LP 30 Filtrage

Introduction Pédagogique

Bibliographie

1. Fosset PCSI

Niveau : L1

Prérequis :

1. Loi de l'électrocinétique : loi des mailles.
2. Analyse spectrale d'un signal périodique
3. Décomposition d'un signal en série de Fourier L1
4. Notation complexe en électrocinétique : impédance complexe d'un condensateur, d'une bobine

Objectifs :

1.

Difficultés :

1.

TD :

1. Analyse de filtre du premier et second ordre

Expérience :

1. Mesure d'une fréquence de coupure d'un filtre RC.
2. Sélection d'une fréquence d'un signal carré.
3. Simulation d'un diagramme de Bode sur Python

1 Motivation et principe du filtrage

1.1 Motivation

Quand on écoute la radio, l'antenne de l'appareil reçoit toute les radiofréquences émises et les convertit en un signal électrique qui correspond alors à l'ensemble des signaux de chaque chaîne. Pour n'écouter qu'une seule chaîne à la fois, l'appareil doit sélectionner la fréquence souhaitée en filtrant le signal électrique.

1.2 Principe du filtrage linéaire

De manière générale, un filtre est un dispositif électronique qui va transformer un signal en un autre. Les signaux étudiés seront des signaux périodique caractérisés par leur pulsation ω.

figure générale d'un filtre

Les filtres étudiés sont des filtres linéaires, c'est à dire que le résultat du filtrage d'une somme de signaux correspond à la somme des résultats du filtrage de chaque signal. Ainsi, comme un signal périodique peut se décomposer en série de Fourier, soit une somme de signaux sinusoïdaux, on peut se limiter à l'étude du filtre sur un signal sinusoïdal de pulsation ω.

On peut donc utiliser le formalisme complexe que nous avons vu dans les cours précédents.

Un filtre est caractérisé par sa fonction de transfert $\underline{H}(\omega)$ définit comme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{s}(\omega)}{\underline{e}(\omega)} \tag{1}$$

On définit également le **gain** G, le gain en décibels G_{db} et la phase ϕ d'un filtre comme :

$$\begin{aligned} G &= |\underline{H}(\omega)| && (2) \\ G_{dB} &= 20log(\underline{H}(\omega)) && (3) \\ \phi &= arg(\underline{H}(\omega)) && (4) \end{aligned}$$

Durant la suite de la leçon, nous nous intéresserons uniquement aux filtre passif qui comportent uniquement des résistances des bobines ou des condensateur et aucun composant actif comme des sources ou des amplificateurs opérationnels.

2 Filtre du premier ordre : filtre RC

2.1 Analyse qualitative du comportement du filtre

schéma d'un filtre RC

schéma équivalent à basse et haute fréquence

2.2 Détermination de la fonction de transfert du filtre

Calcul de la fonction de transfert dans le cadre d'un filtre passe-bas

Projection du diagramme de bode simulée par python

3 Filtre du second ordre : sélectionner des fréquences

Afin de sélectionner une certaine gamme de fréquence, on utilise le filtre RLC :

schéma

La fonction de transfert du filtre vaut :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j(\frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + \frac{j}{Q}(\frac{\omega}{\omega_0}) + j(\frac{\omega}{\omega_0})^2} \tag{5}$$

Plus Q est important, plus le filtre est sélectif.

Application : sélection d'un harmonique d'un signal créneau.

La décomposition en série de Fourier d'un signal créneau est :

$$e(t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2\frac{1 \ + (\ -1)^n + 1}{n\pi} sin(n\omega t) \tag{6}$$
$$= \frac{4}{\pi}(sin(\omega t) + \frac{1}{3} sin(3\omega t) + ...) \tag{7}$$

Afin de sélectionner le premier harmonique, on calibre le filtre tel que $\omega_0 = \omega$ et on privilégie des facteurs de qualités important pour avoir une grande sélectivité.

Démonstration en sélectionnant $\omega_0 = \omega = 1kHz$ *puis* $\omega_0 = 3\omega = 3kHz$