Ondes acoustiques

Niveau

Commentaires du jury

- 2017 : La contextualisation et des applications de la vie courante ne doivent pas être oubliées dans cette leçon qui se résume souvent à une suite de calculs. De plus, les fluides ne sont pas les seuls milieux dans lesquels les ondes acoustiques peuvent être étudiées.
- 2014 : Cette leçon peut être l'occasion de traiter les ondes acoustiques dans les fluides ou dans les milieux périodiques, certes, mais elle peut aussi être l'occasion de traiter les deux cas qui donnent lieu à des phénoménologies très différentes.
- 2013 : [À propos du nouveau titre] Le candidat est libre d'étudier les ondes acoustiques dans un fluide ou dans un solide élastique. Jusqu'en 2013, le titre était : Ondes acoustiques dans les fluides.
- 2011, 2012, 2013 : Cette leçon peut être l'occasion d'introduire le modèle limite de l'onde plane progressive harmonique et de la comparer éventuellement à l'onde sphérique.Jusqu'en 2008, le titre était : Ondes sonores dans les fluides.
- 2008 : L'aspect énergétique est trop souvent négligé. L'approximation acoustique est souvent mal dégagée. Pour 2009, le terme sonore est remplacé par le terme acoustique pour indiquer qu'on peut s'intéresser à des signaux non audibles par l'homme.
- 2007 : L'aspect énergétique est trop souvent négligé. On remarquera que les ondes sonores ne sont pas toutes planes progressives et harmoniques. Jusqu'en 2003, le titre était : Ondes sonores dans les fluides. Approximation acoustique. Aspect énergétique.
- 1999 : Est-il vraiment indispensable de se placer d'emblée dans le cadre formel de la mécanique des fluides ? Un modèle unidimensionnel et scalaire n'est pas sans intérêt pédagogique. Le développement de l'aspect énergétique doit faire apparaître une densité d'énergie et un vecteur de propagation

Bibliographie

- Site avec animation

pré-requis

- Equation d'Euler
- Conservation de la masse
- OPPH

Expériences

—

Table des matières

Introduction

Que se passe-t-il quand on parle et quand on entend ? Qu'est-ce que c'est exactement, une onde sonore ? On se convainc facilement que la production de son est liée à une vibration mécanique, en mettant ses doigts sur la gorge quand on parle, ou en observant un haut-parleur en fonctionnement. On a un déplacement de membrane, qui va donc mettre en mouvement l'air à proximité. L'air en mouvement voit sa pression et sa masse volumique varier, ce qui met aussi en mouvement les particules fluides adjacentes : de proche en proche, la perturbation se propage. En fait, une onde sonore est une onde de compression-dilatation de fréquence audible (20 Hz - 20kHz). Mais ce phénomène existe aussi à d'autres fréquences. Plus généralement, pour des fréquences quelconques, on parle d'ondes acoustiques

> Si l'envie nous en prends :
> On tape des mains devant deux détecteur espacé d'une distance L en mesurant le temps de parcourt entre les réception du clappe on déduit la vitesse de l'onde. C'est pour montrer qu'il y a bien porpagation (wow on s'y attendait pas)

Il y a besoin d'un milieux matériel. (Affiche d'Alien ?)

1 Modélisation

Hypothèses :

- Fluide au repos homogène caractérisé par P_0,ρ_0
- Phénomènes dissipatifs négligées (viscosité diffusion thermique). L'écoulement est supposé parfait, donc addiabatique réversible, donc isentropique.
- Gravité négligé
- Cadre de l'approximation acoustique : on considère que l'onde constitue une perturbation infinitésimale du fluide :
  - $\vec{\mathbf{v}}(\vec{\mathbf{r}},t) = \vec{\mathbf{v}}_1(\vec{\mathbf{r}},t)$ avec $v_1 \ll V_0$ que l'on déterminera ultérieurement
  - $\rho(\vec{\mathbf{r}},t) = \rho_0 + \rho_1(\vec{\mathbf{r}},t)$ avec $\rho_1 \ll \rho_0$
  - $P(\vec{\mathbf{r}},t) = P_0 + P_1(\vec{\mathbf{r}},t)$ avec $P_1 \ll P_0$

  termes de la perturbation infiniment petits d'ordre 1, ainsi que leurs dérivées.

Ce que l'on cherche à caractériser est donc : Gif

1.1 Conséquences et linéarisations

Cons. de la masse + equation d'Euler :

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\boldsymbol{\nabla})\vec{v}\right) = -\boldsymbol{\nabla}P \quad \text{et} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{v} = 0$$

On peut linéarisé :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} P_1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{v_1} = 0$$

Ici on a 5 inconnues $\vec{\mathbf{v}}_1$, P_1 et ρ_1, mais on a que 4 équations... Il nous manque une équation : une équation de constitution.

Le l'écoulement étant isentropique, on utilise le coefficient de compressibilité isentropique :

$$\chi_S = \frac{-1}{V} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}P}_S = \frac{1}{\rho} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}P}_S \simeq \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho_1}{P_1}$$

1.2 Equation de propagation

On rassemble tout : équation de d'Alemebert pour la surpression et la vitesse :

$$\Delta P_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = 0$$

Avec $c^2 = \frac{1}{\rho_0 \chi_S} = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}$ Pour un gaz parfait on peut réécrire : $c^2 = \frac{\gamma RT}{M}$

Dans le cas de l'aire : $M = 28.8 \times 10^{-3}$ kg/mol, $T = 300K$, $R = 8.314 J/mol/K$ Donc $c = 348.2 m/s$ On compare avec la valeur initiale.

On en déduit c en assimilant l'air à un gaz parfait en évolution adiabatique réversible. On remarque la forme du type $\frac{raideur}{elasticite}$

Application : parler avec de l'helium qui est moins dense que l'air, la longueur d'onde est fixée par les variations des cordes vocales, donc si c augmente, f aussi.

Vérification des hyptohèses :

— **Hypothèse adiabatique :** On compare diffusion thermique et l'onde acoustique via les temps caractéristiques : diffusion sur une longueur d'onde : $\tau_d = \lambda^2/D$; onde acoustique : on prend une période : $T = \lambda/c$. Le rapport des deux temps caractéristique donne $\tau_d/T = \lambda c/D = c^2/fD$
On a $D = 2 \times 10^5\,\mathrm{m^2/s}$ dans l'air, $c = 340\,\mathrm{m/s}$, donc la condition $\tau_d/D \ll 1$ impose $f \ll 6GHz$, ce qui est valable en pratique. En effet c'est la gamme de l'acoustique

— **réversibilité :** on a négligé la viscosité. On va calculer le Reynolds de l'écoulement. Mais il ne faut pas prendre pour vitesse c, mais la vraie vitesse des particules. La surpression acoustique est de l'ordre de 1 Pa. On écrit l'eq. d'Euler linéarisée en ODG :

$$U = \frac{T p_1}{\rho_0 \lambda} = \frac{p_1}{\rho_0 c}$$

Cela donne la vitesse : $U = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s}$, d'où $Re = \frac{\rho U L}{\eta} \approx 2.10^2 \lambda = 2.10^2 \frac{c}{f} = 6 \times 10^4/f$. Ainsi, à 20 Hz : $Re = 3000$ largement acceptable. A 20kHz, $Re = 3$, un peu limite. L'hypothèse de réversibilité est donc moins large que celle d'adiabaticité.

— **Approximation acoustique :** On a vine trouver l'ordre de grandeur de la vitesse des particules petite devant celle du son, la surpression est également 10^5 fois plus petite que la pression atmosphérique et $\rho_1 = \chi_S \rho_0 P_1 = \frac{\rho_0 P_1}{\gamma P_0}$ donc comme pour la surpression on a un facteur 10^5

La valeur du nombre de Reynolds nous empèche de négliger complètement la viscosité pour les faibles intensités : c'est ce qui explique l'absorption lors de la propagation.

1.3 Structure de l'onde sonore

Les équations que l'on a obtenu dans l'approximation acoustique sont des équations linéaires (c'est un peu tout l'intérêt de cette approximation) : on peut utiliser le formalisme complexe pour écrire une solution en onde plane $P = P_{1,0} \exp\left(i\left(\omega t - \vec{\mathbf{k}}\vec{\mathbf{r}}\right)\right)$

En injectant cette forme dans l'équation d'onde on déduit la relation de dispertion :

$$\omega^2 = c^2 k^2$$

Avec l'équation d'Euler linéarisé, on a :

$$\rho_0 \frac{\vec{\mathbf{v}}1}{c} = P_1 \vec{\mathbf{e}}_k \quad \text{avec} \quad \vec{\mathbf{e}}_k = \frac{\vec{\mathbf{k}}}{\left|\vec{\mathbf{k}}\right|}$$

donc l'onde sonore est une onde longitudinale.

On peut alors définir la notion d'impédance qui relie les deux grandeurs couplées d'une onde. En considérant une onde palne harmonique : $\vec{v}_1 = \underline{v_1}\vec{\mathbf{n}}$

$$p_1 = \frac{\omega\rho}{k}v_1 = \rho_0 c v_1$$

Les amplitudes complexes de la surpression et la vitesse sont donc proportionnelles, avec un facteur de proportionnalité indépendant du point et du temps.

Ce facteur de proportionnalité est réel positif : les ondes de surpression et de vitesse sont en phase. On définit l'**impédance acoustique :**

$$Z = \frac{p}{v} = \rho_0 c$$

On peut faire une analogie avec le câble coaxiale.

$$Z_{\text{solide}} > Z_{\text{liquide}} \ll Z_{\text{gaz}}$$

Pour un milieu confiné on définit l'impédance spécifique :

$$Z_s = \frac{p}{Sv} = \frac{\rho_0 c}{S}$$

en considérant que la grandeur à prendre en compte est le débit volumique et non directement la vitesse du son.

1.4 Influence du milieux

milieu	**vitesse du son ($\mathbf{m \cdot s^{-1}}$)**
gaz	
dioxygène	317
air	331
diazote	339
dihydrogène	1 270
liquides	
eau	1 500
mercure	1 450
solides	
plomb	1 230
cuivre	3 750
fer	5 130
granit	6 000

FIGURE 1 – *Ordre grandeur Hprepa ondes*

Le son se propage plus vite dans les liquides que les gaz, en effet le terme de raideur est bien plus grand : Le coefficient de compressibilité d'un liquide dépend assez peu des conditions expérimentales et il est beaucoup plus faible que dans le cas d'un gaz.

On peut également faire de l'acoustique dans les solides, On aura également des ondes de compression dilatation, cependant ce n'est pas décrit par l'équation de Navier Stokes. Le terme d'élasticité dans les solide est décrit par le module d'Young E aussi on a une célérité de la forme : $c^2 = \frac{E}{\rho}$

2 Aspect énergétique

2.1 Bilan énergétique

J'intègre Physique PC, Sanz, p. 932

Vecteur de Poynting acoustique : $\vec{\mathbf{\Pi}} = (P_0 + P_1(M,t))\vec{\mathbf{v}}_1(M,t)$

Vecteur de Poynting à partir de la puissance transferée à une surface S : la puissance c'est le flux du Poynting.

Energie cinétique : Pour un volume $d\tau$: $\mathrm{d}E_c = \frac{1}{2}\rho(M,t)v_1^2(M,t)$

Expression volumique au premier ordre non nul.

Energie potentielle : l'énergie potentielle d'une particule fluide est l'énergie stockée lorsque la pression compresse la PF. Puis la PF se détend et convertit son énergie potentielle en efforts de pression sur les particules autour.

Mais on n'a pas son expression... Qu'a cela ne tienne, on la trouve avec un bilan d'énergie. La densité volumique d'énergie est la somme des densités volumiques d'énergies cinétique et potentielle.

J'vais pas recopier le bilan du Sanz, faut jouer avec un volume et faire un bilan avec le vecteur de Poynting.

On aboutit à

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \Pi(M,t) = 0$$

Analogie avec l'electromagnetisme ? Selon les prérequis qu'on met...

A 1D, on remonte à l'expression de l'énergie potentielle. On y trouve un terme d'ordre 1 et un terme d'ordre 2 :

$$e_p = P_0\chi_0 p_1 + \frac{1}{2}\chi_0 p_1^2$$

Les termes d'ordre 1 sont nuls en moyenne, ce ne sont pas ceux qui nous intéressent. Dans le bilan à l'ordre 2, on voit que l'énergie peut se stocker sous forme cinétique et sous forme potentielle : encore un couplage entre 2 grandeurs caractéristique des ondes...

2.2 Intensité sonore

Intensité sonore : puissance moyenne par unité de surface transportée par l'onde, en watt par metres carré.

Niveau sonore : $I_{dB} = 10\log\frac{I}{I_0}$, où $I_0 = 10\ 1\times10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$ le seuil d'audibilité à 4000 Hz.

Pourquoi une échelle logarithmique ? Parce que 'loreille est un récepteur logaithmique, si l'intensité est multipliée par 10, nous ne l'entendons que 2 fois plus fort.

3 Instrument à vent

On considère un tuyau cylindrique de longueur $L \gg \sqrt{S}$, où S est la section du tube. On suppose $\lambda \gg \sqrt{S}$ aussi : de cette manière, le milieu est perçu comme uni-dimensionnel pour l'onde et la surpression ne dépend que d'une variable d'espace. Le tuyau est considéré comme indéformable (sinon c'est relou, mais en vrai c'est utile dans le sang pour repérer les battements du coeur).

3.1 Réflexion

Impédance : en milieu confiné, on utilise plutôt le débit volumique que la vitesse dans la définition de l'impédance :

$$\underline{\mathrm{Z}} = \frac{\underline{\mathrm{p}}}{S\underline{\mathrm{v}}}$$

Lors d'un changement de section du tuyau, il y a changement d'impédance. Cela implique l'apparition d'une onde réfléchie dans le milieu 1 et d'une onde transmise vers le milieu 2.

Voir coef reflexion.pdf.

On obtient les expressions :

$$t = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \text{ et } r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

On obtient les coefficients de reflexion en puissace à partir des vecteurs de Poynting :

$$R = \frac{|\Pi_r|}{|\Pi_i|}; T = \frac{|\Pi_t|}{|\Pi_i|}$$

Quelques niveaux sonores	
Pièce silencieuse :	30 dB
Lave-vaisselle silencieux :	50 dB
Rue animée :	75 dB
Bébé qui pleure :	80 dB
Scooter (en accélération) :	90 dB
Cantine scolaire :	100 dB
Balladeur à fond :	105 dB
Scooter sans pot en accélération :	115 dB
Avion :	120 dB
Chantier de marteaux piqueurs :	130 dB
Boîte de nuit :	130 dB
Fusée :	180 dB

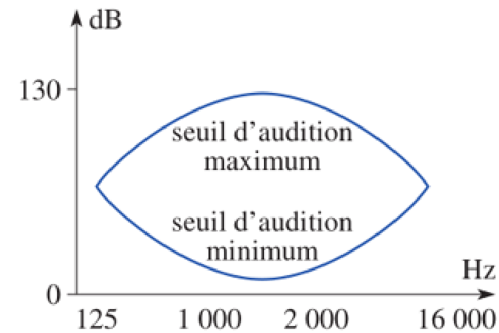

FIGURE 2 – *Niveau sonore Hprepa ondes*

Et on démontre les égalités suivantes :

$$R = r^2 = ... \text{ et } T = \frac{Z_1}{Z_2} t^2 = ...$$

Remarques :
— adaptation d'impédance lorsque $Z_1 = Z_2$ (couche de lubrifiant lors des échographies)
— Il y a toujours une onde transmise, à moins qu'une impédance soit nulle ou infinie
— avantage du double vitrage :

- Application au double vitrage :
Simple vitrage = (air) - (verre) - (air) $\Longrightarrow$ transmission $T_1 = 2.5 \cdot 10^{-8}$ donc une atténuation de 76 dB
Double vitrage = (air) - (verre) - (air) - (verre) - (air) $\Longrightarrow$ transmission $T_2 = T_1^2$ donc une atténuation de 152 dB

FIGURE 3 – *ODG des Cléments*

3.2 Mode propre

Cas d'un tuyau symétrique (par exemple ouvert aux deux extrémités) On considère R le rayon très petit devant la longueur d'onde de sorte de pouvoir considérer le l'onde unidimensionnel.

Les solution de l'équation d'onde avec des conditions fortes aux bords sont donc :

$$P_1(x,t) = P_0 \cos(\omega_0 t)(A\cos(kx) + B\sin(kx))$$

La vitesse s'en déduit grâce à l'équation d'Euler linéarisée (attention, l'onde n'étant pas progressive, on ne peut pas utiliser l'impédance acoustique) :

$$v_1 = \frac{P_0}{\rho_0 c}(A\sin(kx) - B\cos(kx))$$

Les conditions aux limites imposent $P_1(0,t) = P_1(L,t) = 0$ car on considère que le tuyau ouvert est directement soumis à pression atmosphérique. Evidement que c'est faux. Ceci impose : $A = 0$ et $\sin(kl) = 0$ donc $kL = n\pi$ les fréquences et les longueurs d'ondes sont quantifiées :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

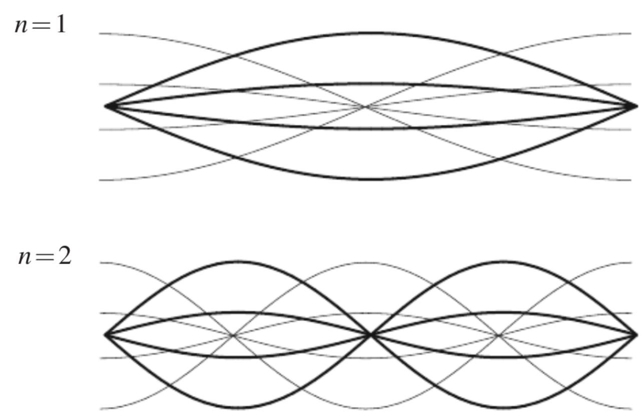

Figure 4 – *Tuyaux symétrique pression en trait épaie, Sanz Physique tout en un PC-PC**

Cas d'un tuyau mixte (par exemple fermé en x = 0 et ouvert en x = L) : C'est le cas de la flute de pan.

On écrit les conditions aux limites : l'entrée est ouverte donc $P_1(0,t) = 0$. La "sortie" est fermée, on prend $\frac{\partial P_1}{\partial x}_L = 0$.

Peut etre qu'on peut le faire qualitativement avec des dessins ?

OUI : on a aussi une quantification de la longueur d'onde mais cette fois :

$$L = \frac{\lambda_n}{2}\left(n - \frac{1}{2}\right)$$

Les instruments du type flûte sont des tuyaux symétriques, les instruments à anche (comme la clarinette) sont des tuyaux mixtes. Les tuyaux d'orgues sont ou bien symétriques ou bien mixtes. Dans tous les cas, pour jouer une note donnée, on ajuste la longueur du tube (par exemple en débouchant des trous sur une flûte ou en actionnant les pistons sur une trompette)

Le timbre, c'est-à-dire la répartition et l'amplitude des harmoniques, des deux types d'ins- truments est très différent : les tuyaux symétriques émettent toutes les harmoniques du fon- damental alors que les tuyaux mixtes n'émettent que les harmoniques impairs. En règle gé- nérale, quand on souffle dans un instrument, on excite surtout le mode fondamental mais si on souffle plus fort, on peut exciter préférentiellement des harmoniques supérieurs. C'est le cas de la trompette baroque ou du clairon, instruments privés de pistons donc pour lesquels on ne peut jouer que les harmoniques naturelles d'une note fondamentale

Ajout d'un trou : Les trous dans les instruments imposent des noeuds de pression. Cela a pour effet de rajouter une quantification sur les modes possibles : cela change le timbre de l'instrument.

Remarque : Ici on a une limite de notre modèle car on suppose qu'il n'y a pas de puissance rayonné, coup dur pour Mozart.

4 En +

4.1 Propagation dans les solides

Trouver un livre. Genre le SAnz PC P.877, mais c'est assez classique donc facile à trouver.

4.2 Impédance de rayonnement

Si vraiment on n'a rien à faire, cf le rapport de tipe.

4.3 Role du pavillon

cf une lecon deja faite tiens

Conclusion

Effet Doppler ? Onde dans les solides ? Absorption, dans la mer notamment ?
Mais aussi : aspects dispersifs, disspatifs... comme pour toute propagation d'onde.