MP17 : Métaux

Passage le 11/02

Niveau

Commentaires du jury

— *Ce montage doit mettre en évidence différentes caractéristiques propres aux métaux. L'étude de caractéristiques mécaniques, par exemple, nécessite une mise en perspective par rapport aux propriétés équivalentes d'autres matériaux.*
— *Pour les mesures de résistance, le principe et l'intérêt d'un montage quatre fils doivent être connus.*

Bibliographie

— Ashcroft

Expériences

—

Table des matières

1 Conductivité thermique des métaux **1**

2 Conduction électrique des métaux **2**

3 Étude mécanique : flexion d'une poutre **4**

4 Conclusion **5**
4.1 Manip surprise 6
4.2 Questions 6
4.3 Remarques 6

Introduction

On veux étudier les propriétés importantes des métaux. Pour commencer qu'est ce qu'un métal ? C'est un matériaux qui conduit l'électricité et la chaleur relativement bien. Dans la théorie des bandes, l'énergie de Fermi des métaux se trouve au milieux d'une bande. Ceci lui permet d'être un bon conducteur.

La définition d'un métal est surtout chimique : c'est un matériau dont les atomes sont unis par des liaisons métalliques, *i.e.* une liaison chimique résultant de l'action d'un fluide d'électrons délocalisés unissant des atomes ionisés positivement. **On voit tout de suite avec cette définition, que les métaux vont faire de bons conducteurs.**

1 Conductivité thermique des métaux

On considère une barre de métal (cuivre) soumise à une excitation sinusoïdale en température.

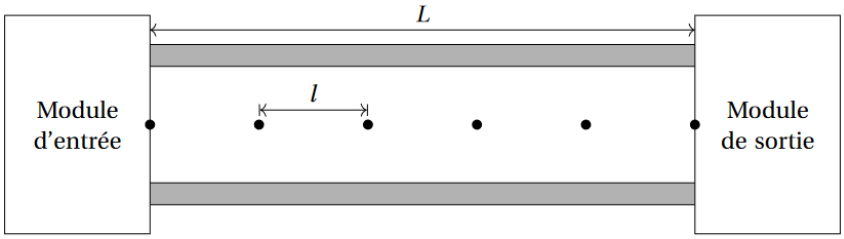

FIGURE 1 – *Schéma du dsipositif.*

La température de la barre est régit par l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{1}$$

avec $\kappa = \frac{\lambda}{\mu c}$, λ est la conductivité thermique, μ est la masse volumique, c est la capacité thermique massique.

Nous nous plaçons dans l'approximation d'un milieu semi-infini, excité sinusoïdalement à la pulsation ω. Pour que l'hypothèse semi-infini soit valide, il faut que la longueur de pénétration $\delta = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}$ soit petite devant la longueur de la barre. On veux pouvoir utiliser le maximum de capteur quand même donc nous faisons un compromis : $5\delta \simeq L$.

Mesure de la conductivité thermique du cuivre en l'excitant sinusoidalement avec un module Peltier. Le code python se charge du reste. Expression du modèle :

$$T_i(t) = T_{0i} + T_{1i}\cos(\omega t + \phi_{1i}) + T_{2i}\cos(2\omega t + \phi_{2i}) \tag{2}$$

Données pour le cuivre :

λ	$390\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
ρ	$8.96 \times 10^3 \mathrm{kg\,m^{-3}}$
c	$380\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
κ	$1.145 \times 10^{-4}\mathrm{m^2\,s^{-1}}$

TABLE 1 – *Valeurs tabulé pour les cuivre*

Conductivité de d'autres matériaux
Bois de chêne : $\lambda = 0.16\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
Laine : $\lambda = 0.05\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$
Le cuivre n'est donc pas un bon isolant thermique. Ca permet de faire des marmites pour cuire la confiture...

2 Conduction électrique des métaux

Une propriétés importante des métaux est qu'ils conduisent bien l'électricité. L'importance est capitale : 63 TWh d'électricité sont produits et transportés chaque année. Avoir un métal avec la meilleure conductivité possible permet de minimiser les pertes. Nous allons étudier la dépendance en température de la conductivité du cuivre. Nous aurons ainsi une idée de la valeur de conductivité d'un métal comme le cuivre ainsi que ses variations typiques.

Nous utilisons la relation suivante pour la résistance d'un fil :

$$R = \frac{L}{\sigma S} = \rho \frac{L}{S} \tag{3}$$

Ainsi, en connaissant la longueur et la section du fil de cuivre, une mesure de résistance nous permet de remonter à la valeur de la résistivité ρ du métal.

Ici nous allons faire varier la température. On suppose une dépendance affine de la conductivité avec la température (ce que notre expérience permettra de vérifier).

$$\rho(T) = \alpha T + \rho_0 \tag{4}$$

Modèle issu du développement de Drude-Sommerfeld... En détail : le modèle de Drude donne :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2}{m}\frac{l^*}{< v >} \tag{5}$$

Avec l^* le libre parcours moyen et $< v >$ la vitesse moyenne des électrons, donnée par la distribution de Maxwell-Boltzmann (issu de la théorie cinétique des gaz) : $< v >= \sqrt{\frac{3k_bT}{m}}$. On a donc $\rho \propto \sqrt{T}$. Modèle de Sommerfeld : on quantifie les vecteurs d'ondes que les électrons peuvent prendre (lié au confinement). Les électrons sont des fermions donc ils ne sont pas tous au niveau minimum d'énergie. On note k_F le vecteur d'onde maximal que peuvent prendre les électrons, qui est lié à la densité d'électrons. La densité d'électrons est alors indépendante de la température. On applique le modèle de Drude dans ce cadre : la conductivité a la même expression, mais τ désigne le temps caractéristique entre chaque collision ***entre les électrons et les phonons.*** *Or, la quantité de phonons suit une distribution de Bose-Einstein, qui aux hautes températures (devant la température de Fermi : $T_F \approx 10000K$: toujours vérifié en pratique (sauf pour le diamant mais c'est pas un conducteur)) est proportionnelle à T. En conséquence, τ est inversement proportionnel à T et ainsi : $\rho \propto T$.*

Nous prendrons T en degré celsius.

Pour effectuer la mesure de résistance nous allons utiliser un montage 4 fils.

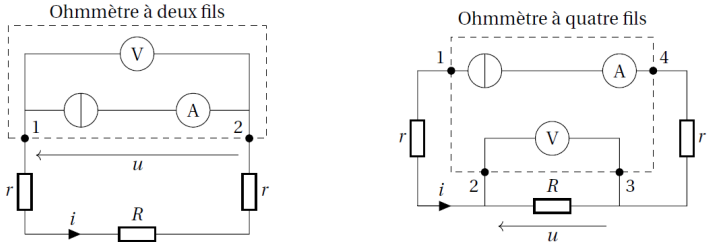

FIGURE 2 – *Principe du montage 4 fils*

Nous utilisons un montage 4 fils pour s'affranchir des résistances parasites de mesure. En effet dans un ohmètre classique figure 2(gauche) nous observons que le voltmètre est en parallèle du générateur de courant. Dans ce montage, nous mesurons ainsi la tension résultant de la résistance d'intérêt mais également des résistance des fils qui vont de l'ohmmètre à la résistance d'intérêt. Pour s'affranchir de ce problème, nous utilisons le montage figure 2(droit). Dans ce montage, nous ne prenons pas en compte la résistance des fils qui lient le générateur de courant à la résistance d'intérêt dans la mesure de la tension. De plus, la résistance des fils qui lient le voltmètre au circuit n'est pas non plus prise en compte car aucun courant ne passe dans ces fils en considérant que notre voltmètre à une impédance infinie ($\approx 1\,\mathrm{M}\Omega$). Ainsi, nous ne mesurons que notre résistance d'intérêt. Le montage 4 fil est intéressant pour des mesures de résistances faible. Nos fils étant en cuivre et en considérant une résistivité $\sigma = 1.7 \times 10^8 \Omega\,\mathrm{m}$, une section de rayon $R = 1\,\mathrm{mm}$ et une longueur de fil $L = 1\,\mathrm{m}$ on a $R \simeq 2\,\mathrm{m}\Omega$

.

Faire une mesure comparative pour d'autres matériau ? Genre bois, PVC... même si ça sera peut-être pas précis vu que ρ sera très grande. Mais les rapports de jury demandent de comparer, et une fois le 4 fil prêt, il suffit de changer le matériau au milieu...

Mesure de la résistance d'un bobinage de cuivre plongé dans un bain d'eau pour des température allant de 100 à 0 degrés.
Verser de l'eau bouillante dans le un bécher sous agitation dans lequel on a placé une bobine de cuivre munie un montage pour une mesure de résistance type 4 fils. On agite pour homogénéisé la température. Cependant pendant les mesure, il faut arrêter l'agitation sans quoi, la mesure est fausser par l'induction dû à l'agitateur aimanté. On utilisera le montage avec le fil de longueur $L = 1710 \pm 5\,\text{cm}$ et de diamètre $d = 0.80 \pm 0.01\,\text{mm}$.
— Agiter entre les mesures (pas pendant parce que l'agitateur magnétique a une influence sur la bobine).

Pour être sûr que le montage est pertinent, il faut vérifer que l'équilibre thermique est atteint durant la mesure. Une manière de s'en convaincre est d'observer la vitesse de variation de la résistance lorsque l'on verse l'eau chaude. Pour essayer d'être un peu plus précis. Nous pouvons prendre un coefficient de diffusion $\kappa = 1.14\times10^{-4}\text{m}^2\,\text{s}^{-1}$. Ainsi le temps typique de diffusion de la température dans le fil de diamètre $d = 0.8\,\text{mm}$ correspond à $\tau = \frac{d^2}{\kappa} = 5.6\times10^{-3}\text{s}$. Ce temps est très faible devant le temps pour que notre volume d'eau diminue d'un degré.

On effectue une mesure de résistance à courant continu : pas d'effet inductif.

On peux comparer des matériaux :

matériaux	conductivité $\Omega^{-1}\,\text{m}^{-1}$
Cuivre	59×10^6
Air	3.33×10^{-6}
Caoutchouc	10^{-13}

TABLE 2 – *conductivité electrique*

On remonte à la Loi de Widemann-Franz :$L = \frac{\lambda}{\sigma T}\ \frac{\lambda\rho}{T} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \simeq 2.4 \times 10^{-8}\text{W}\,\Omega\,\text{K}^{-2}$

Comparaison de la conductivité électrique des métaux avec la chute d'un aimant dans un tube. Notons 1 et 2 les indices respectifs à chaque métal. Alors en supposant l'aimant ponctuel :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{v_2 e_2 a_1^4}{v_1 e_1 a_2^4} \tag{6}$$

où v_i désigne la vitesse lors de la chute dans le métal i, a_i le rayon moyen du tube (à mesurer au pied à coulisse) et e_i son épaisseur.
— Faire plusieurs mesures pour la répétabilité...
— La vitesse limite de l'aimant est atteinte assez vite (Aschcroft), au bout d'environ 1 mm de chute (ODG de la vitesse limite : 10 cm/s, temps caractéristique : $\tau = 0.1\text{s} \rightarrow$ l'aimant parcourt moins de 1 mm pendant le régime transitoire).
— Les bobines de détection doivent avoir le plus de spires possible.
— Attention aux effets de bord : les bobines doivent se trouver à ≈ 15 cm des extrémités.

Hypothèses du modèle :
— Aimant ponctuel : ça change le moment M
— Ca implique aussi que l'on néglige le mouvement de l'aimant dans le tube (à part la chute bien sûr), en pratique la trajectoire est hélicoïdale, et l'aimant cogne le tube.
— on a négligé le rayon de l'aimant devant le rayon du tube. Cette hypothèse est plus que discutable.

On a vu que le fait que la bobine soit rapidement thermalisée nous permet de réaliser la mesure de dépendance en température. En fait, c'est une prepriétés générale des matériau : ils conduisent bien la chaleur.

3 Étude mécanique : flexion d'une poutre

La forte utilisation des métaux dans la vie de tous les jours rend nécessaire l'étude de leur résistance à la déformation (cas des poutres métalliques qui forment les ponts... qui entrent en vibration !). Cette résistance est caractérisée par le module d'Young E, qui intervient notamment dans la formule donnant la déformation d'un matériau en fonction de l'étirement subi :

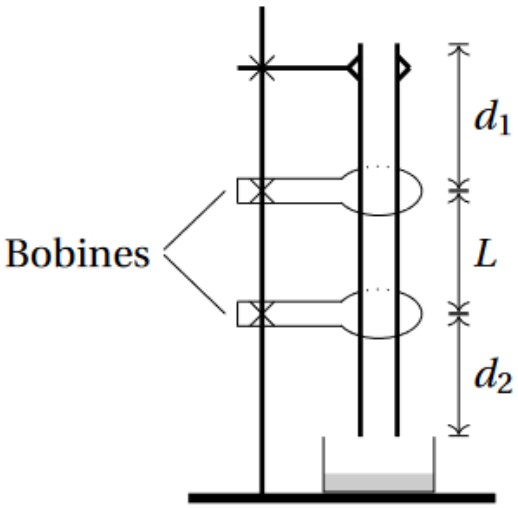

FIGURE 3 – *Schéma de l'expérience. On peut mettre plus de bobines si on veut être plus précis.*

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S} \tag{7}$$

La fréquence d'oscillation de la barre est prévue théoriquement (Duffait p.103) :

$$f_0 = \frac{3.516}{2\pi L^2}\sqrt{\frac{Ee^2}{12\rho}} \tag{8}$$

Avec ρ la masse volumique de la barre, L sa longueur, e^2 son épaisseur. Le laiton est un alliage de Cuivre et de Zinc.

Protocole expérimental : ESPCI ou Clément Colléaux (leçon à aller voir pour toutes les questions théoriques à la fin).

Pour mesurer la fréquence d'oscillation : soit avec un accéléromètre (pas ouf : change les propriétés de la barre), soit avec un micro (le résultat n'est pas probant : tout d'abord il faut faire attention au fait que l'on capte le double de la fréquence (on peut s'en convaincre avec un stroboscope), ensuite, le signal n'est pas propre pour des petites valeurs de L).

On utilise le capteur de position a induction.

On peux comparer des matériaux : Le verre c'est interessant je trouve parce que ca montre bien que dans le

matériaux	module d'Young GPa
acier de construction	210
Béton	20 à 50
Verre	69

TABLE 3 – *module d'Young*

module d'Young, il n'y a pas le domaine de validité.

En industrie, on utilise du béton armé, car le fer à une bonne résistance en étirement que n'a pas le béton (d'après wiki).

4 Conclusion

Nous avons mis en évidence des propriétés particulières des métaux. Celles-ci sont très utiles dans l'industrie (blablabla...) et ce montage nous a permit de mettre en place plusieurs techniques de mesures assez simples mais efficaces.

Passage de Lucas le 11/02

4.1 Manip surprise

Mesure de la focale d'une lentille Méthode rapide : faire l'image des néons sur le sol. On considére que les rayons sont à l'infini. Méthode un peu plus précise : par autocollimation. Mieux mais pas faisable rapidement : méthode de Bessel. Penser à expliquer ce que l'on fait et discuter des incertitudes.

4.2 Questions

- Pourquoi imposer un flux alternatif dans le module Peltier ? *Si on met un flux constant à l'entrée, le barreau va atteindre un régime permanent (pas vraiment un équilibre puisque le barreau n'est pas à température constante...), et on pourra rien mesurer.*
- Justifier le choix de la pulsation. *Elle est choisie pour que l'épaisseur de pénétration soit de l'ordre de la longueur du barreau.*
- Résultats compatibles en phase et amplitude ? *oui.* Comparaison des 2 méthodes, et sources d'incertitudes ?
- Quel type de capteur de température tu utilises ? Basé sur des diodes (capteurs actifs : pas des thermocouples), et dans les semi-conducteurs la résistance augmente avec la température.
- Est-ce qu'un métal pourrait être un bon capteur de température ? *oui : par exemple, la thermistance de Platine.* Intérêt du platine VS capteur à effet Seebeck VS semi-conducteurs ? *Dépend de la plage de température, de la précision que l'on recherche, du temps qu'on a.*
- Origine du modèle qui lie σ et κ ? Hypothèses et validité ? *cf plus haut.*
- Loi en $\rho = \rho_0 + A(T - T0)$: signe de A ? *Positif pour les métaux, négatif pour les semi-conducteurs.*
- Explication du montage 4 fils. Intérêt.
- Construire le temps caractéristique de thermalisation fe la bobine. *À partir de l'équation de diffusion. On obtient genre 0.01s. On néglige la thermalisation dans l'eau car on mélange.*
- Définition de E et exemples de matériau à grands et petits E ? $\sigma = E\epsilon$. *Diamant, céramique (couteaux) ou mousses, polymères.*
- Hypothèses de la poutre ? *Faibles déformations. Encastrée à l'origine et laissée libre au bout.*
- Critère de Shannon pour acquisition sur la poutre ?
- Origine de l'atténuation ? *Surement dans la jonction avec la table (cales en bois). Dissipation dans l'air aussi, et dissipation lors de la déformation.*
- Fonctionnement du module Peltier ? *Bah cf plus haut encore je vais recopier c'est réciproque de Zeeman.*
- Tu as parlé du fait que l'air a une faible conductivité et que cela sert à faire du double vitrage. À quoi il faut faire attention ? *Convection.*
- Rapport entre la leçon et l'aspect brillant des métaux ? *La haute conductivité.* Mise en évidence expérimentale ? *Réflexion lumière polarisée sur un métal et détermination de l'ellipticité de l'onde de sortie (cf le poly de tp d'optique).*

4.3 Remarques

C'était bien : bonne intro : "les métaux ca ressemble à ca", puis mise en évidence plus quantitative. Bonnes transitions. Il faut mieux contextualiser la mesure de E, et parler éventuellement des alliages ? Montrer le graphe de R(T) plutôt que $\rho(T)$ (à cause des incertitudes).

Liste du matériel

- 3 statifs
- 2 cartes d'acquisition
- 1 oscillo
- 2 ordis
- 2 alims continues (+12, +15V) (module Hameg ok)
- Ohmètre Fluke pour 4 fils
- Module Peltier
- GBF
- Ampli Kepco
- Capteur inductif de position P96.65 + boîtier

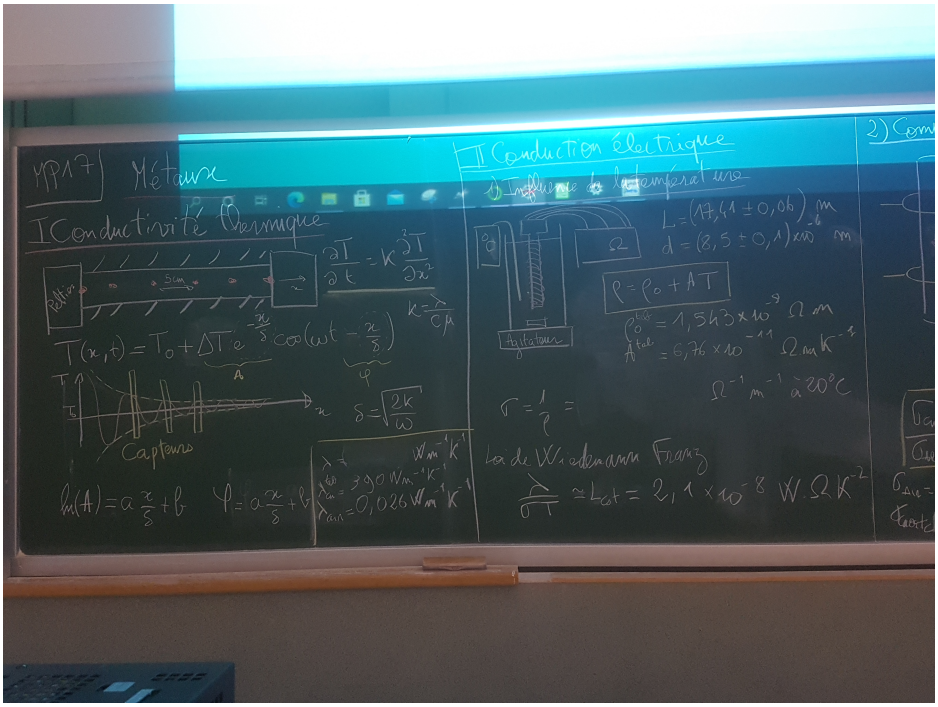

FIGURE 4 – *tableau 1*

— Tubes en alu et en cuivre
— Bobine fluxmètre 200 spires mini.
— Niveau à bulle
— Serre joint, planches en bois
— "poutre" en laiton p78.17
— Ampèremetre
— 4 pinces (3 petites, 1 grosse)
— 1 aimant néodyme
— 9 noix, 5 tiges
— Thermomètre (thermocouple)
— 2 béchers hauts
— bouilloire, glaçon
— agitateur magnétique + barreau
— seringue
— Mousse d'atterissage pour aimant
— Pied à coulisse

Tableaux

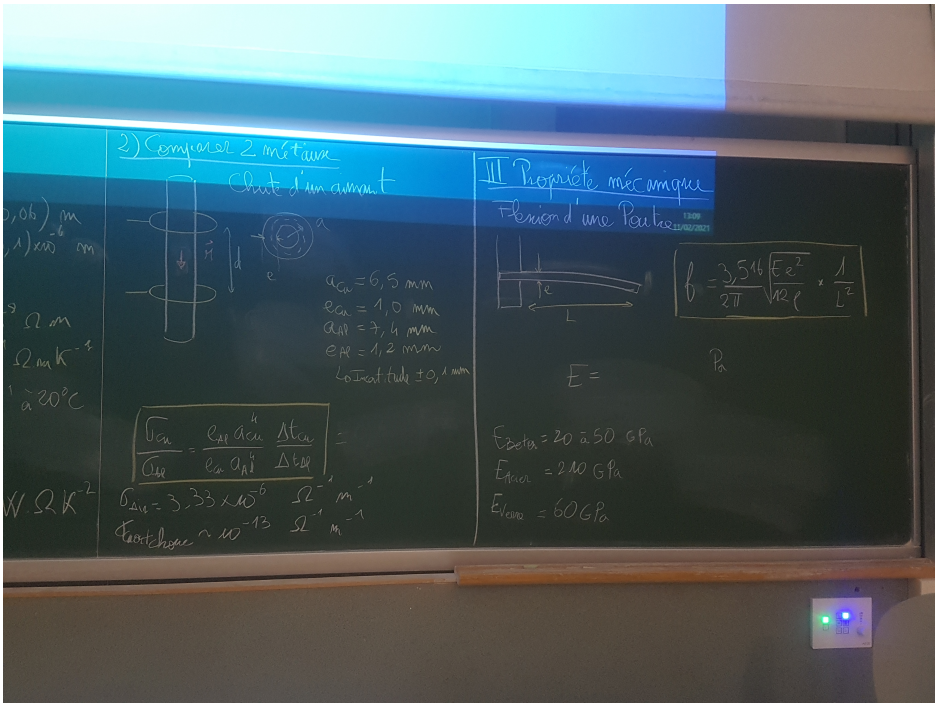

FIGURE 5 – *tableau 2*