
MP32 : COUPLAGE DES OSCILLATEURS

Passage le 15/01

Niveau

Commentaires du jury

- *Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples, et les candidats doivent en tirer les conclusions qui s'imposent.*
- *Les expériences de couplage inductif sont souvent difficiles à exploiter, car les candidats ne maîtrisent pas la valeur de la constante de couplage.*
- *Il n'est pas interdit d'utiliser plus de deux oscillateurs dans ce montage, ou d'envisager des couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, et ont de nombreuses applications.*

Pré-requis

—

Expériences

- Au choix :
- Oscillateurs couplés en élec : couplage capacitif ou inductif (analogie avec des ressorts?)
 - Couplage non linéaire entre 2 oscillateurs à relaxation (sur cette leçon)
 - Pendules pesants couplés
 - Oscillateurs mécaniques couplés
 - ?

Table des matières

1	Couplage capacitifs	3
1.1	Accorder deux circuits RLC	3
1.2	Couplage	4
2	Couplage de N oscillateurs	4
2.1	Caractérisation du système	4
2.2	Influence du nombre de masses	5
2.3	Oscillations forcés	5
3	Couplage non linéaire	6
4	Conclusion	8
5	Passage de Lucas le 15/01	9
5.1	Manip surprise	9
5.2	Remarques	9
5.3	Questions	9
5.4	Remarques	9

Discussion plan ?

Du coup moi je suis chaud pour faire le plans suivant (qui ressemble très (trop?) fortement à celui fait par Benjamin Blancon)

- Oscillateur couplé en élec : celui avec des capa. Je suis pas encore clair dessus et surtout je ne me souviens plus de comment on fait l'analogie avec les ressorts mais ça me parait mieux et plus simple a faire que le couplage inductif (si je me souviens bien, il y avait rapidement des problèmes dans le montage de Jérémy a ce propos)
- couplage de N pendules liées par des ressorts, parce que c'est sympa de voire que le nombre de fréquences propre change en fonction du nombre d'oscillateurs
- couplage non linéaire, parce que le jury à l'aire d'aimer.

Du coup pour moi on parle pas de pendule couplé... Ca te va ?

J'aime bien les expériences qu'on présente, c'est cool. Attention parce que Benjamin avait 40 min pour tout faire, donc bon. Concernant l'analogie : un circuit RLC ca modélise un système masse ressort avec un amortissement fluide. L est l'analogie de m , C est l'analogie de $\frac{1}{k}$ et R celui de α (coef de frottement fluide). La tension de sortie est l'analogie de la position de la masse. Coupler les 2 circuits avec un condensateur ca revient à coupler 2 oscillateurs masse-ressort amortis identiques avec un ressort de constante de raideur différente. Je t'ai mis une image de comment je le vois.

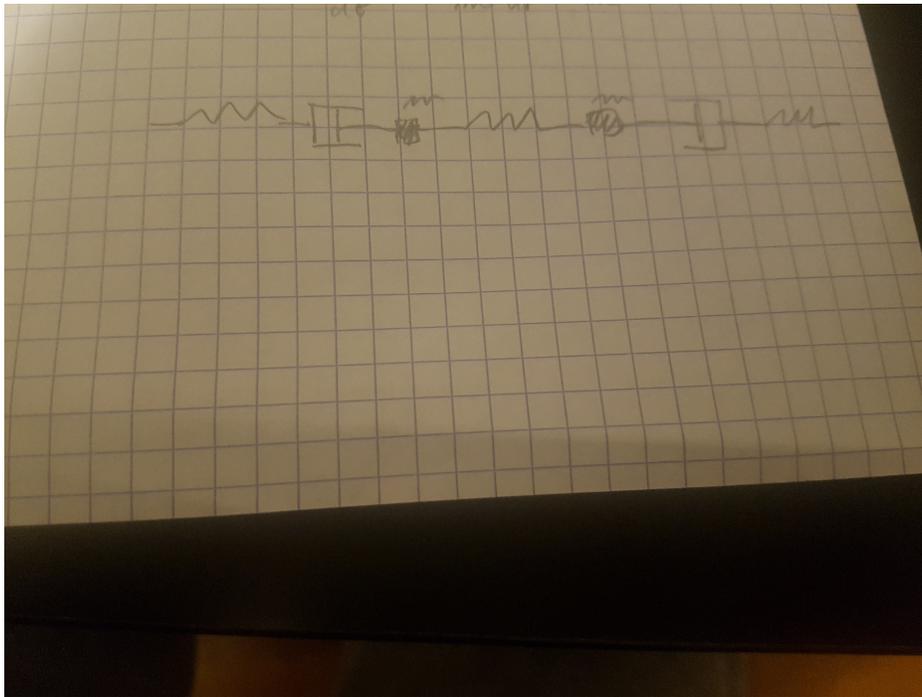


FIGURE 1 – *La vision de Sylvio des oscillateurs couplés.*

Introduction

On s'intéresse au couplage entre oscillateurs dans ce montage.

Pourquoi ?

Un oscillateur correspond à un système physique dont la grandeur caractéristique fluctue dans le temps de manière périodique autour d'une valeur (souvent celle d'équilibre). La notion d'oscillateur et comment les caractérisés (pulsation, amplitude, phase) est primordiale en physique car ils permettent de modéliser un très grand nombre de systèmes autour de leurs position d'équilibre (système masse-ressort, pendule, vibration d'une liaison chimique). Cependant, ces systèmes sont rarement isolés. En effets nos modèles d'oscillateurs classique, sont souvent couplés les uns avec les autres, c'est à dire que les fluctuation d'un oscillateur impacte les fluctuation d'un autre. C'est par exemple le cas dans les molécules constitué de plusieurs liaisons covalentes. L'oscillation d'une liaison impacte

l'oscillation des autres liaisons. Un autre exemple (assez similaire) est celui de la matière condensée : les phonons dans la matière (propagation d'une oscillation) peuvent être étudiés dans le cadre d'un modèle d'oscillateurs couplés.

Tu n'as pris que des oscillateurs "moléculaires", mais en élec ça permet de faire des montres à quartz, des horloges d'ordi (avant la profusion des connexions internet), ça permet aussi la modulation de fréquence il me semble. La distorsion sur la guitare électrique ca peut aussi être fait avec des oscillateurs...

Nous allons ici, étudier des systèmes couplés simples permettant d'illustrer différentes caractéristiques liées au couplage.

1 Couplage capacitifs

On vas étudier comment varient les caractéristique de circuits RLC quand ils sont couplés via un condensateur.

1.1 Accorder deux circuits RLC

On considère les deux circuits RLC oscillants indépendemment illustré figure 2. La tension s aux borne de la

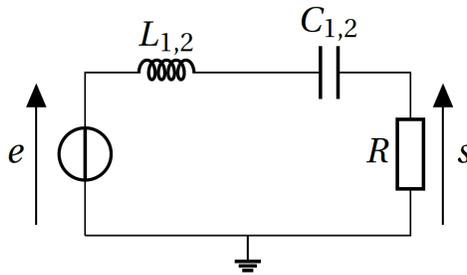


FIGURE 2 – Circuit RLC

résistance est caractérisé par l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial s}{\partial t} + \omega_0^2 s = \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (1)$$

Avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. La fonction de transfère associé à ce système est :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{et} \quad \|H(\omega)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad \text{et} \quad \tan(\varphi) = -Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2)$$

On note ω la pulsation délivrée par le GBF. On est à la résonance quand $\omega = \omega_0$. On remarque alors que $\varphi = 0$

Accorder les circuits :

On prends $L = 10$ mH et $C = 10$ nF On fixe ainsi une fréquence de résonance de 10 kHz. Le choix de R ne modifie pas la résonance mais le facteur de qualité. Choisir une faible résistance R ($R = 50 \Omega$) peut permettre de bien visualiser la résonance (Q plus grand). De plus, le système couplé n'est pas symétrique à la fin, mais en utilisant une résistance de l'ordre de celle du GBF on peut obtenir deux pics de même largeurs...

On branche le circuit RLC et on se place à la fréquence de résonance. Pour cela on se place en mode XY et on doit observer une droite (cercle aplati). C'est méthode de Lissajous.

Sans changer la fréquence du GBF, on le branche sur le deuxième circuit avec les mêmes constituants mais la capacité est prise avec une boite à décades. On modifie alors le valeur de la capacité jusqu'à synchroniser les fréquences de résonances.

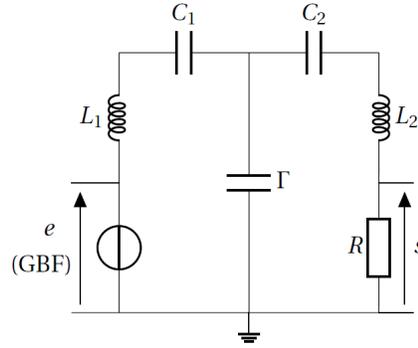


FIGURE 3 – Couplage capacitif

1.2 Couplage

On réalise le couplage suivant :

En supposant que les grandeurs des deux circuits sont les mêmes, on a (j'ai essayer de faire le calcul mais c'est vraiment super long...)

$$\omega_s^2 = \frac{1}{LC} \text{ et } \omega_a^2 = \frac{1}{LC} \left(1 + 2\frac{C}{\Gamma} \right) \quad (3)$$

Couplage :

On réalise le montage figure 3. On utilise la méthode de la réponse indicielle. On envoie un créneau basse fréquence (20Hz d'amplitude 2V). On prend la tension aux borne de la résistance sur Latis pro. Lisser, dériver, FFT. On prend pour différents couplage (différentes valeurs de $K = \frac{C}{\Gamma}$ et on trace les ceux pulsation en fonction de K .

Attention : cette mesure a des défauts. Tous d'abord les composants des 2 RLC sont différents ce qui fait que le L et le C considérés sont en fait des moyennes des composants du circuit 1 et su circuit 2. De plus, il faut compter que chaque pic a une certaine largeur ($Q \simeq 20$). Enfin, le traitement sur Latis pro est peu précis (2000points te = 1μs t_{tot} = 2s pour les autres).

2 Couplage de N oscillateurs

2.1 Caractérisation du système

On utilise la manip suivante :

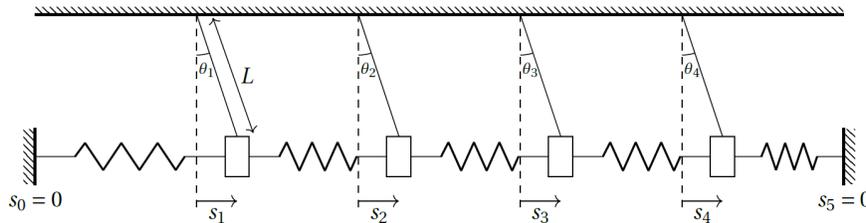


FIGURE 4 – Couplage ressort

Le système est décrit (dans l'approximation des petits angles) par N équations différentielles couplés :

$$\frac{\partial^2 s_i}{\partial t^2} = \Omega_0^2 s_i + \Omega_1^2 (s_{i+1} + s_{i-1} - 2s_i) \quad (4)$$

avec $\Omega_0^2 = \frac{g}{L}$ et $\Omega_1^2 = \frac{k}{M}$

On peut montrer que ce système admet la solution N modes propres en supposant $s_0 = 0$ et $s_d + 1 = 0$:

$$\omega_{p,N}^2 = \Omega_0^2 + 4\Omega_1^2 \sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N+1)}\right) \quad (5)$$

Est-ce que ça vaut la peine de sortir le speech à N oscillateurs alors qu'on n'en a que 4 ? Je dis ça parce qu'on risque d'être short en time...

Nous avons alors dans notre cas les quatre pulsation suivantes :

$$\omega_{1,4}^2 = \Omega_0^2 + \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5}) \Omega_1^2 = 2,05Hz$$

$$\omega_{2,4}^2 = \Omega_0^2 + \frac{1}{2} (5 - \sqrt{5}) \Omega_1^2 = 3,64Hz$$

$$\omega_{3,4}^2 = \Omega_0^2 + \frac{1}{2} (3 + \sqrt{5}) \Omega_1^2 = 4,94Hz$$

$$\omega_{4,4}^2 = \Omega_0^2 + \frac{1}{2} (5 + \sqrt{5}) \Omega_1^2 = 5,78Hz$$

Mesure de Ω_0 et Ω_1 :

On utilise la caméra du dispositif VidéoCom. On se place à environ 1 m des pendules. La caméra doit repérer la position des masses grâce aux bandes réfléchissantes collées sur les masses. ("Lancer le logiciel VidéoCom Mouvements. Dans le menu Réglage et l'onglet Généralités indiquer le raccordement choisi (USB) dans Raccord Série, puis dans l'onglet Spécifications sélectionner la période d'échantillonnage δt la plus basse possible." cf TP)

Déplacer une des masses et commencer une acquisition (1min pour voir tous les effets et 30s pour garder que les phénomènes linéaires). Clic droit FFT. On peut remonter aux pulsations.

On trace $\omega^2 = f\left(\sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N+1)}\right)\right)$. On trouve alors Ω_0 et Ω_1 que l'on compare aux valeurs théoriques (en ayant mesuré k, M, L).

On peut faire l'acquisition avec une autre condition initiale, on remarque que les intensités relatives des différents modes sont modifiées. Cette intensité relative dépend de l'énergie que l'on met dans chaque mode et donc de la condition initiale ?? Je pense que oui, ya moyen que les 4 modes soient indépendants comme pour les cordes d'instrument. Jsp si on peut mesurer l'énergie de chaque mode pour vérifier. On peut observer des effets non linéaires sur des temps plus longs.

2.2 Influence du nombre de masses

Même acquisition en bloquant une masse. On observe qu'il y a une pulsation propre de moins.

2.3 Oscillations forcés

Même acquisition mais en remplaçant s_0 par un pot vibrant. En excitant le système dans l'un de ses modes propres, on observe une résonance : toute l'énergie du système est injectée dans ce mode.

Nous remarquons que les modes propres ici excités n'ont rien à voir avec les pulsation propre des oscillateurs indépendants.

3 Couplage non linéaire

On veut dans cette partie illustrer le fait que les non linéarité de systèmes peuvent permettre leur synchronisation. Un exemple simple est le cas de deux métronome posé sur un support variable. On observe que les oscillations se synchronisent au bout d'un moment. Cet exemple bien qu'en apparence simple n'est pas facilement mis en équation. Nous allons utiliser un montage électrique pour illustrer l'accordement en fréquence d'oscillateurs non linéaires.

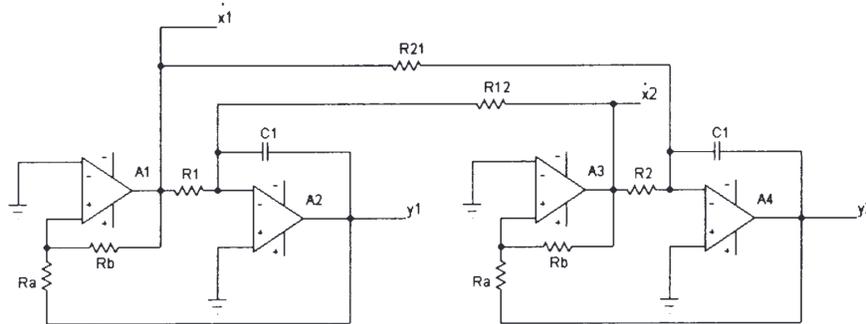


FIGURE 5 – Couplage non linéaire

Ce système est constitué de deux oscillateurs à relaxation.

Oscillateur à relaxation :

Un oscillateur à relaxation est constitué d'un intégrateur suivie d'un comparateur à hystérésis, bouclé sur l'intégrateur. En sortie du comparateur à hystérésis, on observe un crénneau de période $T = 4R_a R_1 C / R_b$ d'amplitude V_{sat} . En sortie de l'intégrateur on observe un signal triangle de même fréquence et d'amplitude $R_a V_{sat} / R_a$. Il n'y a pas "d'entrée", le montage est alimenté à travers les AO.

On réalise deux oscillateurs à relaxations. On prends les composants suivants :

- $C = 1 \mu\text{F}$ Pour les deux intégrateurs
- $R_a = 1 \text{ k}\Omega$
- $R_b = 100 \text{ k}\Omega$
- $R_1 = 8.2 \text{ k}\Omega$
- $R_2 = 6.3 \text{ k}\Omega$

Le fait de choisir deux résistances différentes R_1 et R_2 , impose des fréquences différentes aux deux oscillateurs. On peut alors observer à l'oscilloscope que si on trig sur un signal, le second signal n'est pas trigé.

On va maintenant couplé les deux oscillateurs grâce à deux résistances. L'idée est que ce couplage permet aux oscillateurs à s'accorder en fréquences. On a alors un déphasage entre les deux oscillateurs. Les oscillateurs s'accorde sur une période :

$$T = 4C \frac{R_{12} - R_{21}}{\frac{R_{21}}{R_2} - \frac{R_{12}}{R_1}} \quad (6)$$

Cependant cette synchronisation n'est pas possible pour toutes les valeurs de couplages. Pour comprendre cela, il faut comprendre comment les oscillateurs se synchronise. Pour cela on s'appuie sur la figure 6. Quand les deux oscillateurs sont à $-V_{sat}$ le couplage fait que la pente du signal triangle en sortie de l'intégrateur est plus grande que sans couplage ($V_{sat}(1+C)/RC$ au lieu de V_{sat}/RC où C représente le couplage). à l'opposé, quand les deux oscillateurs sont à l'opposés, la pente du signal triangle en sortie de l'intégrateur est plus faible. Ainsi, on comprend qu'en jouant sur le temps où les deux signaux sont à la même valeurs par rapport au temps où ils sont en opposition, on peut modifier la période des oscillateurs. Cependant, on comprends que si on les fréquences des deux oscillateur sont trop éloigné, ou que le couplage n'est pas assez fort, on ne pourra pas accorder en fréquences les signaux. En effet, si on veut augmenter la période du signal le plus faible pour le faire rejoindre celui ayant la plus grande, on va vouloir maximiser le temps où les deux oscillateurs sont tout les deux à V_{sat} , cependant, on comprend que ceci est limité, si même en étant pratiquement en phase, on a pas réussi a avoir les même fréquence alors, le système

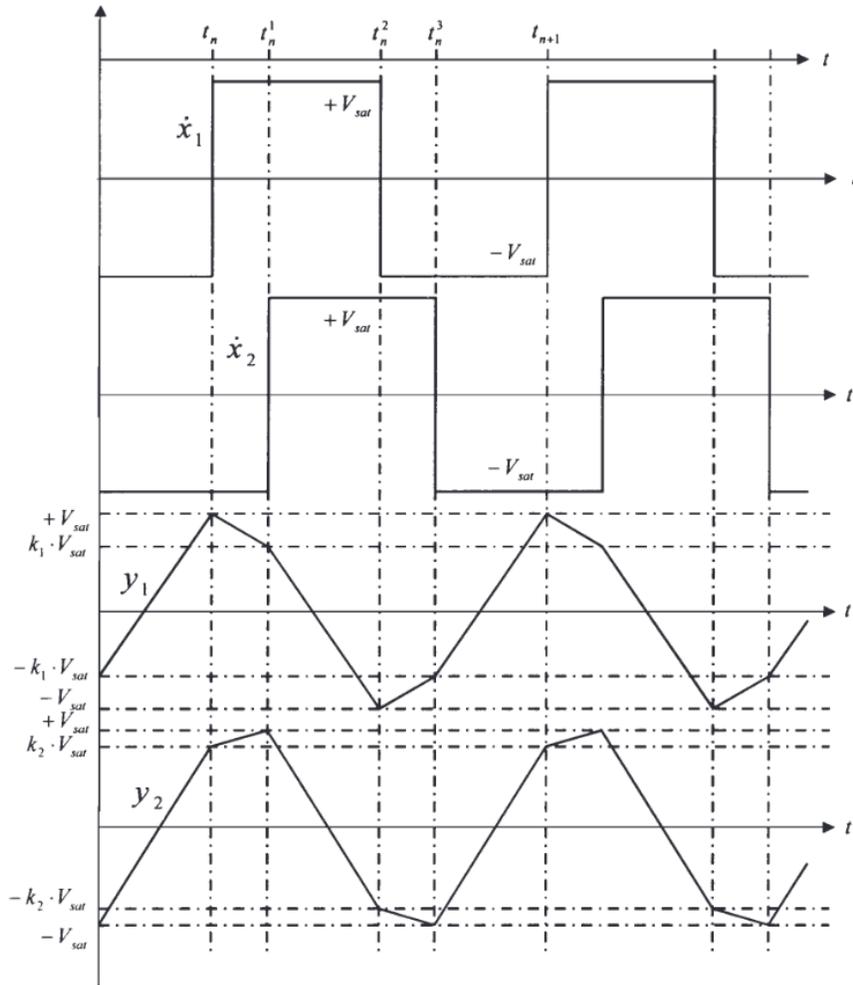


FIGURE 6 – Sorties en différents points du montage

ne pourra pas s'accorder. Ceci nous donne une première condition d'existence d'un accordement en fréquence. Une deuxième condition correspond à une condition de stabilité. On peut alors déterminer les frontières d'existence de la synchronisation.

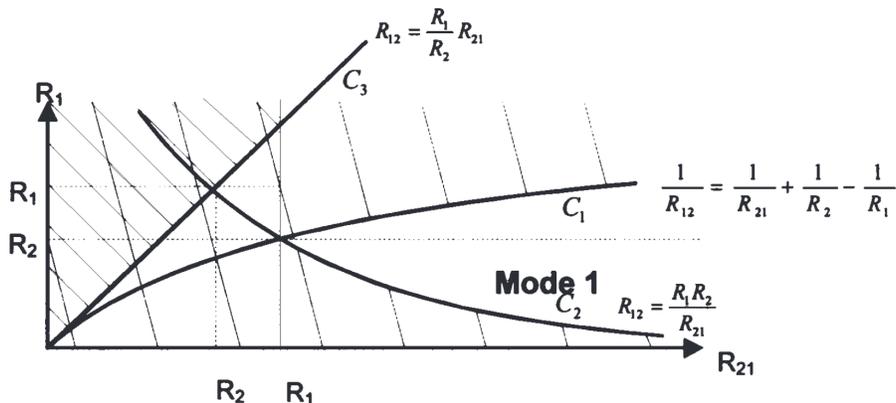


FIGURE 7 – Limite théorique de la stabilité de la synchronisation.

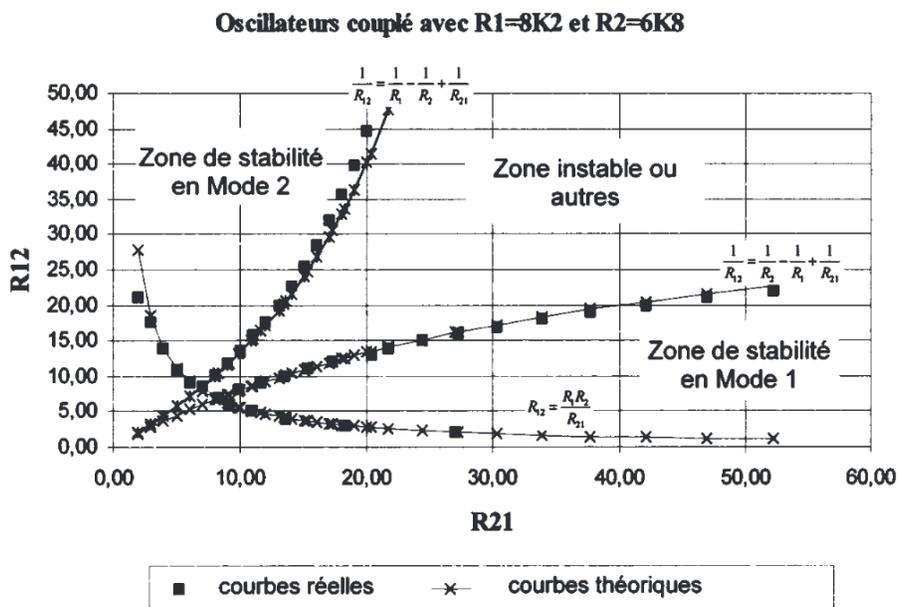


FIGURE 8 – Résultat

On couple les oscillateur, on se place dans un des domaines de stabilité. On observe qu'il y a synchronisation et que les signaux ne sont pas en phase. On délimite les bord de la courbe de stabilité.

Tout est expliqué sur ce lien. J'attends de le tester en vrai avant d'écrire trop de trucs. Par contre c'est ultra stylé je trouve!! et ca a l'aire barbare au début mais en fait le principe est pas super super compliqué.

4 Conclusion

prout

5 Passage de Lucas le 15/01

5.1 Manip surprise

Comment voir un objet plus gros ?

Il faut construire une loupe en plaçant l'objet dans le plan focal objet de la lentille.

Comment faire avec 2 lentilles ? Construire un microscope : afocal, avec la lentille de plus courte focale à l'objectif et la plus grande focale à l'oculaire.

5.2 Remarques

Très bien pour la manip surprise. Bonne intro (sur les molécules et le couplage des liaisons). Il est nécessaire de présenter une manip d'élec et une manip de méca. Ici, les aspects sont différents dans chaque domaine : c'est bien ! Il y a des transitions bien amenées.

Il est bon de détailler les critères d'échantillonnage en direct, et de noter les résultats sur une feuille.

Cabler/décaler le montage en live : apporte de la plu-value.

5.3 Questions

Tu as dit : "un créneau de fréquence très lente pour modéliser un échelon". Peux-tu préciser ?

Déjà, il y a plusieurs fréquences dans le créneau, il vaut mieux parler de la période. On s'assure qu'elle est assez grande pour que le créneau d'avant n'influe pas la mesure.

Comment fonctionne la réponse indicielle ?

On envoie un échelon, on regarde la réponse du système. On dérive la réponse et on regarde sa TF. La réponse dans le domaine temporel est la convolution entre la fonction de transfert et l'échelon. On dérive puis on prend la TF ; on se ramène à la réponse indicielle en dérivant et en regardant la TF : c'est la fonction de transfert du système dans le domaine fréquentiel.

Équivalent du lissage en terme de filtrage ? C'est un passe-bas. Mesurer sa fréquence de coupure ?

Comment relevez-vous les incertitudes sur les mesures en fréquence ? Pareil sur la méthode de Lissajoux. On regarde à gauche et à droite du pic pour être sûr que l'on situe bien "avant" le pic et "après" le pic. C'est plus précis que le critère quantitatif (largeur à mi-hauteur). Il ne faut pas prendre la résolution de la TF en f_e/N .

D'où vient la largeur des pics dans les oscillations des pendules ? Quelle est leur forme théorique ?

Elle peut provenir de l'atténuation. Si l'atténuation est exponentielle, les pics sont lorentziens.

Pourquoi les incertitudes sont plus grandes quand on mesure des grandes valeurs de Γ ?

Elles proviennent du fonctionnemet du RLC-mètre (Voltcraft). Il adapte son calibre à la valeur. L'incertitude relative est plus petite mais l'incertitude absolue est plus grande pour les grandes valeurs mesurées.

Quel est le régime de fonctionnement dans la section I)2) ? Régime sinusoïdal forcé.

Il n'y a pas de résistance sur le circuit de gauche ? On prend celle du générateur (50Ω).

Comment marche le dispositif vidéocom ? Le logiciel envoie un signal lumineux grâce à des LED rouges, ce signal se réfléchit sur la bande réfléchissante des masses et la caméra les repère.

Quelle est la nature des couplages mis en jeu dans le I) et II) ? Couplage capacitif (condensateur) et en position (ressort). On peut aussi faire un couplage inductif (bobines avec noyau de fer doux) ou inertiel (en accrochant une masse).

Y a-t'il des transfert d'énergie entre les modes d'oscillations ? En théorie, non. En pratique, oui, à cause des non linéarités (ce sont des pendules) et peut-être du couplage avec tout la structure. Le mode fondamental récupère toute l'énergie (ca se voit sur la TF des pendules : le premier pic est toujours plus grand après des longues acquisitions).

Exemple de résonnateur couplé en acoustique ? Le couplage de résonnateurs de Helmholtz.

Quel phénomène on observe lorsqu'il y a excitation de 2 modes ? Des battements.

5.4 Remarques

Dire que l'expérience du I) sert à vérifier une loi et pas à mesurer L. Préciser que le Q du circuit doit être assez important pour voir des oscillations en réponse impulsionnelle.

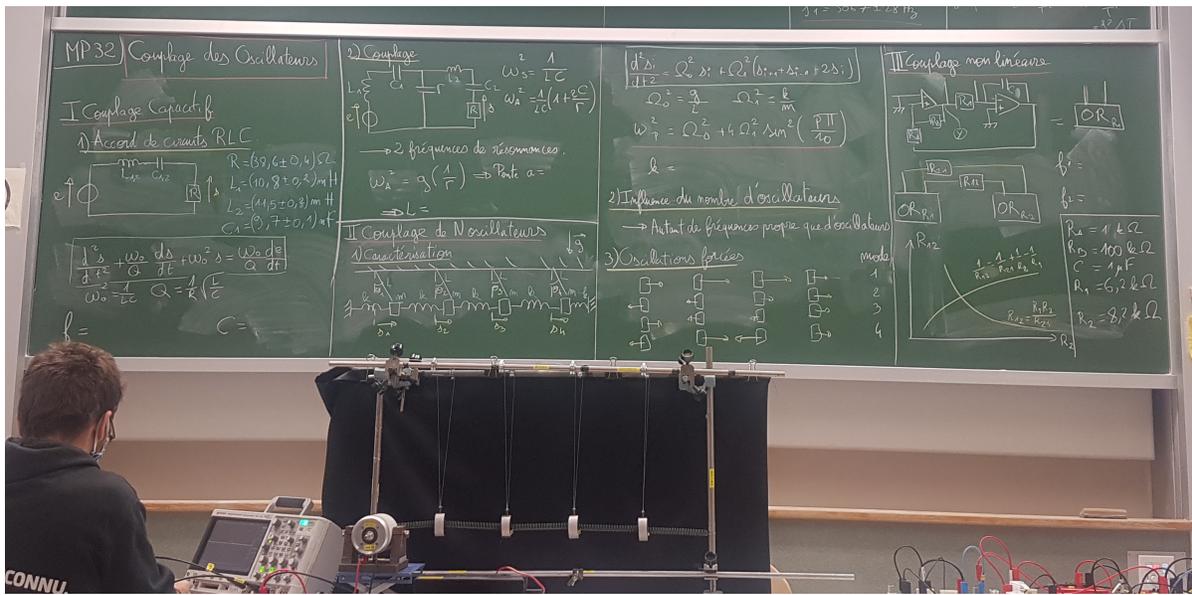


FIGURE 9 – Qu'est-ce qu'il est beau de dos Lucas

Materiel

- 4 ao
- 2 fils (en forme de résistance)
- Capacité : 2* 1microF 10micro F et 2 boîtes à capa Résistance 2 boîtes et 2*100KOHM ET 2*1KOHM ET 390HM ET 8.2KOHM ET 6.2KOHM
- Bobine : 10.84mH et 11.42 mH
- T (ADAPTATEUR)
- 1 regles
- Un Newton metre
- 1 rlcmetre
- 1 noix et une pince (petite rouge)
- 1 plaquette
- Videocom (celui avec câble usb)
- Pied de camera
- Pot vibrant et petit boy
- Gbf
- Oscillo
- Ordinateur (avec vidéocom!!)

Tableau