MP 29 : Ondes : Propagation et conditions aux limites

Niveau

Commentaires du jury

— 2015, 2016, 2017 : Ce montage est riche, car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences. . . Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial. Enfin, la détermination de la fréquence de résonance de la corde de Melde à l'aide d'un stroboscope n'a pas de sens quand la corde est utilisée avec un générateur basse fréquence muni d'un fréquencemètre avec cinq digits.

— 2014 : Ce montage est riche car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences ... Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.

— 2010 à 2013 : L'existence de conditions aux limites permet aussi l'apparition de phénomènes de réflexion, réfraction, diffraction, interférence, propagation guidée ... La notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.

Pré-requis

—

Expériences

Au choix :

— Propagation dans l'air : on montre que le temps de vol va en $1/r^2$. On observe une propagation sans déformation mais atténuation. Manip très simple... discussions des incertitudes précisément peut être une bonne chose.

— Banc hyperférquences. Mise en évidence de la relation de dispersion : on mesure la longueur d'onde pour différentes fréquence. On montre ici l'influence des conditions aux limites sur les ondes se propageant.

— Adaptation d'impédance : câble coaxial.

— Corde de Melde : Pour illustrer les ondes stationnaire (on peut aussi le faire sur le banc hyperfréquence...). La corde de Melde est plus visuelle.

— Réflexion et réfraction : Descartes : pour montrer des conditions aux limites ... (pas fan)

— Onde gravito-capillaires. Montre une mesure de relation de dispersion et donc la dispersion des ondes.

Table des matières

Introduction

Qu'est ce qu'une onde ? Une onde correspond à la propagation d'une modification locale d'un milieux. Une onde se propage à vitesse finie. Cette propagation se fait en répétant le motif de la perturbation avec un déphasage et éventuellement une variation d'amplitude. Une autre définition serait la propagation d'information. Ces deux définition, bien que très larges, ne tiennent pas compte des ondes stationnaire où l'on n'observe pas de phénomène de propagation. On peut proposer : un phénomène décrit par une équation liant les composantes temporelles et spatiales d'une perturbation.

Ici nous voulons montrer :

- La propagation d'une onde et comment la caractériser : vitesse de propagation, déformation, dispersion.
- L'influence des conditions aux limites sur la forme de l'onde et sa relation de dispersion (notion d'onde stationnaire)
- L'influence des conditions aux limites sur sa propagation (notion d'adaptation d'impédance)

1 Propagation d'onde

1.1 Propagation d'ultrasons sans dispersion

On se place dans le cadre de l'hypothèse acoustique :

- Equations linéarisées à l'ordre 1 (variations faibles par rapport à l'état d'équilibre)
- On se place dans l'air assimilé à un fluide parfait subissant des transformations adiabatiques réversibles
- On assimile l'air à un gaz parfait diatomique

Dans ce cadre, la propagation est non dispersive.

On veux mesurer la vitesse de l'onde. Pour cela deux choix :

Mesure d'un temps de vol :

- On commence par repérer la fréquence de résonance des transducteurs (on se place a quelques centimètres et on observe à quelle fréquence on a le maximum d'amplitude en sortie.)
- On envoie des bursts brefs à cette fréquence, suffisamment espacés dans le temps pour que l'on soit sûr de celui que l'on reçoit.
- On repère le décalage temporel entre un point caractéristique du burst (le début) à l'émetteur et au récepteur pour différents espacements de l'émetteur et du récepteur.
- On trace $d = a\delta t + b$

Attention :

- La déformation des bursts est essentiellement dûe aux émetteurs et récepteurs et non pas à la dispersion dans l'air (on a moyen d'en être sûr ? Genre en montrant que la distance entre émetteur et récepteur influe peu sur la déformation ?).
- Dans la mesure où l'on suppose que la propagation est non dispersive, les points repérés pour différentes distance n'ont pas d'importance, tout ce qui compte c'est de prendre toujours la même chose.
- Il est important de prendre un ajustement affine et non pas linéaire car on ne connais pas le temps de réponse du capteur (On peut sûrement constater que c'est assez rapide avec l'ordonnée à l'origine).

Mesure d'un temps de vol par Lissajoux (NON faite)

— On commence par repérer la fréquence f de résonance des transducteurs (on se place a quelques centimètres et on observe à quelle fréquence on a le maximum d'amplitude en sortie.)
— On se place a cette fréquence et on envoie un sinus. (De cette manière on s'affranchir de la déformation du signal due au contenu fréquentiel d'un pulse)
— On se place en mode XY et on repère N alignement successif dans ce mode en reculant le récepteur. On a alors $\delta x = N\lambda$ et en admettant que les ondes sont solutions de l'équation de d'Alembert, on a $c = \lambda f$

L'avantage est qu'ici on s'affranchit de quelques problèmes liés aux transducteur et également de la question de la dispersion car on est monochromatique. Mais c'est une mesure en un point. En le faisant à plusieurs fréquences on peut "tester" à quel point le milieux est non dispersif mais on risque de vite se retrouver limités par les transducteurs.

Dans les deux cas, le résultat est à comparer à $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

La manip est pas de ouf mais elle pose finalement pas mal de question... *En vrai, les transducteurs sont pas non plus mono-fréquence...*

1.2 Les ondes de surfaces : un exemple dispersif

Pour des ondes de surface on a la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\gamma k^3}{\rho}\right)\tanh(kh) \tag{1}$$

En régime d'eau profonde $kh >> 1$ on peut simplifier :

$$\omega^2 = gk\left(1 + k^2 l_c^2\right) \tag{2}$$

Avec $l_c = \frac{\gamma}{\rho g}$ la longueur capillaire.

Mesure de la relation de dispersion des ondes de surfaces :

— On commence par installer la manip décrite figure 1 (fascicule de TP) Il faut bien étalonner la projection.
— On mesure pour différentes fréquences la longueur d'onde
— Tracer $\omega^2/k = f(k^2)$: l'ordonnée à l'origine donne g (peu précis mais ok) et la pente γ/ρ.

On trouve γ plus petit que la valeur tabulée pour l'eau pure à 25 °C ($72\,\mathrm{mN\,m^{-1}}$) : vu l'état de la cuve...

Cette manip est intéressante parce qu'elle explique les ondes que l'on observe quand on fait tomber un caillou dans l'eau ou encore les formes à la surfaces derrières les canards.

Attention : il faut bien se placer en régime d'eau profonde et que les amplitudes soient faibles.

Transition : On a considéré jusqu'à présent de la propagation sans étudier les conditions aux limites [1]. Cependant celles-ci peuvent modifier considérablement l'onde.

D'après le fascicule, en mettant un bloc dans l'eau on peut voir des ondes stationnaires (C'est vrai, et ça ferait une transition mais c'est délicat).

2 Conditions aux limites : ondes stationnaires

2.1 Banc hyper-fréquence et cavité Pérot-Fabry

cf Poly de TP

1. Si j'ai bien compris, la relation de dispersion est influencée par la condition aux limites entre l'eau et l'air, mais *a priori* aucune condition n'est imposée sur la déformation, à l'inverse du cas de la corde de Melde où on impose la perturbation nulle en 2 points.

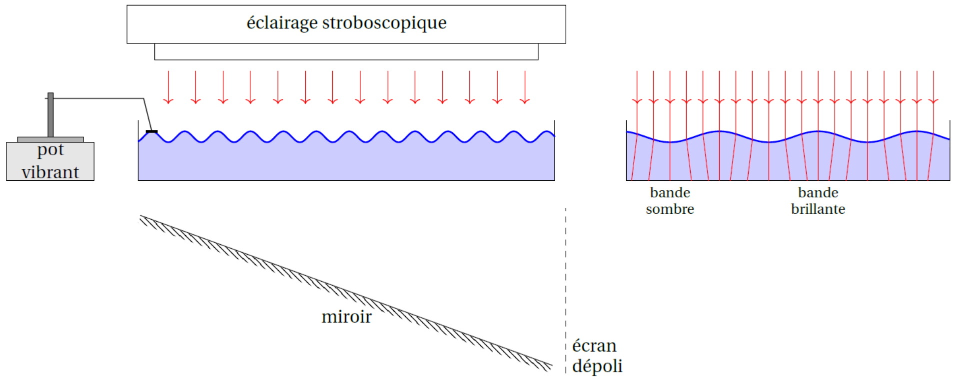

FIGURE 1 – *Montage pour mesure de la relation de dispersion d'ondes de surface. Issus du fascicule de TP*

Il faut alimenter la diode Gun du BHF avec la bonne alim.

Mesure de fréquence : Couper l'atténuateur. Se placer à une fréquence de commande pas trop près du bord. Se placer à un ventre avec le lambdamètre. Ensuite, régler l'atténuateur (ondemètre) pour mesurer la fréquence, puis ne pas oublier de le bouger.
La sortie du pavillon doit être à au moins 10 cm de la plaque d'entrée.
On met le pavillon de sortie à 10 cm aussi. Lancer le moteur puis l'acquisition pour 300s. On voit des fluctuations d'intensité en sortie.
Incertitudes sur la vitesse, sur la lecture de la position des maxima, sur la fréquence.

2.2 Corde de Melde (ne pas faire)

Avec la corde de Melde on montre qu'avec des condition aux limites "dures" on peut observer des ondes stationnaires, c'est à dire des ondes qui oscille sur place. Je ne sais pas trop comment l'aborder parce que c'est très bien parce que cela se voit très bien en régime forcé, mais les mesures permettent toujours plus ou moins a remonter à la célérité des ondes dans la cordes... *C'est des ondes stationnaires résonnantes non ?*

La corde de Melde est simplement une corde excitée sinusoïdalement en une extrémité et fixe à l'autre bout. En fixant une masse au bout de la corde avec une poulie, ou peut considérer que l'extrémité est "fixe" et on peut également jouer sur la tension de la corde. Dans la limite des petites déformations, les ondes se propageant sur la corde (sans prendre en compte les conditions aux limites) sont décrites par une équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{3}$$

Avec $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$,avec T la tension de la corde et μ la masse linéique de la corde, supposée inélastique. On néglige la pesanteur et tout cause d'amortissement.

Les conditions aux limites imposent ensuite :

$$y(0,t) = acos(\omega t) \tag{4}$$
$$y(L,t) = 0 \tag{5}$$

Les ondes stationnaires divergent pour $\omega_n = n\frac{\pi c}{L}$. En pratique, nous n'observons pas de "divergence" (qui ne rentrerait plus dans le cadre des petites oscillations) mais une augmentation tout de même significative de l'amplitude. Les ondes stationnaires sont la superposition de l'onde incidente et réfléchie.

Mise en évidence d'onde stationnaires

— On mesure la corde et on la pèse pour déduire la masse linéique
— Pour différentes fréquences : on mesure le nombre de ventre (et en connaissant l'écartement entre les deux extrémité on déduit la longueur d'onde, mais c'est pas utile) et on mesure la fréquence d'oscillation : soit avec un stroboscope soit avec un fréquence mètre.
— On a $f_n = n\frac{c}{2L}$

Transition : Nous avons illustrer deux cas limites d'ondes, les ondes propagatives (onde qui ne rencontre pas d'interface) et les ondes stationnaires (onde qui rencontre une interface où elle se réfléchit complètement). Cependant la diversité des conditions aux limites nous permet d'observer un savant mélange des deux (existence d'onde transmise et réfléchie).

3 Condition aux limites ambivalente : adaptation d'impédance

On ne revient pas sur les lois de Descartes : il existe une onde transmise et une onde réfléchie. On va s'intéresser ici à la problématique de transmettre au mieux l'onde lors d'un changement de milieu.

Diapason :
Manipulation introductive : On tape un diapason sans caisse de résonance. Le son n'est pas très audible. Il ne se propage pas beaucoup dans l'aire. Si on pose le diapason sur la table. On entends tout de suite bien mieux. En effet la transmission des ondes est plus efficaces diapason solide que diapason aire. Si on place le diapason sur la caisse de résonance, le son est encore plus fort, car l'adaptation d'impédance est encore meilleure

De manière générale, on définit l'impédance de la sorte :

$$Z = \frac{\text{sollicitation}}{\text{réponse}} \tag{6}$$

Par exemple, les ondes sonores c'est force/débit, mais aussi tension/courant, différence de température/flux de chaleur (en régime stationnaire)...

Lors d'une propagation avec changement de milieu, le coefficient de réflexion en amplitude à l'interface peut être mis sous la forme : $r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ (cf ondes électromagnétiques : $Z \equiv n$). Si les milieux sont d'impédances trop différentes, l'onde réfléchie a une grande amplitude, tandis que l'onde transmise a une faible amplitude. En rajoutant un milieu de transition avec une impédance moyenne entre les 2, on augmente la fraction d'amplitude transmise : on parle d'adaptation d'impédance.

Plus concrètement : dans le cas d'une échographie, on scanne l'intérieur du corps humain avec des ondes acoustiques. A chaque interface (les membranes des organes), une partie de l'onde incidente est réfléchie : en la récupérant, on en déduit la forme des interfaces en mesurant des temps de parcours (pas forcément utile d'en parler). Un problème est de faire pénétrer les ondes acoustiques dans le corps : la peau les réfléchit plutôt bien aux fréquences utilisées. On utilise alors un gel que l'on applique sur la peau : les ondes issues de la sonde vont d'abord traverser ce gel, puis la peau. On adapte l'impédance.

Autre exemple : le pavillon des instruments de musique permet d'adapter l'impédance entre la propagation guidée dans le tuyau et la propagation libre.

Le câble coaxial :

En appliquant la loi des mailles et à l'aide d'un DL on observe que :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \Gamma \frac{\partial i}{\partial t} \tag{7}$$

On a également

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{8}$$

Avec $c = \sqrt{\frac{1}{\Gamma \Lambda}}$ On a donc l'impédance caractéristique du câble : $Z = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$.

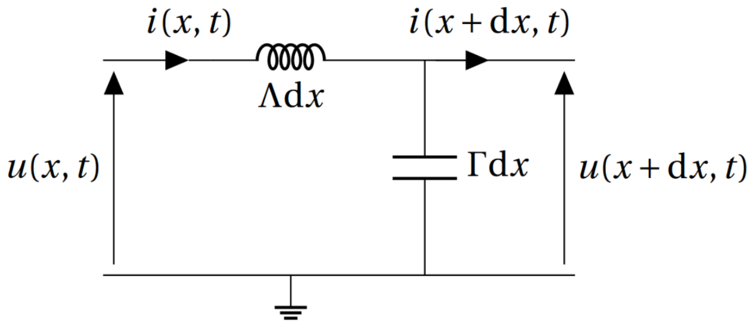

FIGURE 2 – *Câble coaxial. Issus du fascicule de TP*

On mesure la vitesse de l'onde et l'impédance du câble.

La suite c'est le détail des calcul que j'avais fait dans un rapport de TP.

4 Annexe

4.1 Attention a l'impédance de la ligne

Considérons un câble coaxiale terminé par une résistance R. On considère une onde plane en tension se propageant dans le câble :

$$u(x,t) = Ae^{j(\omega t - kz)} + Be^{j(\omega t + kz)}$$

Nous pouvons alors déduire le courant i associé en utilisant le fait que $\omega/k = c$ et l'équation (2) :

$$i(x,t) = \frac{1}{Z}\left(Ae^{j(\omega t - kz)} - Be^{j(\omega t + kz)}\right)$$

Le signe $-$ qui intervient ici ne peut pas être déduit uniquement de la valeur de l'impédance mais provient du fait que le signe de k modifie le lien entre i et u.

4.2 Valeur en sortie du câble plus grande qu'à l'entrée

Nous pouvons continuer le calcul. En $z = L$ nous avons une résistance R donc :

$$u = Ri$$
$$Ae^{-jkL} + Be^{jkL} = \frac{R}{Z}\left(Ae^{-jkL} - Be^{jkL}\right)$$

Ainsi si nous alimentons avec $A = u_0$. Nous avons : $B = \frac{\frac{R}{Z}-1}{1+\frac{R}{Z}}u_0e^{-2jkL}$.Nous pouvons alors déduire l'amplitude de u en $z = L$:

$$u(z,t) = u_0e^{j\omega t}\left(e^{-jkL} + \frac{\frac{R}{Z}-1}{1+\frac{R}{Z}}e^{-jkL}\right)$$

Quand R tends vers $+\infty$ nous avons en prenant la partie réelle :

$$u(z) = 2u_0\cos(\omega t - kL)$$

Aussi a priori, la tension peut être plus importante en sortie qu'en entrée (*ce qui correspond à des ondes stationnaires dont l'amplitude est 2 fois l'amplitude de l'onde "de départ"*).

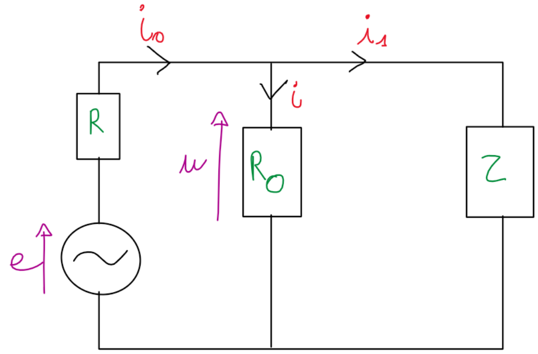

Figure 3 – *Probleme de chute de tension*

4.2.1 Tension effectivement envoyée dans le système

L'oscilloscope est représenté par $R_o \simeq 1M\Omega$, et le câble coaxiale par $Z = 50\Omega$. Le générateur est pris non idéal et de résistance de sortie $R = 50\Omega$. Nous notons u la tension mesurer par l'oscilloscope, ce qui correspond à la tension effectivement envoyé dans le circuit.

— Dans un premier temps, on ne branche pas le câble coaxial. Nous avons alors $i_0 = i$ et $i_1 = 0$. Ainsi par un diviseur de tension nous avons :

$$u = e\frac{R_o}{R_o + R} \simeq e$$

— Dans un deuxième temps on branche le câble et nous observons une chute de tension de u. En effet, en faisant le bilan du circuit on trouve :

$$\begin{aligned} u &= \frac{ZR_O}{ZR_O + ZR + RR_O}e \\ &\simeq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

On a donc, avec cette valeur de Z une chute de tension en entrée. Attention : c'est bien cette valeur diminuée qui est envoyé dans le circuit. Faire confiance à l'oscilloscope :).

5 Questions et remarques

— C'est quoi la fréquence optimale des transducteurs ? Elle est du à quoi ?
  — Les transducteurs se comportent comme des passes bandes assez sélectifs. Ceci est du au fait qu'il sont efficace quand on est à la fréquence de résonance des piézoélectriques qui les constitue. Ici on pourrait faire un burst un peu plus long (on avait mis qu'une période). Ce qui est important c'est d'avoir un signal et que sa forme ne soit pas modifié quand on translate le récepteur.
— Peut on expliquer la forme du signal du récepteur ?
  — La forme observé (oscillations autour de la fréquence de résonance avec l'amplitude qui augmente assez rapidement puis décrois plus lentement) est commune (d'après Jeremy) a n'importe quelle récepteur à membrane qui peut résonner. Il faut voir que l'émetteur n'émet pas un juste une période à la bonne fréquence, mais peut être un peu déformé. Ensuite, quand le récepteur reçois le signal il relaxe en oscillant à la fréquence de résonance (d'où la décroissance plus lente...). Explication pas claire... En gros il faut dire qu'il y a une fréquence de résonance donc le signal d'une burst sera à cette fréquence, ensuite l'amplitude, c'est à la fois la forme qu'impose l'émetteur et à la fois la réponse et la relaxation du récepteur.
— Pourquoi tous les points ne passent pas par la droites ? (pour la manip des ultrason)
  — Bon déjà c'était pas si loin :), ensuite on la température à changer entre le point en préparation et le point en live, et pour les points en préparation qui colle pas... on a peut être sous estimer les incertitudes...
— Pourquoi l'ordonnée à l'origine ne nous intéresse pas et est ce qu'on peut quand même la relier à quelque chose ? (sachant qu'elle est de l'ordre de 3cm)
  — Ce qui nous intéresse ici c'est la vitesse de propagation qui est donné uniquement par la pente (a condition bien sûr de tout le temps repérer la même chose sur les signaux, par exemple le début)

- — L'ordonnée à l'origine est donné par deux choses. Tout d'abord le fait que les transducteurs sont penchés. Donc il y a une distance en plus que celle entre les pieds des support. Aussi on peut voir que c'est de l'ordre du centimètre, ce qui le bonne ordre de grandeur pour l'ordonnée à l'origine. Il y a aussi le temps de réponse des transducteurs qui rentre en jeu.

— Pour la cuve à onde, c'est quoi la précision du fréquencemètre ?
  - — Celui que l'on a pris, c'était à peu près 1 mais on a pas vérifié et surtout c'était un vieux pas forcément adapté à cette fréquence.

— Est ce qu'on est vraiment en eau profonde ?
  - — C'est pas trop mal en fait pour la plupart des points, en tout cas on a $hk > 1$, mais on est pas toujours très très grand devant 1.
  - — On peut aussi décider de tracer avec la vrai relation de dispersion. Les écarts entre la relation de dispersion linéarisé et la vrai nous donnerons alors le domaine de validité de l'approximation.

— Comment on peut caractériser autrement l'impédance du câble ?
  - — En mesurant au multimètre.

— Comment tu à choisit l'incertitude sur la mesure de la longueur d'onde sur la cuve à onde ?
  - — On a fait : "je suis sûr d'avoir dépassé d'un côté, pareil de l'autre et ça nous donne l'intervalle d'incertitude"
  - — Il parait qu'il faut faire attention, en fonction de la forme de ce que l'on mesure, pour diviser par $\sqrt{6}$ ou autre... Je pige rien perso

— Pourquoi a-t-on l'impression d'entendre des fréquences plus aiguës quand frappe un diapason sans sa caisse de résonance ?
  - — Pistes de réponses : Ce qu'on entend ce sont des harmoniques plus élevé, et on les entend pas avec la caisse de résonance qui est adapté pour la fréquence du diapason. En effet quand on frappe le diapason, on fait un dirac, donc on excite a priori toutes les fréquences qui sont ensuite plus ou moins vite dissipés...

— Quel est le lien entre l'impédance dite infini en circuit ouvert et l'impédance du vide : $\mu_0 c = 378$?
  - — On sais pas et les correcteurs non plus... Une piste potentielle c'est que ce qu'on regarde c'est une onde de tension (associé à un déplacement de charge) donc pas directement le champ E. De plus il est possible que ce ne soit pas le même définition pour l'impédance, dans un cas c'est $Z = u/i$ et dans l'autre $Z = E/H$ (on lis pas H et i aussi facilement peut être)

Manip surprise : Mesure l'inductance d'une bobine, avec le matériel d'élec de base (résistance, capa, bobine).
Circuit RL on fait le diagramme de Bode : trop long
Circuit RL. Entrée : créneaux, sorti : exponentiel. On calcule τ.

Il se passe quoi quand on rajoute un noyau de fer doux à l'intérieur de la bobine ?
L augmente légèrement.

On prend une deuxième bobine : inductance mutuel ?

6 Matériel

— Emetteur/recepteur ultasonore
— Cable coaxe
— 3 gbf
— 2 Oscillo
— boite de résistance (et condensateur)
— diapason
— règle
— amplie
— 2 pot vibrant
— stroboscope (ou rien)
— corde de melde
— 2 pied, tige,tissus,noix poulie
— RLC mètre
— 2 T
— Poid de 200 g
— 2 Boy
— Fréquence mètre
— Cuve a onde