Dynamique des fluides

Niveau

Commentaires du jury

— 2017 :Si l'évaluation du nombre de Reynolds est faite régulièrement, il est regrettable qu'un nombre de Reynolds grand devant 1 soit systématiquement associé à un écoulement turbulent. L'étude des corrections des effets de tailles finies sur certains écoulements peut être menée pour peu que ces dernières aient un sens par rapport aux erreurs expérimentales associées aux mesures. Une mesure de vitesse constante peut être effectuée très simplement, sans nécessairement faire appel à des moyens d'acquisition informatiques complexes.

— 2014-2016 : D'autres limitations des modèles (Stokes et Poiseuille en particulier) sont ignorées. Le principe des anémomètres utilisés doit être connu. Les viscosités mesurées doivent être comparées aux valeurs tabulées aux températures des expériences réalisées. Rendre l'expérience de l'écoulement de Poiseuille quantitative nécessite certaines précautions.

— 2007 :Le tube de Pitot n'est pas le seul instrument permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide.

— 2000 :L'étude de l'écoulement de Poiseuille est rarement satisfaisante, car les candidats ne savent pas où il convient de mesurer la pression. Le principe du tube de Pitot est mal connu. L'expression de la force de Stokes est connue, mais son origine (calcul, modèle, formule empirique ?) et son domaine de validité le sont moins. Est-ce vraiment une simple variante des expressions donnant la résistance de l'air à l'avancement d'une automobile ou d'une aile d'avion ?

Bibliographie

—

pré-requis

Expériences

—

Table des matières

Introduction

$$Re = \frac{\rho U L}{\eta}$$

On a deux cas limites :
— $Re \gg 1$ La diffusion domine, on parle d'écoulements visqueux ou rampants
— $Re \ll 1$ L'advection domine, on parle d'écoulements parfaits
Attention cependant : La comparaison à 1 d'un nombre de Reynolds nous permet de discriminer les cas Rampant et parfait. Cependant la distinction entre laminaire et turbulent de fait par rapport à un Reynolds critique $R_c > 1$

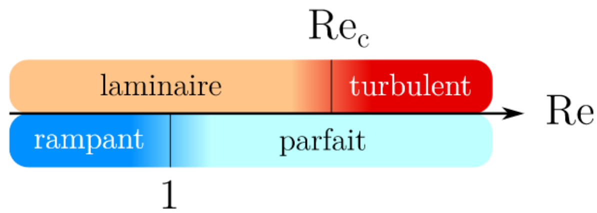

FIGURE 1 – *Les Cléments*

1 Ecoulement à bas Reynolds

1.1 Écoulement rampant : Écoulement de Poiseuille

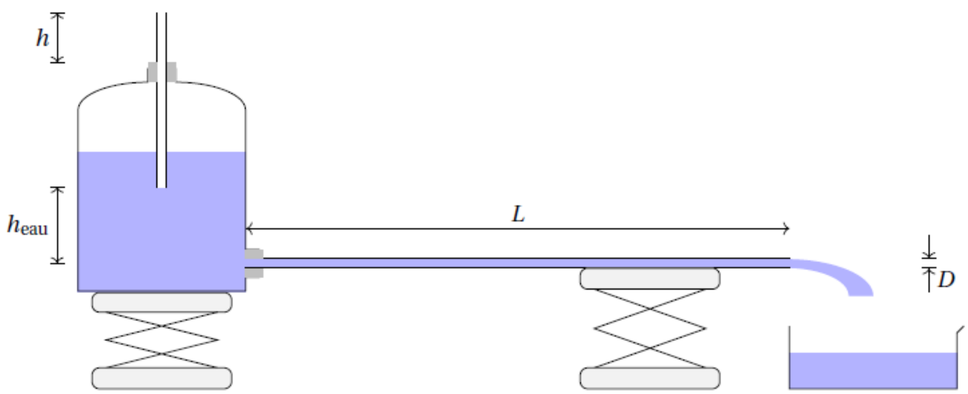

FIGURE 3.2 – Écoulement de Poiseuille dans une conduite cylindrique.

Le vase de Mariotte permet de définir la la pression en entré du tube. En effet l'hydrostatique nous donne :

$$P = P_{atm} + \rho g h_{eau}$$

(Une manière de voir le vase de mariotte est : le gaz piégé au dessus retient l'eau.)
On est dans le cas d'un Reynolds petit devant 1. On a donc un cas rampant laminaire. On a

$$Re = \frac{\rho U L}{\eta} = \frac{4 Q_v \rho}{\pi \eta D} \simeq 5 \times 10^{-2}$$

L'équation de Navier Stokes se simplifie :

$$\vec{\mathbf{0}} = -\boldsymbol{\nabla}\vec{\mathbf{P}} + \eta \Delta \vec{\mathbf{v}}$$

Dans notre cas cylindrique :

$$v(r) = -\frac{R^2}{4\eta}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Le débit volumique à travers le cylindre est alors :

$$Q_v = \frac{-\pi D^4}{128\eta}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x}$$

Le profil parabolique ne s'établit pas directement à l'entrée du tube : Cette longueur correspond à la distance pour que la couche limite soit égale au rayon du tube. C'est uniquement après cette distance caractéristique que tout le tube est "affecté par la viscosité". $R = \sqrt{\frac{\eta\delta}{\rho U}}$ **donc :** $\delta = \frac{\rho Q_v}{\pi\eta} = 3$**cm**

Poiseuille (facicule de TP)
On mesure $Q_v = \frac{\Delta m}{\rho\Delta t}$ et h (qui nous donne la hauteur H_{eau}). on fait cela pour différentes hauteur. On vérifie :

$$Q_v = \frac{\pi D^4}{128\eta}\frac{\rho g h_{eau}}{L}$$

On remonte à la viscosité de l'eau

Une remarque est que la géométrie de l'écoulement fait que dans tous les cas on est laminaire (peut importe reynolds)... heu... je suis pas convaincu, j'ai l'impression que cette géométrie d'écoulement s'établit justement parce que le reynolds est faible.

C'est pas plutôt la géométrie de la conduite qui impose que le Reynolds soit faible via le fait que la section est toute petite ?

1.2 Viscosimètre à bille

On a ici un écoulement rampant et laminaire (faible nombre de reynolds) : $\eta_{constructeur} = 0,97$Pa.s, $\rho = 970$kg/m^3, et le rayon du tube est $R = 3.2$cm, et $U \simeq 1$cm/s, les billes on un rayon de l'ordre de $r = 1$mm

$$Re = \frac{\rho U r}{\eta} = 0.01$$

En régime stationnaire on peut écrire le principe fondamentale de la dynamique sur une bille de masse volumique $\rho_b = 7830$kg/m^3 :

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} = m\vec{\mathbf{g}} + \vec{\pi} + \vec{\mathbf{F}}$$

Avec $\vec{\mathbf{F}} = -6\pi\eta\frac{r}{1-2.1\frac{r}{R}}\vec{\mathbf{v}}$. On a pris en compte les corrections due aux parois de la formule de Stokes. En régime permanant on a :

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{2}{9}\frac{\rho_b - \rho_f}{\eta}r^2 g\Big(1 - 2.1\frac{r}{R}\Big)$$

De la même manière que précédemment le régime permanant n'est pas atteint tout de suite. Pour avoir un ordre de grandeur on a $m\frac{v_{lim}}{\tau} = 4\frac{\rho_b-\rho_f}{3}\pi r^3 g$ **Donc** $\tau = \frac{2\rho_b}{9\eta}r^2$**. Le régime permanant est donc établit autour de** $l = v\tau \simeq 1$**cm**

Viscosimètre à bille :
Soit on chronomètre soit on film... On trace :

$$v = ar^2 - br^3$$

On peut remonter à la viscosité du fluide et vérifier que le rapport $b/a \simeq 2.1/R$.

On n'a pas pris en compte les effets de fond de cuves aussi on prendra garde à ne pas prendre des points trop proche du fond

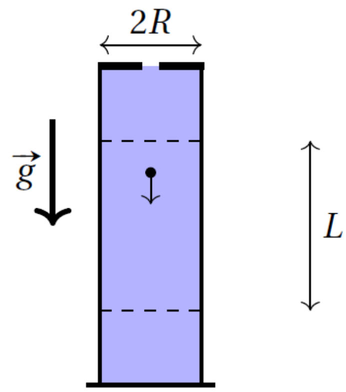

FIGURE 3.1 – Viscosimètre à bille.

2 Ecoulement à haut Reynolds

2.1 Tube de Pitot : haut Reynolds laminaire

Fruchart p. 454.

On se place à haut reynolds :

$$Re \simeq 10^3, 10^5$$

Dans un avion ou une soufflerie, la mesure de la vitesse se fait à l'aide de tubes de Pitot. C'est surtout utilisé dans les cas à grande vitesse d'écoulement, où les effets visqueux sont négligés.

D'après le théorème de Bernoulli, le long d'une ligne de courant,

$$\rho\frac{v^2}{2} + \rho g z + P = \text{cste}$$

Condition d'application du théorème de Bernouilli : Le théorème de Bernouilli est valable dans un fluide en écoulement parfait, incompressible, stationnaire, le long d'une ligne de courant. Cependant il est aussi vrai pour les écoulement stationnaire parfait incompressible irrationnel. Dans ce cas il est vrai partout et pas seulement le long d'une ligne de champ. c'est du au fait que $(v.\boldsymbol{\nabla})v = \boldsymbol{\nabla}\left(v^2/2\right) + (\boldsymbol{\nabla} \times v) \wedge v$ **et on peut enlever le terme qui nous embête si on est irrotationnel**

L'écoulement est supposé parfait, stationnaire et incompressible.

On se place entre A et B : en B, la vitesse est nulle (car une fois dans le tube, comme c'est incompressible, le fluide peut plus rentré). On applique une première fois le théorème de bernouilli entre l'infini et B : on trouve une surpression. Puis on applique une deuxième fois entre A et l'infini (pas de surpression).

On cherche la vitesse en A. On néglige la différence de hauteur entre A et B (négligeable devant le reste). Dans le tube se trouve un liquide de densité ρ_{liq}, et la différence de pression entre A et B est donnée par la statique des fluides : $\Delta P = \rho_{liq} g h$.

On remet tout ensemble : on obtient

$$\rho\frac{v_A^2}{2} = \rho_{liq} g h$$

d'où

$$v_A = \sqrt{\frac{2\rho_{liq} g h}{\rho}}$$

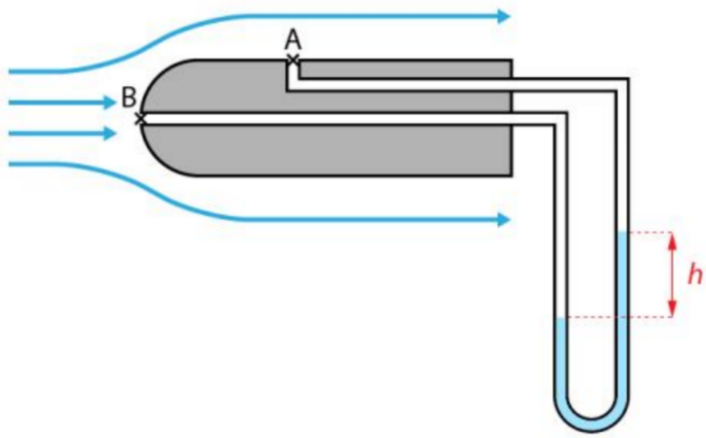

FIGURE 2 – *Schéma de principe tube de Pitot.*

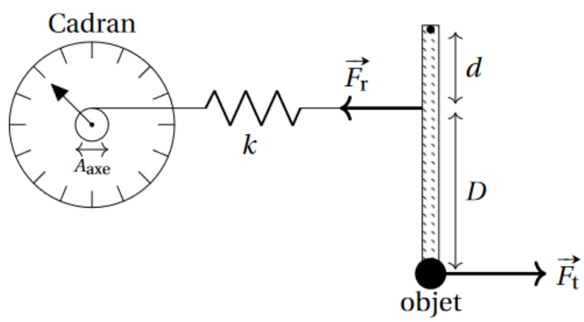

FIGURE 3 – *Schéma du dispositif de mesure de la force de trainée.*

Mesurer la vitesse de l'écoulement avec un anémomètre à fil chaud et comparer à la hauteur de montée du fluide dans le tube de Pitot. On s'attend à une loi du type : $v_A^2 = ah + b$. On peut remonter à la masse volumique de l'air (ou du liquide).

Fonctionnement de l'anémomètre à fil chaud :

On fait parcourir un fil métallique d'un courant électrique ce qui a pour effet de le chauffer. Un écoulement d'air refroidi le fil, d'autant plus que l'écoulement est rapide. La résistance dépend de la température du fil, donc une mesure de tension à courant imposé permet de déterminer la résistance du fil. La mesure est effectuée avec un pont de Wheastone, et un calibrage au préalable de l'anémomètre.

2.2 Force de trainée : haut Reynolds turbulent

Fruchart à partir de la même page.

L'expression de la force de trainée sur un objet de section S placé dans un écoulement turbulent d'un fluide de densité ρ, à la vitesse v est :

$$F_t = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2$$

où C_x est appelé coefficient de trainée (dans la direction x) et dépend de la géométrie de l'objet.

Le principe est le suivant : il s'agit de compenser la force de trainée à l'aide d'un ressort que l'on tend plus ou moins. La mesure passe par un bras de levier. Les dimensions du poly sont : $d = 5.3\,\text{cm}$ et $d + D = 26.4\,\text{cm}$ et $A_{axe} = 3\,\text{cm}$. Apparemment $k = 8.3\,\text{N/m}$, mais il vaut sûrement mieux le remesurer avec une masse connue...

On a (équilibre des moments) :

$$F_t = \frac{d}{d+D}F_r = \frac{d}{d+D}k\Delta l = \frac{d}{d+D}k\pi A_{axe}\frac{\Delta N}{40}$$

ΔN est le nombre de graduation passées pour retrouver l'équilibre des moments, à partir de l'équilibrage de départ.

Il faut donc repérer la graduation noire correspondant à l'équilibre des moments à vide. Le fascicule propose d'utiliser le disque de rayon 11.25 mm, qui a un $C_x \approx 1.17$. Il faut mesurer la vitesse de l'écoulement avec l'anémomètre.
Le tracé de F_t en fonction de v^2 permet d'accéder à C_x moyennant la valeur de la densité de l'air qu'on obtenue avant.

Conclusion

Malgré le fait qu'on ne sache pas résoudre l'équation de Navier Stokes dans le cas général, les approximations formulées permettent toutefois d'aboutir à des modèles. Ces modèles correspondent la plupart du temps à des cas limites, mais leur confrontation avec l'expérience permet de les confirmer. Les applications sont alors multiples : tubes de pitot pour des mesures de vitesse, viscosimètres, mesurer une vitesse de sédimentation, le profilage des engins volant ou des pales d'éoliennes, mais aussi plus fondamentalement pour la modélisation des écoulements et des fluides dans d'autres domaines (le sang, les ruisseaux, les dynamiques marines et océaniques, le vent, le climat,...).