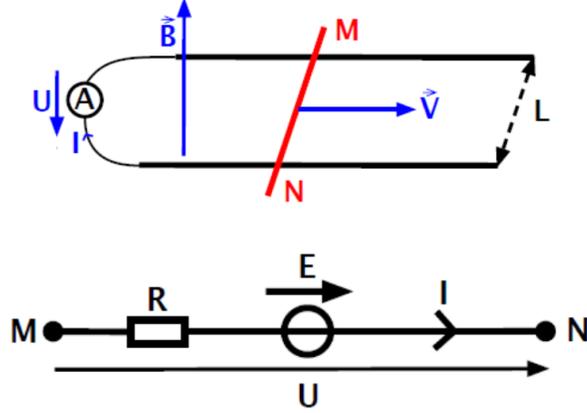


FIGURE 2 – Rail de Laplace générateur

La force électromotrice ainsi obtenue est :

$$e = \int_M^N \vec{E}_m d\vec{l}$$

On peut alors faire dans le cas générateur le modèle électrique équivalent en considérant  $R$  la résistance du conducteur.

### 1.3 Bilan de puissance

Maintenant que l'on a répertorié les forces qui jouent, nous pouvons effectuer un bilan de puissance.

On considère le conducteur mobile à une vitesse  $\vec{V}$ . Il est caractérisé par une densité de charge due aux ions :  $\rho_{ion}$  et aux électrons  $\rho_e$  qui sont eux animés par une vitesse  $\vec{v}$  par rapport au barreau. La neutralité du conducteur est neutre, ce qui impose :  $\rho_{ion} = -\rho_e$ . On peut écrire la force de Lorentz qui s'applique sur un élément  $d\tau$  de conducteur :

$$d\vec{f}_{loz} = \rho_e d\tau (\vec{E} + (\vec{v} + \vec{V}) \times \vec{B}) + \rho_{ion} d\tau (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) = \vec{j} d\tau \times \vec{B} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Avec  $\vec{j} = \rho_e \vec{v}$ . On reconnaît la force de Laplace. On peut alors calculer la puissance des forces de Laplace :

$$\begin{aligned} dP_{Laplace} &= i (d\vec{l} \times \vec{B}) \cdot \vec{V} \\ &= -i (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= -i \vec{E}_m \cdot d\vec{l} \\ &= -P_{elec} \end{aligned}$$

On a donc  $P_{laplace} + P_{elec} = 0$ . Ici on a fait ce cas sans considérer les éventuelles pertes, qui se rajouteraient au bilan. (Cependant, il est à noter que dans un cas idéal le rendement est 100% ce qui n'est absolument pas le cas dans un moteur thermique par exemple.) Cependant ici ce que l'on a traduit c'est qu'il y a identité entre la puissance électrique et mécanique, mais on n'a pas tout pris en compte. Par exemple on a considéré que le courant passe à travers le circuit constitué d'une résistance, mais on ne l'a pas pris en compte.

En prenant un cas plus concret d'un fonctionnement générateur. On applique une force mécanique extérieure, il y a alors du frottement et la force de Laplace, soit en régime permanent :  $f_L + f_{frot} + f_{ext} = 0$ . On a également un bilan sur les puissances électriques :  $P_e + P_{Joule} + P_{e,ext} = 0$  avec  $P_{e,ext}$  la puissance électrique utilisable (utiliser par le dipôle à alimenter). On a alors :

$$P_{meca,ext} + P_{frot} = -P_L = P_e = -P_{Joule} - P_{e,ext}$$

Le fonctionnement est générateur donc  $P_{meca,ext} > 0$ , une partie est dissipée par frottement  $P_{frot} < 0$ . Le tout est converti en puissance électrique. Ce qui est utile  $P_{e,ext} < 0$  est diminuer de la dissipation par effet Joule  $P_{Joule} > 0$ .

Bine maintenant que l'on a compris le principe de la conversion électromécanique nous allons pouvoir nous intéresser à des cas plus concret de conversion.

## 2 Machine synchrone

### 2.1 Principe et champ tournant

Le principe de la machine synchrone repose sur le fait qu'un moment magnétique a tendance à s'aligner avec le champ :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \times \vec{B}$$

Une manière simple de le comprendre est de considérer une spire de courant rectangulaire dans un champ :

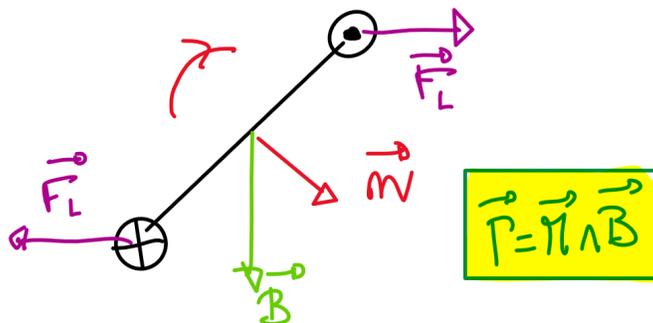


FIGURE 3 – Visualisation du moment exercer par le champ sur une spire

On comprend alors que si on fait tourner le champ, notre moment magnétique va suivre. Ici c'est un raisonnement avec les mains qui permet de faire le lien avec la partie précédente et qui permet de comprendre ce qu'il se passe.

Il nous faut donc un champ tournant :

Aiguille qui tourne dans 3 bobines déphasé de  $2\pi/3$ . L'aiguille au repos ne démarre pas. Elle nécessite une pichnette.

**Théorème de Ferraris.** Trois bobinages décalés de  $2/3$  alimentés par des courants sinusoïdaux triphasés équilibrés de pulsation! sont équivalents à un rotor fictif bipolaire tournant à la vitesse. Ce rotor fictif passe par l'axe d'une bobine quand le courant y est maximum. **Principe :**

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = B_s \left[ \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \vec{n}_1 + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \vec{n}_3 \right]$$

$$\vec{n}_1 = \vec{u}_x$$

$$\vec{n}_2 = -\frac{1}{2} \vec{u}_x + \sqrt{\frac{3}{2}} \vec{u}_y$$

$$\vec{n}_3 = -\frac{1}{2} \vec{u}_x - \sqrt{\frac{3}{2}} \vec{u}_y$$

On a finalement :

$$B = \frac{3}{2} B_s (\cos(\omega t) \vec{u}_x + \sin(\omega t) \vec{u}_y)$$

En modélisant l'aiguille par un moment magnétique  $\vec{M}$  elle subit un couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \times \vec{B}$$

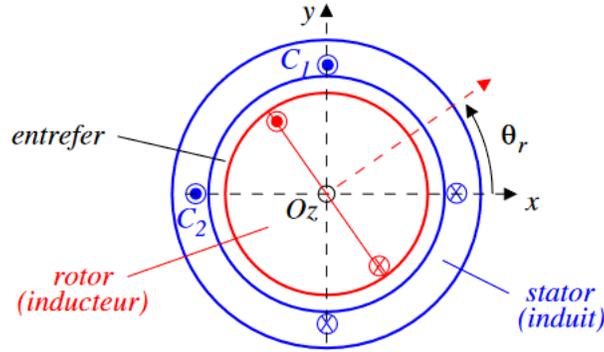


FIGURE 4 – Image de principe de la machine synchrone

## 2.2 Présentation du moteur

Cependant dans un moteur, on n'a pas simplement trois bobines qui font tourner une aimant. On a plutôt :

- **Le stator** : Le stator est la partie fixe. C'est sur lui que l'on va positionner des bobines pour faire un champ tournant pour imposer une champ magnétique radiale dans l'entrefer. On utilise des matériaux ferromagnétique pour canaliser les lignes de champs.
- **Le rotor** : C'est la partie mobile. Il est solidaire de l'arbre mécanique et on y fixe la bobine de l'induit
- **L'entrefer** : Espace entre le rotor et les stator, il doit être le plus petit possible pour maximiser le champ B

### Description électrique :

- L'inducteur est le circuit permettant de faire un champ dans l'entrefer. Il est sur le stator
- L'induit est le circuit sur le rotor qui est soumis à la force de Laplace.

Ici on remarque qu'il y a partout du fer doux. Ceci permet de canaliser les lignes de champs. Nous n'allons ainsi pas faire un raisonnement sur les forces de Laplace mais plus un raisonnement sur l'énergie accumulé par le champ dans la machine (on va voir que ce la se réduit à l'entrefer). Mais pour cela nous devons déterminer le champs partout.

## 2.3 Détermination des champ et bilan énergétique

On peut alors montrer que le champ créer par une spire de courant du stator est radiale et s'écrit (voire annexe On utilise le théorème d'ampère  $\oint H dl = I$  avec  $H_{fer} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$  et  $H_{entrefer} = \frac{B}{\mu_0}$ ) :

$$B_r = \frac{\mu_0 I_r}{2e} \quad \text{Pour } \gamma \in [-\pi/2, \pi/2]$$

Le champ est alors antisymétrique par rapport à la verticale et discontinue.

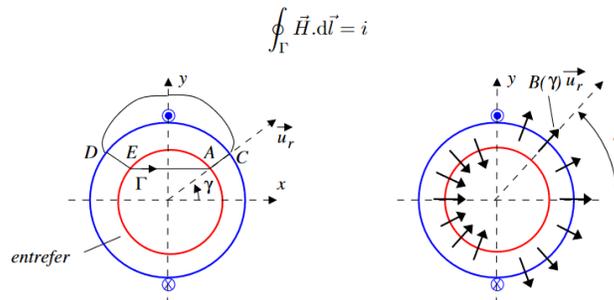


FIGURE 5 – Champ par une spire

Si on ajoute des encoches décalé, on peut "harmoniser le champ et le rendre quasi sinusoidale. Aussi pour une spire faisant un angle theta avec l'horizontale on aura un champ radiale dont l'amplitude à un angle gamma sera :

$$B_s = K_s I_s \cos(\gamma)$$

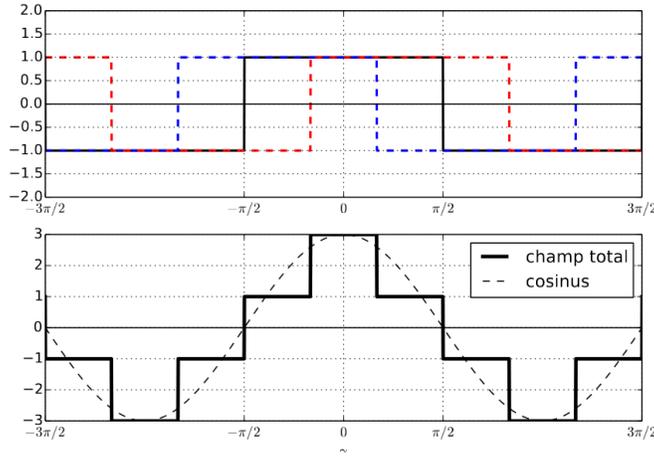


FIGURE 6 – Champ par le stator

Le terme en  $K_s$  prend en compte la géométrie du rotor

En imposant un courant variable on a finalement un **Champ glissant** :

$$\vec{B}_s = K_s I_s \cos(\omega t - \gamma) \vec{u}_r$$

De la même le rotor constitue un bobinage parcouru par un courant permanent. On peut alors déterminer le champ dans l'entrefer en notant  $\theta$  l'angle entre la normale de la spire et la direction où on mesure le champ rotorique :

$$\vec{B}_r = K_r I_r \cos(\gamma - \theta) \vec{u}_r$$

**Énergie magnétique** : On peut alors calculer l'énergie emmagasiner dans l'entrefer : La densité volumique d'énergie magnétique s'écrit (dans un milieu isotrope homogène) :  $\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$ . On va donc l'intégrer sur tout l'espace. Mais on se rends compte que cela va être non nulle uniquement dans les parties où il n'y a pas de milieu ( $\mu_r \rightarrow \infty$ ). Donc l'énergie magnétique s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{mag} &= \int_{\text{entrefer}} \frac{B^2}{2\mu_0} dV \\ &= \int_{\text{entrefer}} \frac{B_r^2}{2\mu_0} dV + \int_{\text{entrefer}} \frac{B_s^2}{2\mu_0} dV + \int_{\text{entrefer}} \frac{B_r B_s}{\mu_0} dV \end{aligned}$$

Avec  $dV = \frac{V}{2\pi} d\gamma$ .

Ce qui va nous intéresser ici c'est de déterminer comment varie l'énergie avec l'angle  $\theta$  car c'est  $\theta$  qui va nous donner l'angle du moteur. Les deux première intégrales donnent des constantes par rapport à  $\theta$  et la dernière donne un terme proportionnel à  $\cos(\theta)$  :

$$E_{mag} = \frac{V}{4\mu_0} \left( (K_r I_r)^2 + (K_s I_s)^2 + 2K_r I_r K_s I_s \cos(\theta - \omega t) \right)$$

(Je ne pense pas que le détail du calcul soit intéressant... mais sinon les deux cours en biblio le font bien)

## 2.4 Point de fonctionnement

Maintenant que l'on a l'énergie, on peut déduire le couple exercé sur le rotor car :

$$\Gamma = \frac{\partial E_{mag}}{\partial \theta} \Big|_I$$

$$\Gamma = \frac{V K_r I_r K_s I_s}{2\mu_0} \sin(\omega t - \theta)$$

avec ici  $\theta = \Omega t + \theta_0$  On remarque alors que pour que le moteur transmettent un couple il faut qu'il soit non nulle en moyenne et donc que  $\Omega = \omega$ . On a donc :

$$\langle \Gamma \rangle = M_0 B_0 \sin(\theta_0) \vec{u}_z$$

**Stabilité :** On remarque que le couple est maximal quand  $\theta_0 = \pi/2$ . Si le moteur est soumis à un couple résistant, cela impose un retard ( $\theta_0$  mais le moteur reste synchrone). Cependant il faut également que le point de fonctionnement soit stable, c'est à dire qu'une petite variation de  $\theta$  entraîne un retour vers l'équilibre. On part

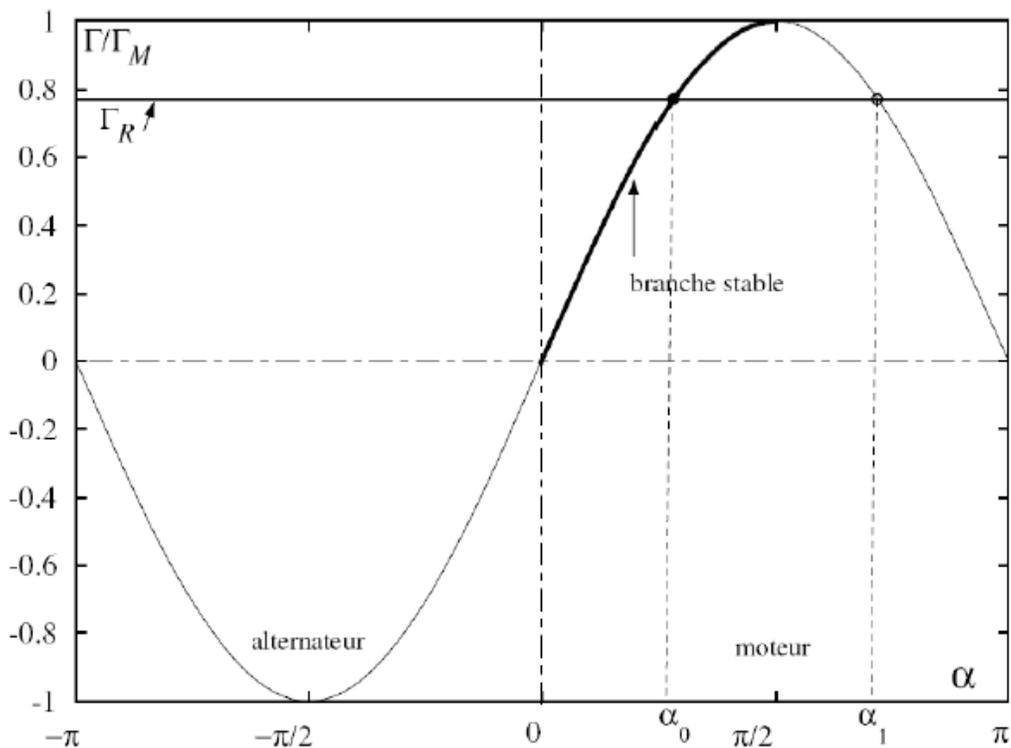


FIGURE 7 – Caractéristique  $\Gamma(\theta_0)$ , (code python sur le site de fracis)

de  $\alpha \in [0, \pi/2]$  Si la perturbation fait prendre du retard au retors, alors le couple moteur augment et le moteur rattrape sont retard.

## 2.5 Problème de démarrage (Bonus)

"L'avantage du moteur synchrone est qu'il est facilement commandable en vitesse par la vitesse de rotation du champ statorique car les deux vitesses sont égales. Mais l'inconvénient de ce moteur est que son couple au démarrage est de valeur moyenne nulle (car le rotor n'a pas encore accroché le champ statorique et sans couple il ne peut commencer à vaincre le couple de charge). Il faut noter que certaines motrices de TGV sont pourtant équipées de moteurs synchrones. Le problème du démarrage est résolu par un système d'électronique de puissance, consistant en des onduleurs de fréquence variable, et permettant d'établir un asservissement de l'angle interne pour obtenir de façon constante un couple moteur. On parle alors de moteur synchrone autopiloté" (cours montrouge)

On peut également faire un circuit électrique équivalent mais plus dur qu'en MMC (donc peut être gardé pour MMC) mais pour le stator cette fois ci on considère que 2 enroulement.... Il donne :

$$e'_1 = -M_0 I_r \omega \sin(\omega t - \theta_0) \quad \text{et} \quad u_1 = R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + e'_1 \quad \text{et} \quad e'_1 = M_0 I_r \omega \cos(\omega t - \theta_0) \quad \text{et} \quad u_2 = R_2 I_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + e'_2$$

## 2.6 Bilan énergétiques :

Soit on le fait ici soit on le fait en MMC... Au choix.

Il n'y a juste pas de perte par commutation.

### 3 Machine à courant continu

On peu aller turbo vite, on a déjà montré ce qu'était un rotor et un stator, on décrit juste le cocontacteur et on admet  $\Gamma = \Phi_0 I_r$  en faisant l'analogie avec le moteur synchrone

Utilisation : TGV 1981 "Paris-Sud Est", métro de Lyon (1978), jouets.

Vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANefQot=20s>

#### 3.1 Principe de fonctionnement

On considère une spire dans un champ magnétique radiale : **Description mécanique : (facultatif un schéma suffit ici, on a déjà tout décrit) :**

- **Le stator** : Le stator est la partie fixe. C'est sur lui que l'on va positionner un aimant permanent ou une bobine pour imposer une champ magnétique uniforme radiale dans l'entrefer. Cela peut être réalisé grâce à des aimants permanent (pour de petits moteur) ou des bobines que alimentées en helmoltz (c'est l'inducteur). On utilise des matériaux ferromagnétique pour canaliser les lignes de champs.
- **Le rotor** : C'est la partie mobile. Il est solidaire de l'arbre mécanique et on y fixe la bobine de l'induit
- **L'entrefer** : Espace entre le rotor et les stator, il doit être le plus petit possible pour maximiser le champ B

**Description électrique :**

- L'inducteur est le circuit permettant de faire un champ dans l'entrefer. Il est sur le rotor
- L'induit est le circuit sur le rotor qui est soumis à la force de Laplace.

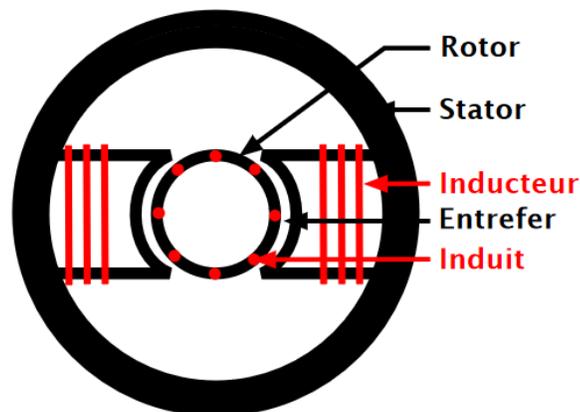


FIGURE 8 – *Petit jargon de l'electrotechnicien*

**Principe :** On considère une spire dans un champ magnétique radiale. Elle est soumise au force de Laplace et tourne jusqu'à s'aligner verticalement.

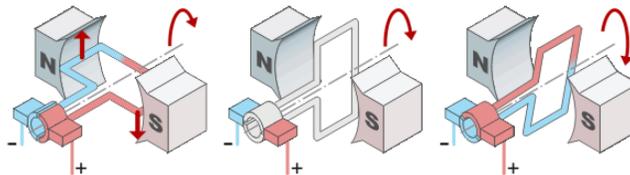


FIGURE 9 – *Principe de la MMC*

On comprends alors que pour qu'elle continue de tourner, il faut que le courant change de sens. C'est le rôle du collecteur. Le collecteur est constituer d'une bague et de balais.

Cependant on remarque que près de la verticale, le couple exercer par les forces de laplace est très faible... Aussi on va avoir un moteur qui tourne par acoup... Cela n'est pas ce que l'on veut. On rajoute donc plein de bobine avec des bague de commutations. Plus il y a de boucle et plus le mouvement sera doux.

**Intérêt de la MMC :** Son intérêt est de pouvoir commander sa vitesse de rotation par la tension d'alimentation et donc d'avoir un moteur à vitesse variable facilement commandable.

### 3.2 Bonus : Démo Equations de fonctionnement

"La vision précédent a l'avantage d'appliquer les notions d'électromagnétisme liées à l'induction, mais ne représente pas la réalité d'une machine réelle. En effet, dans une machine réelle les conducteurs de l'induit sont logés dans des encoches du rotor ferromagnétique. Le matériau ferromagnétique canalisant les lignes de champ magnétique venant du stator, le champ magnétique devient quasi nulle au niveau des conducteurs ce qui compromet le calcul des forces de Laplace subies par le conducteur. De plus, il n'a pas été pris en compte l'interaction mutuelle du rotor comme dipôle magnétique avec le stator. Dans les nouveaux programmes, le couple électromécanique est déduit de considération sur l'énergie magnétique stockée dans la machine et convertie en force mécanique. Cette nouvelle approche permet de prendre en compte l'effet des matériaux ferromagnétiques présents dans le rotor et leur influence réciproque sur le stator." cours electrotechnique montrouge. On va suivre cette approche. Tout d'abord il nous faut déterminer l'énergie électromagnétique contenue dans l'entrefer (en effet, on ne considère que l'entrefer, car tout le reste est constitué de pièce ferromagnétique de très grande permeabilité magnétique, ce qui fait que l'excitation magnétique y est nulle.)

#### 3.2.1 Couple électromagnétique

On peut alors montrer que le champ créé par une spire de courant horizontale du rotor est radiale et s'écrit (voire annexe On utilise le théorème d'ampère  $\oint H dl = I$  avec  $H_{fer} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$  et  $H_{entrefer} = \frac{B}{\mu_0}$ ) :

$$B_r = \frac{\mu_0 I_r}{2e} \quad \text{Pour } \theta \in [0, \pi]$$

Le champ est alors antisymétrique par rapport à l'horizontale et discontinue. Si on ajoute des encoches décalé, on peut "harmoniser le champ et le rendre quasi sinusoidale. Aussi pour une spire faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale on aura un champ radiale dont l'amplitude à un angle  $\gamma$  sera :

$$B_r = K_r I_r \cos(\gamma - \theta)$$

Le terme en  $K_r$  prend en compte la géométrie du rotor

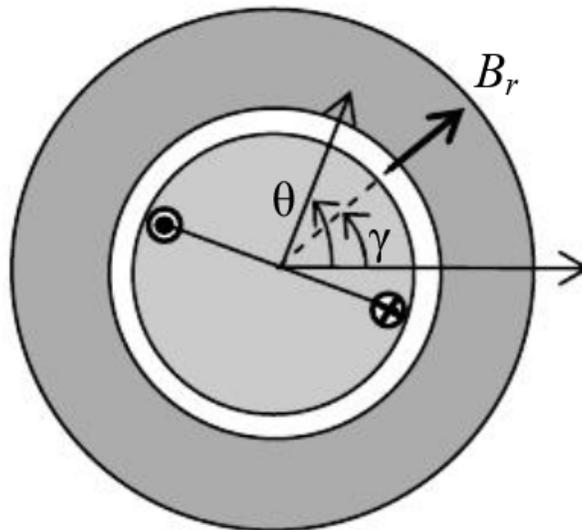


FIGURE 10 – Schéma de la situation

De la même manière le champ créé par le stator est radial de la forme :

$$B_s = K_s I_s \cos(\gamma)$$

Le facteur  $K_s$  prend en compte la géométrie. Je ne suis pas sûr que ce soit exactement cela. En effet dans le programme PSI on déduit le MMC du moteur synchrone, en disant ça marche pareille, à la différence que dans le moteur synchrone il y a bien des spire un peut partout homogénéisant la discontinuité de champ. Dans notre cas, ça ne marche pas. Cependant, cela n'aura aucune influence dans le calcul.

### Energie électromagnétique dans l'entrefer :

La densité volumique d'énergie magnétique s'écrit (dans un milieu isotrope homogène) :  $\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$  on va donc l'intégrer sur tout l'espace. Mais on se rends compte que cela va être non nulle uniquement dans les parties où il n'y a pas de milieu ( $\mu_r \rightarrow \infty$ ). Donc l'énergie magnétique s'écrit :

$$\begin{aligned} E_{mag} &= \int_{entrefer} \frac{B^2}{2\mu_0} dV \\ &= \int_{entrefer} \frac{B_r^2}{2\mu_0} dV + \int_{entrefer} \frac{B_s^2}{2\mu_0} dV + \int_{entrefer} \frac{B_r B_s}{\mu_0} dV \end{aligned}$$

Avec  $dV = \frac{V}{2\pi} d\gamma$ . Les deux première intégrales donnent des constantes par rapport à  $\theta$  et la dernière donne un terme proportionnel à  $\cos(\theta)$

$$E_{mag} = \frac{V}{4\mu_0} \left( (K_r I_r)^2 + (K_s I_s)^2 + 2K_r I_r K_s I_s \cos(\theta) \right)$$

**Couple Electromagnétique** Le couple électromagnétique se déduit de l'énergie magnétique emmagasinée par :

$$\Gamma = \frac{\partial E_{mag}}{\partial \theta} \Big|_I$$

(Nous pouvons voir cela comme par analogie de la force que l'on déduit de l'énergie électromagnétique) On a donc le couple qui s'écrit :

$$\Gamma = \frac{V}{2\mu_0} K_r I_r K_s I_s \sin(\theta) \quad \implies \quad \Gamma = \Phi_0 I_r$$

On notera que dans notre cas de la machine à courant continue  $\theta$  vaut  $\pi/2$  car les balais ne sélectionne que les boucle de courant perpendiculaire au champ de l'inducteur.

### 3.3 Equation de fonctionnement

#### Couple magnétique

$$\Gamma = \frac{\partial E_{mag}}{\partial \theta} \Big|_I$$

On fait l'analogie avec le moteur précédent. On a alors :

$$\Gamma = \frac{V}{2\mu_0} K_r I_r K_s I_s \sin(\theta) \quad \implies \quad \Gamma = \Phi_0 I_r$$

Il n'y a plus de  $\omega$  parce que le stator ne fait pas un champ tournant ici.

#### Force électromotrice

On réalise un bilan de puissance :

Le champ statorique induit une force électromotrice dans le circuit électrique du rotor. La puissance mécanique du rotor provient de cette puissance électrique de l'induit, absorbé par la fem. Or on a montrer que le couplage électromécanique des force de Laplace était parfait. On en déduit que la puissance de la fem est égale à la puissance mécanique fournie :

$$P_{fem}^{absorbé} = P_{meca}^{fourni} \quad \implies \quad -ei(t) = \Gamma \Omega = \Phi_0 \Omega i(t)$$

On en déduit que :

$$e = -\Phi_0 \Omega$$

**Equation mécanique :** On réalise un théorème du moment cinétique sur le rotor caractérisé par un moment d'inertie  $J$  :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Phi_0 I_r - \Gamma_c$$

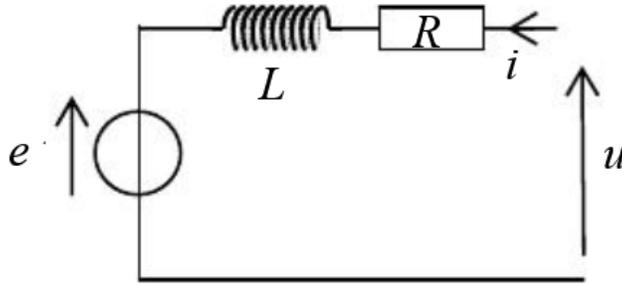


FIGURE 11 – Schéma électrique équivalent

Avec  $-\Gamma_c$  le couple résistif dû à la charge sur le moteur.

### Équation Électrique

L'enroulement du rotor est modélisé par une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $R$ . Une loi des mailles donne :

$$u = e + L \frac{dI_r}{dt} + RI_r$$

### 3.4 Modes de fonctionnement (Facultatif)

- Lorsque  $\Gamma\Omega > 0$  la machine fournit de la puissance mécanique et travaille donc en moteur (elle reçoit de la puissance électrique et fournit de la puissance mécanique). On a également  $eI > 0$  ce qui montre bien que l'on reçoit de la puissance électrique.
- À l'inverse si  $\Gamma\Omega < 0$  on a  $eI > 0$ , la machine reçoit de la puissance mécanique et fournit de la puissance électrique : elle travaille donc en génératrice.

Les deux modes de fonctionnement ont chacun deux sous-cas, correspondant à une marche avant ou arrière. On

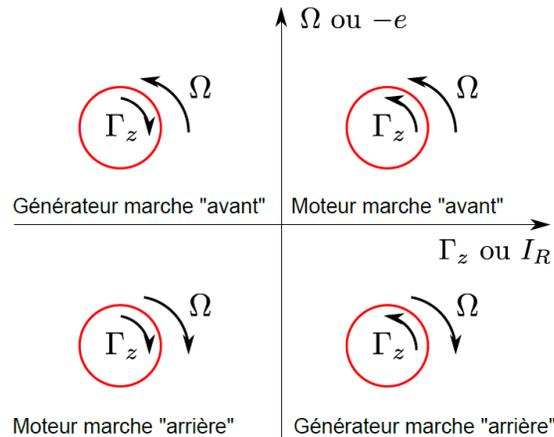


FIGURE 12 – Mode de fonctionnement

considère le système en régime permanent on a donc les équations :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Phi_0 I \\ U &= \Phi_0 \Omega + RI_r \end{aligned}$$

Donc :  $C = \frac{\Phi_0 U}{R} - \frac{\Omega}{R}$  Aussi si on connaît le couple résistance en fonction de la vitesse de rotation (donné par le charge que l'on met sur le moteur) on a plus qu'à trouver l'intersection de ses deux courbes dans le plan  $\Gamma, \Omega$

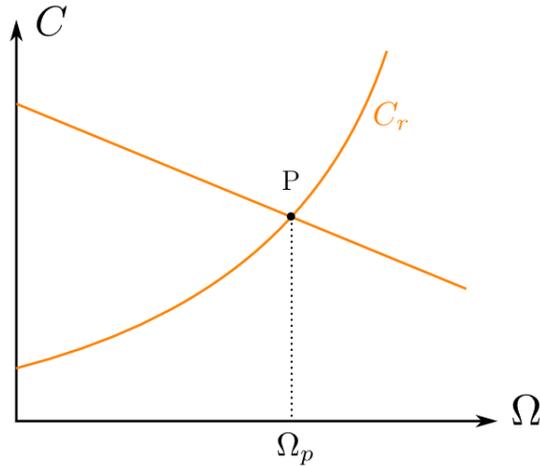


FIGURE 13 – Point de fonctionnement pour un couple résistif connu Code python sur le site de Francis

### 3.5 Rendement et bilan de puissance

Jusqu'ici on a décrit la machine réelle il convient désormais de présenter les écart par rapport à l'idéalité. Enumérons les pertes :

- Pertes Cuivres : Effet joules dans les bobinages :  $P_J = R_r I_r^2 + R_s I_s^2$
- Pertes fer : La présence de milieu ferromagnétique permet de canaliser les lignes de champs, mais il y a des pertes du à l'hystérésis de ses matériaux. Il y a de plus des pertes par courant de foucault
- Perte de commutation. Forte variation de courant dans le collecteur lors de la commutation.
- Perte par frottement

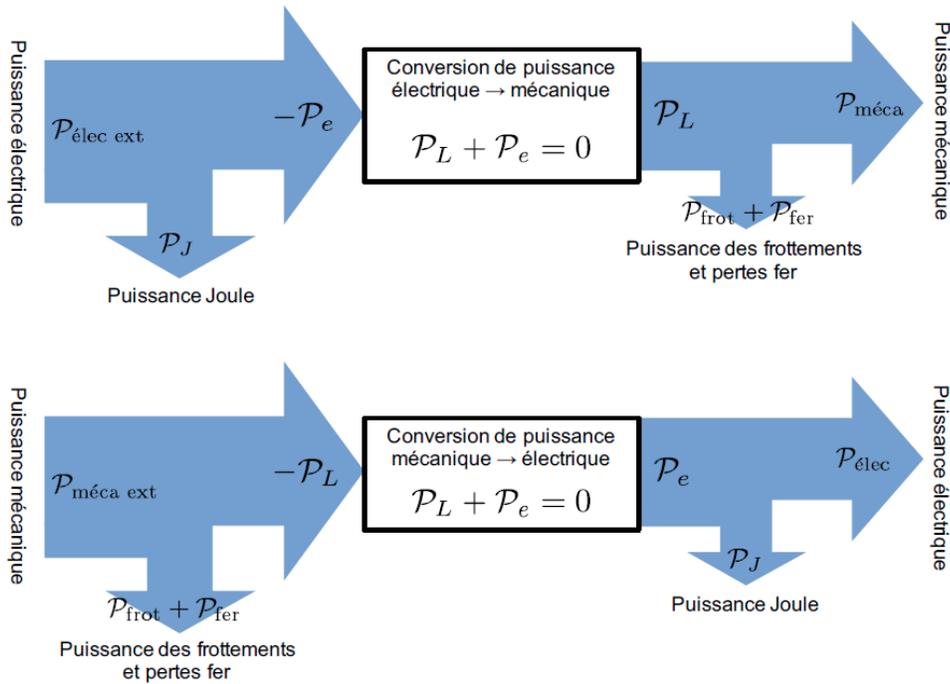


FIGURE 14 – Visualisation graphique des pertes

on peut écrire la puissance comme :

$$P_{lec,ext} - P_J - P_{com} = -P_e = P_L = P_{frot} + P_{fer} - P_{mca,ext}$$

Le rendement se définit alors dans le cas moteur part :

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_e} = 1 - \frac{P_J + P_{fer} + P_{frot}}{P_e} = 1 - \frac{R_s I_s^2 + R_r I_r^2 + \Gamma_p \Omega}{U_r I_r + U_s I_s}$$

(il manque le terme des pertes fer) Un ordre de grandeur des rendement est entre 80 et 90% pour des machines de 3 à 100 kW. On remarque que le rendement théorique accessible est borné par 100%. Ceci est très différents des machines thermique borné par le rendement de Carnot.

## Application 6

**Rendement d'un moteur à excitation indépendante**

*En fonctionnement nominal, l'alimentation de l'inducteur d'un moteur à excitation séparée se fait sous  $U_e = 200$  V avec un courant  $I_e = 0,5$  A . L'induit est alors alimenté sous  $U = 220$  V avec un courant  $I = 20$  A . Dans ces conditions, la résistance de l'induit est  $R = 0,5$   $\Omega$  . Pour déterminer les pertes collectives du moteur, on effectue un essai à vide avec la même valeur  $\Phi$  du flux et de la vitesse  $\omega$  qu'en charge.*

*Lors de cet essai, on relève un courant d'induit  $i_v = 1$  A pour une tension  $u_v = 200$  V . Déterminer le rendement  $\eta$  du moteur.*

La puissance des pertes collectives s'élève à :

$$\mathcal{P}_c \approx U_v I_v = 200 \text{ W} .$$

La puissance mécanique est égale à :

$$\mathcal{P}_M = UI - RI^2 - \mathcal{P}_c = 4 \text{ 000 W}$$

et celle fournie par les alimentations est :

$$\mathcal{P}_a = U_e I_e + UI = 4 \text{ 500 W} .$$

Le rendement s'établit à  $\eta = \frac{\mathcal{P}_M}{\mathcal{P}_a} \approx 89 \%$  .

FIGURE 15 – Application : Hprepa

**Aujourd'hui les machine a courant continue sont peut utiliser dans l'industrie. On utilise des machines a courant alternatif. En effet elles sont plus fiable, permettent une plus grande puissance volumique et utilisier des champs tournant permettent de se passer des ballais.**

## Conclusion

Nous avons mis en lumière deux machine permettant la conversion réversible de puissance mécanique en électrique. Nous notons qu'elles sont très utilisé aujourd'hui et que pour les comprendre il faut utiliser les lois de l'induction. Nous pouvons également souligner qu'il existe d'autre méthode de conversion plus appliquer à un système et pas aussi universel que les moteru. C'est le cas d'un haut parler (que nous traiterons en TD) ou encore des piezoelectrique qui couplent tension et élongation. On notera qu'un résultat important ici est le fait que les puissance du à la Fem induite et la puissance mécanique qui l'a provoqué sont identique, ce qui permet des rendement supérieur à ceux des machines thermiques.

## 4 Applications

### 4.1 Haut-parleur

### 4.2 Catapulte électromagnétique

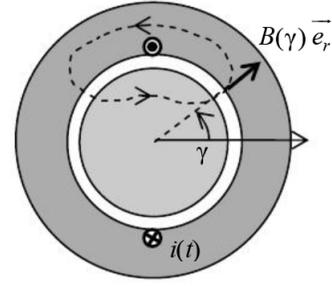
## 5 Annexe

### 5.1 Principe de fonctionnement

Dans la machine synchrone le bobinage du stator crée un champ tournant et le stator est assimilé à un moment magnétique  $\vec{M}$ .

On reprend l'exemple du cours et on trace une ligne de champ créée par une phase du stator. Le théorème d'Ampère appliqué sur cette ligne de champ s'écrit :  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlacé}}$ .

Or la perméabilité du stator et du rotor est infinie donc l'excitation magnétique est nulle dans le milieu. L'intégrale se simplifie à l'entrefer. Maintenant on remarque que le plan vertical est un plan de symétrie pour la distribution de courant donc d'antisymétrie pour le champ magnétique, donc les deux produits scalaires  $\vec{H} \cdot d\vec{l}$  sont identiques dans les deux entre-



fers. Le théorème d'Ampère devient :  $2H_{\text{air}}(\gamma)e = 2\frac{B(\gamma)}{\mu_0}e = i_1(t)$  et on obtient :

$B(\gamma) = \frac{\mu_0 i}{2e}, \forall \gamma \in ]-\pi/2, \pi/2[$ . Un « cosinus » peut s'approcher de la courbe du champ magnétique (pointillé). En ajoutant des enroulements et en les répartissant correctement, on peut obtenir un champ sinusoïdal.

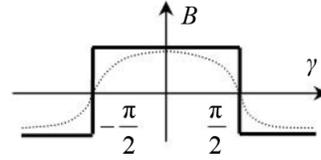


FIGURE 16 – Champ créer par une spire dans l'entrefer (PSI Ellipse Vidal)

On considère le champs tournant :

$$B = \frac{3}{2}B_s(\cos(\omega t + \theta_0)\vec{u}_x + \sin(\omega t + \theta_0)\vec{u}_y)$$

avec  $\theta_0$  l'angle entre le champ et le moment magnétique à  $t=0$ . On considère le moment magnétique tournant à la vitesse  $\Omega$  :

$$\vec{M} = M_0(\cos(\Omega t)\vec{u}_x + \sin(\Omega t)\vec{u}_y)$$

On en déduit le couple subit par le rotor :

$$\Gamma = \vec{M} \times \vec{B} = M_0B_0 \sin((\omega_0 - \Omega)t + \theta_0)\vec{u}_z$$

Si on veut transmettre un couple, il faut que la valeur moyenne de se couple instantané soit non nulle. Ceci n'est possible que pour  $\Omega = \omega$  d'où le nom de machine synchrone :

$$\langle \Gamma \rangle = M_0B_0 \sin(\theta_0)\vec{u}_z$$

(Pour retrouve ce résultat on peut aussi reprendre les calculs précédent pour la MMC et remplacer le champ du moteur par le champ tournant :

$$E_{\text{mag}} = \frac{V}{4\mu_0} \left( (K_r I_r)^2 + (K_s I_s)^2 + 2K_r I_r K_s I_s \cos(\theta - \omega t) \right)$$

ce qui nous donne un couple :  $\Gamma = \frac{VK_r I_r K_s I_s}{2\mu_0} \sin(\omega t - \theta)$  avec ici  $\theta = \Omega t + \theta_0$