

# LP 27 : MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE

## EI : ANALOGIE HYDRO-ÉLECTRIQUE

### Bibliographie

1. Tle spécialité, option physique-chimie, *lelivrescolaire*
2. Physique expérimentale, *Fruchard*
3. Physique-Chimie, tout-en-un, PC-PC\*, *Sanz*

### Introduction pédagogique

Dans le thème "Mouvement et interactions", ce cours correspond au point "Modélisation de l'écoulement d'un fluide". Il permet aux élèves de spécialité de dépasser ce qu'ils ont vu en statique des fluides en première dans le thème "Description d'un fluide au repos".

**Niveau :** Terminale, enseignement de spécialité

#### Prérequis :

1. Force de pression [1<sup>ère</sup>]
2. Accélération du champ de pesanteur [1<sup>ère</sup>]
3. Expression vectorielle [1<sup>ère</sup>]
4. Lois de Newton [1<sup>ère</sup>]
5. Notions d'électricité (tension, intensité, résistance) [1<sup>ère</sup>]

#### Objectifs :

1. Expliciter qualitativement la poussée d'Archimède
2. Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide
3. Exploiter la relation de Bernoulli

#### Difficultés :

1. Lors du calcul du débit les surfaces doivent être orthogonales à la vitesse
2. Les notations :  $V$  pour un volume et  $v$  pour une vitesse
3. Savoir quand utiliser la loi de Bernoulli ou la conservation du débit volumique, ou les deux

**Exemples de TP** Détermination d'angles de raccordements, mesure de  $\gamma$  par balance d'arrachement

**Exemples de TD** Etude de matériaux, utilisation de la loi de Young-Dupré

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Poussée d'Archimède</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Écoulement de fluide</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Théorème de Bernoulli</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Analogie hydro-électrique</b>	<b>5</b>

## Introduction

La mécanique des fluides est un domaine de la physique consacré à l'étude du comportement des fluides.

Comment pouvons nous définir un fluide ?

### Fluide

Etat de la matière dans lequel un corps peut s'écouler, changer de forme et épouser celle de son contenant.

Cela peut donc correspondre tout aussi bien aux liquides qu'aux gazs.

Ce nouvel outil permet notamment d'étudier la dynamique de l'eau ou de gazs. L'eau recouvrant plus de 70% de notre planète l'étude de sa dynamique est très important, notamment les courants océaniques peuvent être étudiés grâce à la mécanique des fluides.

## 1 Poussée d'Archimède

Petite contextualisation sur Archimède : cf diapo

Prenons un référentiel galiléen. On considère dans ce référentiel un système de volume fini  $V$  de fluide. On peut réaliser le bilan des forces qui s'exercent sur ce fluide :

- le poids,  $\overrightarrow{P}_{fluide} = \rho_{fluide} V \overrightarrow{g}$
- la résultante des forces de pression, que nous noterons ici  $\overrightarrow{II}$

Au repos, d'après la première loi de Newton la résultante des forces est nulle. D'où :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{P}_{fluide} + \overrightarrow{II} \\ \overrightarrow{II} &= -\rho_{fluide} V \overrightarrow{g} \end{aligned}$$

Tout objet occupant le même volume  $V$  subira les mêmes forces de pression que le fluide qu'il a remplacé. En effet, la résultante des forces de pression est due au fluide qui entoure le volume  $V$ . Qu'il y ait un solide ou le fluide (qui occupe le même volume  $V$ ) alors la résultante des forces de pression sera la même dans les deux cas.

Ainsi un solide ayant un volume immergé dans un fluide  $V$  subira une résultante des forces de pression opposé au poids :  $\overrightarrow{II} = -\rho_{fluide} V \overrightarrow{g}$ .

Cette force s'appelle la Poussée d'Archimède.

**Exercice :** prenons un iceberg. Le volume total de l'iceberg est  $V = 10^8 m^3$ . Cet iceberg voit une partie de son volume être immergé. Notons  $x$  le pourcentage du volume immergé. Ainsi l'iceberg a un volume immergé qui vaut  $xV$ .

On se place dans un référentiel galiléen, on étudie le système "iceberg". Deux forces s'appliquent : le poids et la poussée d'Archimède.

L'iceberg étant au repos :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{0} &= \overrightarrow{P} + \overrightarrow{II} \\ \overrightarrow{0} &= \rho_{glace} V \overrightarrow{g} - \rho_{fluide} xV \overrightarrow{g} \end{aligned}$$

D'où :

$$0 = \rho_{glace}V - \rho_{fluide}xV$$

$$x = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{fluide}}$$

On a  $\rho_{glace} = 917 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho_{fluide} = 1000 \text{ kg/m}^3$ , ainsi on obtient :  $x = 0,91$  : 90% de l'iceberg est plongé dans l'eau.

## 2 Écoulement de fluide

### 2.1 La particule fluide

Comment modéliser le fluide ? On ne peut pas appliquer le PFD sur chaque particule. En effet dans un fluide, prenons l'eau par exemple, on décompte dans 1 mL de fluide :  $N = \frac{\rho V N_A}{M_{eau}} \simeq 3 \times 10^{23}$ . Comment modéliser le mouvement d'autant de particules ?

On va utiliser ce qu'on appelle la particule fluide :

#### Particule fluide

Volume très petit devant les échelles de l'écoulement. Elle comporte un nombre important d'entités microscopiques (molécules d'eau par exemple).

On va pouvoir appliquer à cette particule fluide les mêmes lois que l'on peut appliquer à un point matériel solide. On peut définir un référentiel galiléen, dans lequel le système : la particule fluide subit des forces.

### 2.2 Le débit volumique

Maintenant qu'on peut appliquer le PFD ou d'autres équations de la mécanique on va essayer de caractériser les écoulements de fluides.

L'écoulement d'un fluide correspond à un déplacement macroscopique d'une grande quantité de particules fluides.

On va s'intéresser à deux grands types d'écoulements :

#### Écoulement incompressible

Écoulement dans lequel la masse volumique  $\rho$  est uniforme et constante.

#### Écoulement permanent

Écoulement où le vecteur vitesse  $\vec{v}$  est indépendant du temps. On peut parler d'écoulement stationnaire.

Afin de caractériser ces écoulements on va introduire une nouvelle grandeur : le débit volumique. Comment définir le débit volumique : il s'agit du volume de fluide qui passe au travers une surface pendant un temps  $t$ . La première définition que l'on peut donner est :

$$D_v = \frac{dV}{dt}$$

avec  $D_v$  le débit volumique ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ),  $V$  le volume de fluide écoulé ( $m^3$ ) et  $t$  le temps ( $s$ ).

On peut donner une autre définition du débit volumique en considérant la vitesse du fluide qui passe au travers une surface  $S$  :  $D_v = v \times S$  avec  $D_v$  le débit volumique ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ),  $v$  la vitesse du fluide écoulé ( $m \cdot s^{-1}$ ) et  $S$  la surface traversée ( $m^2$ ).

**⚠ ATTENTION :** Un choix pédagogique est à faire dans cette dernière formule. En terminale les élèves connaissent le produit scalaire. On a donc deux façons de leur donner la formule ! Soit  $D_v = \vec{v} \cdot \vec{S}$  ; soit  $D_v = vS$  mais dans le second cas il faut bien préciser aux élèves que la surface est forcément orthogonale à la vitesse.

Dans le cas des écoulements permanents on a une conservation du débit volumique :

$$D_v = \text{constante} = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

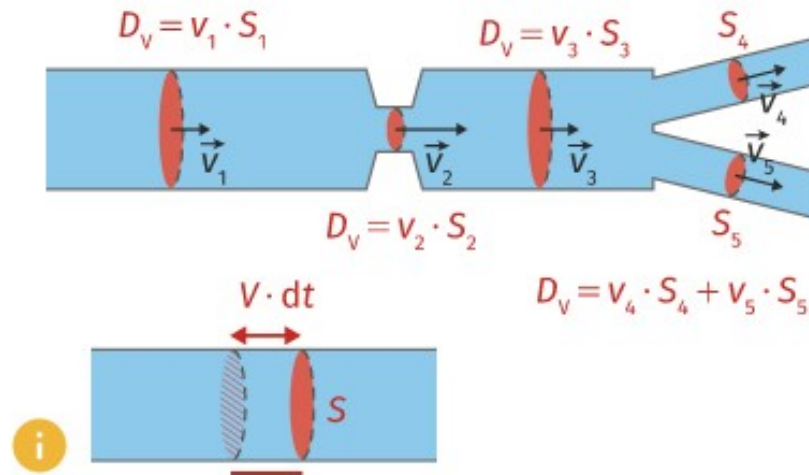


FIGURE 1 – Conservation du débit volumique dans une tuyère (Source : lelivrescolaire).

### 3 Théorème de Bernoulli

Si on ne considère aucune forces de frottements alors on a comme pour une particule solide la conservation de l'énergie mécanique. Conservation de l'énergie pour quel système ? La particule fluide étudié plus tôt sur laquelle on a pu appliquer le PFD, on peut à nouveau regarder son énergie mécanique.

En prenant en compte son énergie cinétique, son énergie potentielle de pesanteur et l'énergie liée aux forces de pression du fluide, on peut écrire :

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho gh + P = E_{\text{mécanique}} = \text{constante}$$

avec  $\rho$  la masse volumique ( $kg.m^{-3}$ ),  $v$  la vitesse du fluide ( $m.s^{-1}$ ),  $g$  l'intensité de la pesanteur ( $N.kg^{-1}$ ),  $h$  la hauteur du fluide ( $m$ ) et  $P$  la pression au point de mesure ( $Pa$ ).

\*\*\*\*Expérience du vase de Mariotte : calcul de la vitesse en sortie en fonction de la hauteur du tube rempli d'air par rapport au points de sortie : par Bernoulli  $v = \sqrt{2gh}$ . Avec la balance on pèse l'eau qui sort en un temps t et par le débit massique on remonte à la vitesse en sortie (conservation du débit volumique). Avec plusieurs hauteurs on vérifie la loi (attention l'ordonnée à l'origine n'est pas nulle à cause de la tension superficielle, très bien expliqué dans le Fruchard) puis on remonte à la valeur de  $g$  (très mauvaise).\*\*\*\*

## 4 Analogie hydro-électrique

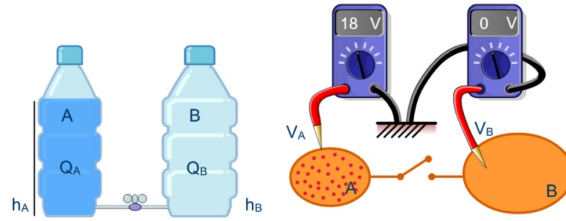


FIGURE 2 – A  $t_0 = 0$ .

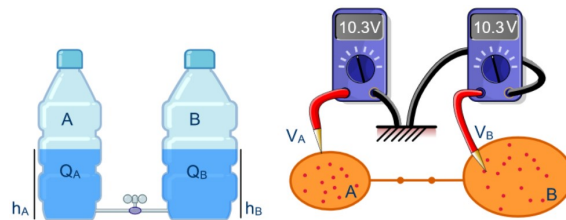


FIGURE 3 – A  $t > t_0$ .

Grandeurs électriques ↔ Grandeurs hydrauliques

$$\begin{array}{ccc}
 U = \Delta V & \leftrightarrow & \Delta P \\
 I & \leftrightarrow & D_v \\
 R = \frac{U}{I} & \leftrightarrow & R_h = \frac{\Delta P}{D_v}
 \end{array}$$

De même que dans votre cours sur les systèmes électriques vous avez vu qu'une différence de potentiel entraîne un déplacement d'électrons et donc un courant, on va voir ici qu'un écart de hauteur entre deux bouteilles mis en contact va entraîner un déplacement d'eau et donc la création d'un débit volumique. Ce qui explique pourquoi lorsque que l'on ouvre le robinet sur les deux bouteilles au-dessus revient au même que fermer l'interrupteur : on va atteindre un système d'équilibre où les quantités de molécules d'eau, où d'électrons sont réparties de manière équivalentes. ce qui donne une même hauteur d'eau, et une même tension dans les deux systèmes.

Vous avez notamment vu la loi d'Ohm où on peut exprimer la résistance du système comme le rapport entre la tension (la différence de potentiel) et l'intensité. De même, ici on peut définir une "résistance hydraulique" qui correspond au rapport entre la différence de pression et le débit volumique.

## Conclusion

## Questions

1. Quel outil de la mécanique des fluides pour étudier les courants marins
2. Pourcentage d'eau potable sur terre ?
3. Eau salée potable ? NON
4. la théorie de la terre sphérique a toujours été rejetée ?
5. Pourquoi un bateau flotte ?
6. Calcul du volume immergé de l'iceberg
7. Formule exacte du débit volumique
8. Débit volumique à travers une surface plane si la vitesse n'est pas orthogonale à la surface
9. Conservation du débit en régime permanent : explication simple
10. Bernoulli, a quels systèmes applique-t-on le théorème de l'énergie mécanique
11. Condition du théorème de Bernoulli.
12. Parler des lignes de courants aurait pu être pertinent
13. Comment mesurer  $h$  dans l'expérience ?
14. Valeur de  $g$  à partir de la mesure ?

## Commentaire

1. Un peu confus par moment
2. Oublie d'un vecteur
3. Approche très théorique pour des lycéens
4. Expliquer comment on arrive à l'étude d'une particule de fluide
5. Expliquer d'abord le débit volumique avec les mains
6. Théorie de la terre plate assez minoritaire dans le monde et dépend de l'époque
7. Pas obligé de parler de la poussée d'Archimède