

LP 17 – RAYONNEMENT D'ÉQUILIBRE THERMIQUE. CORPS NOIR.

21 avril 2021

Antoine Chauchat & Valentin Dorel

Niveau :

Bibliographie



Prérequis

- Transfert thermique
- Notion de photon

Expériences



Table des matières

1	Bilans radiatifs	2
1.1	Interactions entre la matière et le rayonnement	2
1.2	Flux radiatif	3
2	Caractérisation du rayonnement d'équilibre thermique	3
2.1	Densité spectrale d'énergie	3
2.2	La loi de Planck	4
2.3	Loi de Wien et loi de Stefan	5
3	Corps noir et applications	5
3.1	Définition du corps noir	5
3.2	Estimation naïve de la température de la Terre	6
3.3	Effet de serre	7
4	Questions et commentaires	8
4.1	Questions	8
4.2	Commentaires	8

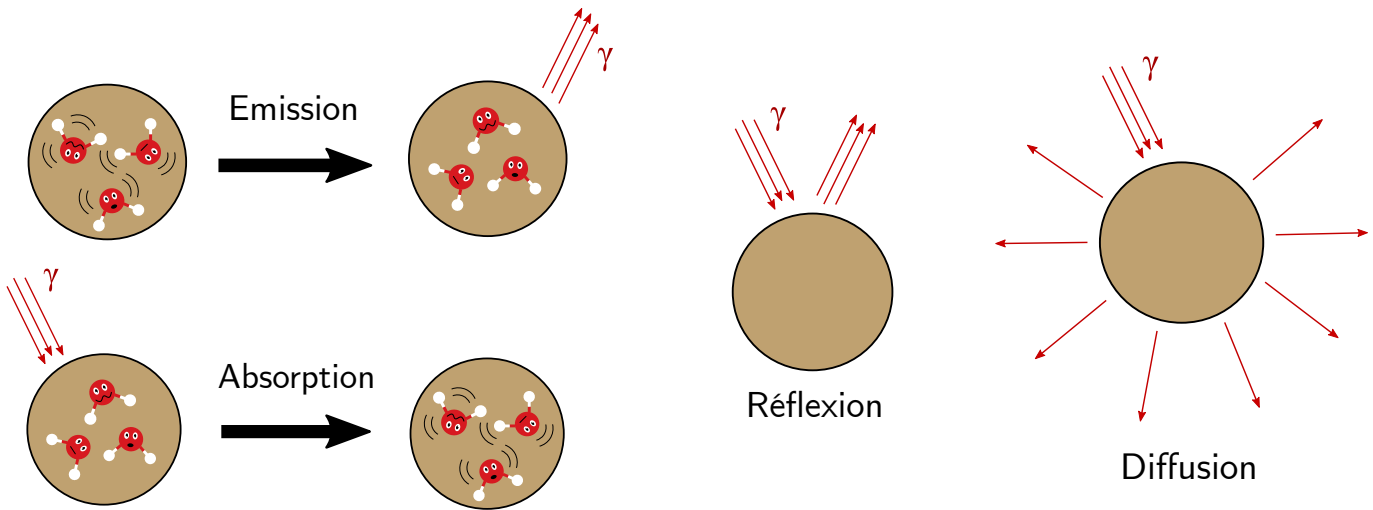


FIG. 1 : Les quatre modes d'interaction lumière-matière

Introduction

Dans cette leçon on va décrire le rayonnement que l'on observe quand un corps à la température T est en équilibre avec le gaz de photons qui l'entoure. C'est ce rayonnement qui est exploité dans les caméra thermiques et il va nous permettre de comprendre le rôle de l'effet de serre dans la température moyenne à la surface de la Terre.

1 Bilans radiatifs

1.1 Interactions entre la matière et le rayonnement

La matière peut interagir selon différents modes avec le rayonnement électromagnétique qui sont les suivants :

Émission L'émission consiste en la conversion d'énergie interne du système en énergie radiative. Par exemple, une molécule excitée thermiquement peut revenir à son état fondamental en émettant une radiation. On ne considérera ici que des phénomènes d'émission spontanée et non stimulée.

Absorption L'absorption est alors le second mode qui se déduit alors réciproquement du premier. Il traduit la conversion d'une énergie radiative reçue en énergie interne. On peut penser à la photodissociation d'une liaison chimique.

Réflexion La matière peut également réfléchir un rayonnement incident selon les lois de Snell-Descartes comme quand on éclaire une plaque métallique avec un laser. Le transfert du rayonnement reçu dans le milieu se fait de façon directive

Diffusion Si le rayonnement reçu est retransmis dans le milieu dans toutes les directions on parle de diffusion

On peut associer à chaque mode d'interaction lumière-matière un flux surfacique ϕ qui s'exprime en W m^{-1} . Ce sont respectivement ϕ_a, ϕ_e et ϕ_r . On peut définir alors deux types limites de milieux.

Les milieux transparents Ils transmettent intégralement le rayonnement reçu

$$\phi_a = \phi_r = 0 \quad (1.1)$$

Les milieux opaques Ils ne transmettent aucune fraction du rayonnement qu'ils reçoivent. Cela est rendu possible par un des trois modes que sont l'absorption, la diffusion et la réflexion qui peuvent agir de façon simultanée.

Ces deux définitions concernent des cas limites, peu de milieux sont parfaitement transparent ou parfaitement opaque. Remarquons que la notion de transparence et d'opacité dépend de la fenêtre spectrale étudiée. Le verre est un matériau transparent pour le rayonnement visible mais est opaque pour le rayonnement ultraviolet. Ainsi on ne peut pas utiliser une cuve en verre pour faire un spectre d'absorption d'une substance chimique dans l'UV. L'essentiel du corps humain est opaque dans le visible mais transparent aux rayons X ce qui permet la radiographie.

1.2 Flux radiatif

Afin de comprendre le rayonnement d'équilibre associé à un corps, on doit pouvoir établir son bilan radiatif. On considère un *corps parfaitement opaque* dans un *milieu parfaitement transparent*. Comme pour tout bilan, on fait l'inventaire de tous les phénomènes radiatifs entrant et partant du système auquel : ϕ_{in} et ϕ_{out} .

Le milieu est parfaitement opaque : il interagit avec l'intégralité du rayonnement par absorption, diffusion ou réflexion on a alors :

$$\phi_{\text{in}} = \phi_a + \phi_r \quad (1.2)$$

Le flux surfacique sortant du milieu est l'addition du flux surfacique émis par l'objet et des flux surfaciques de réflexion et de diffusion.

$$\phi_{\text{out}} = \phi_e + \phi_r \quad (1.3)$$

On définit alors le *flux radiatif* comme un bilan qui caractérise la totalité des échanges radiatifs entre le corps opaque et le milieu transparent :

$$\phi_R = \phi_{\text{out}} - \phi_{\text{in}} = \phi_e - \phi_a \quad (1.4)$$

On compte positivement ce flux vers l'extérieur du milieu.

On dit alors que le corps opaque est en *équilibre radiatif* avec le champ de rayonnement qui l'entoure si le flux radiatif associé est nul : $\phi_R = 0$.

Si $\phi_R \neq 0$ alors le système étudié n'est pas à l'équilibre radiatif. On a deux cas possibles

$\phi_R < 0$ Le corps opaque absorbe plus d'énergie radiative qu'il en émet : il se réchauffe

$\phi_R > 0$ Le corps opaque émet plus d'énergie qu'il n'en absorbe : il se refroidit

On ne considérera dans la suite que des systèmes à l'équilibre thermodynamique. Celui-ci implique que l'énergie interne soit constante et donc que l'intégralité du flux entrant soit égal à l'intégralité du flux sortant : $\phi_a = \phi_e$.

Un corps à l'équilibre thermodynamique est à l'équilibre radiatif (la réciproque est fautive attention !)

↓ Caractériser le rayonnement d'équilibre thermique permet de relier les propriétés radiatives (auxquelles on a accès) à sa température (que l'on veut mesurer par exemple).

2 Caractérisation du rayonnement d'équilibre thermique

2.1 Densité spectrale d'énergie

Dans l'intervalle $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ le rayonnement d'équilibre thermique est caractérisé par une densité volumique d'énergie électromagnétique du définie par :

$$du = u_\lambda d\lambda \quad (2.1)$$

u_λ ne dépend que de la température et de λ . Elle caractérise entièrement le rayonnement mais est difficilement accessible par l'expérience. En pratique on préfère mesurer ϕ_λ la densité spectrale de flux d'énergie surfacique à la même longueur d'onde. Grâce à la condition d'équilibre thermique, l'équilibre radiatif est vérifié à chaque longueur d'onde :

$$d\phi_\lambda^i = d\phi_\lambda^e \quad (2.2)$$

i correspondant à incident et e à émergent.

Essayons de relier ϕ_λ et u_λ . Pour cela considérons un élément de surface dS recevant un rayonnement sous incidence θ . L'énergie reçue par dS pendant un temps dt à la longueur d'onde λ est :

$$dE_\lambda = \phi_\lambda dS dt d\lambda \quad (2.3)$$

D'autre part, l'énergie émise par la surface dans une direction d'angle solide $d\Omega$ est contenue dans un cylindre de surface dS de longueur cdt et d'angle θ . Ainsi :

$$d^2E_\lambda = dE_{\text{cylindre}} \times \frac{d\Omega}{4\pi} = u_\lambda c dt \cos\theta dS \frac{\sin\theta d\theta d\phi}{4\pi} \quad (2.4)$$

En intégrant sur toutes les directions d'émission possible et en identifiant les deux expressions de dE_λ , on obtient :

$$\phi_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda \quad (2.5)$$

2.2 La loi de Planck

Les études expérimentales du rayonnement d'équilibre thermique à la fin du 19^e siècle ont provoqué plusieurs tentatives de description théorique. La première est due à Rayleigh et Jeans. Si leur loi décrit fidèlement le comportement du rayonnement à grande longueur d'onde, elle n'explique pas la décroissance rapide de l'énergie aux petites longueurs d'onde qui était obtenue expérimentalement. À la place leur loi prédisait une divergence de l'énergie lorsque $\lambda \rightarrow 0$ ce qui donne la nom de « catastrophe ultraviolette ».

Leur erreur consistait à considérer le champ électromagnétique comme un ensemble d'oscillateurs harmoniques d'énergie moyenne $k_B T$ donnée par le théorème d'équipartition de l'énergie. Planck parvint à obtenir une loi en accord avec l'expérience en 1900 en considérant que les niveaux d'énergie de ces oscillateurs étaient quantifiés. Selon la loi de Planck, la densité spectrale d'énergie volumique s'écrit :

$$u_\lambda(\lambda, T) = \underbrace{\frac{8\pi}{\lambda^4}}_{\text{densité volumique de modes}} \times \underbrace{\frac{hc}{\lambda}}_{\text{énergie d'un photon}} \times \underbrace{\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}}_{\text{statistique de Bose-Einstein}} \quad (2.6)$$

Planck resta longtemps convaincu que la quantification n'était qu'une astuce de calcul sans réelle signification physique mais en réalité sa découverte marqua le début de la physique quantique.

Insistons sur le fait que la loi de Planck n'est valable que dans le cas où le rayonnement est à l'équilibre thermique avec un thermostat de température T . Cette restriction est en pratique importante car les phénomènes d'absorption, émission et réflexion de rayonnement par la matière se produisent souvent hors équilibre. Dans le cas de l'éclairage par une lampe à filament il y a transformation irréversible (et donc hors équilibre) d'énergie électrique en énergie thermique. De même, l'émission d'un photon par un atome est souvent un retour irréversible de l'atome à son état fondamental. Dans le cas d'un corps noir au contraire, le rayonnement est confiné dans une enceinte fermée et peut ainsi parvenir à l'équilibre thermique avec les parois. On voit les différences entre un spectre de corps noir et le spectre du rayonnement solaire.

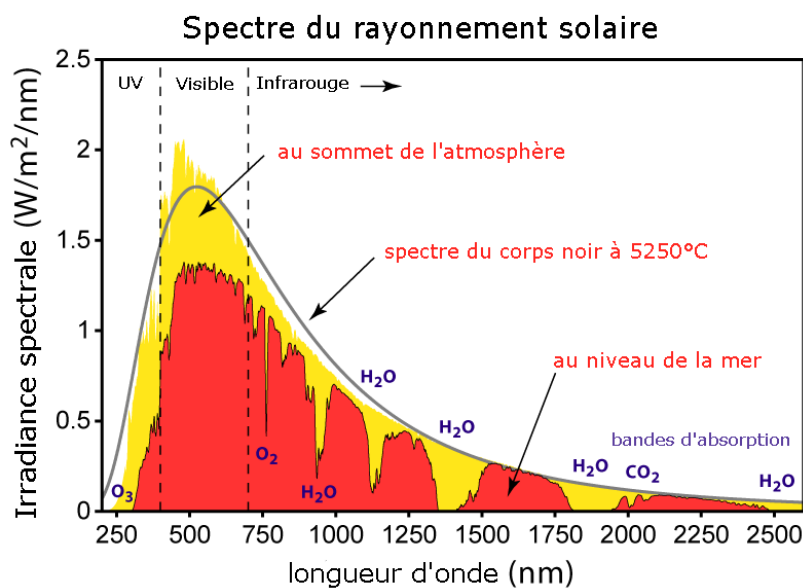


FIG. 2 : Différence entre le spectre de corps noir et le spectre émis par le soleil

On peut faire plusieurs remarques sur cette formule :

- La répartition spectrale ne dépend ni de la forme de l'enceinte avec laquelle le rayonnement est en équilibre ni de la nature des parois
- La répartition spectrale ne dépend que de λ et T .
- La loi de Planck reproduit bien les résultats expérimentaux. Elle résout le problème de divergence aux faibles longueurs d'onde

Nous allons maintenant étudier deux conséquences importantes de la loi de Planck.

2.3 Loi de Wien et loi de Stefan

La loi de Planck donne un spectre de rayonnement thermique en forme de cloche atteignant son maximum à λ_m . Par le calcul on peut retrouver la loi de Wien (connue expérimentalement) selon laquelle pour une température donnée, u_λ est maximale en λ_m tel que :

$$\lambda_m T = 2898 \mu\text{m K} \quad (2.7)$$

On peut également noter que 98 % de l'énergie est émise dans l'intervalle $[0.5\lambda_m, 8\lambda_m]$. Une fois encore cette relation est indépendante du corps et ne dépend que de T . Plus un corps est chaud, plus il émettra dans des longueurs d'onde faibles.

OdG :

- Corps humain : $T \sim 300 \text{ K} \implies \lambda_m \sim 10 \mu\text{m}$ (dans l'infrarouge)
- Soleil : $T \sim 6000 \text{ K} \implies \lambda_m \sim 500 \text{ nm}$ (dans le visible)

La grandeur ressentie physiquement est le flux total surfacique lorsque l'on est au soleil. Essayons de calculer le flux surfacique émis par tout le spectre de rayonnement d'équilibre thermique. On a déjà relié la densité spectrale de flux surfacique à la densité spectrale d'énergie volumique, cette dernière étant donnée par la loi de Planck.

$$\phi = \int_0^\infty \phi_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \frac{c}{4} u_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp \frac{hc}{\lambda k_B T} - 1} d\lambda \quad (2.8)$$

$$\phi = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k_B^4}{h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4 \quad (2.9)$$

On obtient la loi de Stefan avec σ appelée constante de Stefan. Encore une fois cette formule est valide pour un rayonnement en équilibre thermique et ne dépend pas de la nature du corps qui émet le rayonnement.

Nous allons maintenant définir un cadre d'application du rayonnement d'équilibre thermique, le corps noir.

3 Corps noir et applications

3.1 Définition du corps noir

Le corps noir est un corps qui absorbe l'intégralité du rayonnement incident. Il vérifie donc $\phi_i = \phi_a$ et $\phi_s = \phi_e$ (i et s correspondant à incident et sortant). Si on suppose l'équilibre thermique (qui est aussi un équilibre radiatif puisque le corps noir absorbe tout le rayonnement et ne peut donc ni réfléchir ni transmettre) on a également $\phi_a = \phi_e$. Le corps noir à l'équilibre radiatif émet tout le rayonnement qu'il absorbe. Finalement, étudier un corps noir permet d'obtenir l'équilibre radiatif dès lors qu'il y a équilibre thermique et donc de disposer d'un rayonnement d'équilibre thermique à coup sur et ainsi de pouvoir étudier les résultats établis précédemment.

Cependant, comment obtenir un corps noir absorbant sur tout le spectre électromagnétique ? Ce n'est jamais rigoureusement le cas, mais on pourra considérer un comportement de corps noir pour un corps sur une certaine plage de longueur d'onde. Le verre par exemple est transparent dans le visible mais se comporte comme un corps noir dans l'UV. Pour obtenir un comportement de corps noir dans le visible on recouvre par exemple une plaque de verre de noir de fumée. On dit corps "noir" car un corps noir dans le visible sera de couleur noire.

L'objet le plus proche d'un corps noir serait une cavité thermalisée, percée d'un minuscule trou. Tout rayonnement entrant par ce trou serait piégé dans la cavité et finirait par s'équilibrer à la suite de multiples réflexions. Le corps noir ici c'est l'orifice. Un four correspond assez bien à cette définition, c'est d'ailleurs à l'aide d'un four que Wien a mené son expérimentation en 1896.

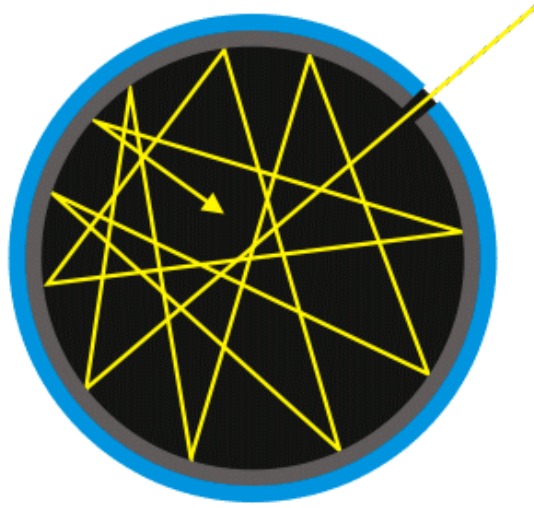


FIG. 3 : Corps noir idéal

3.2 Estimation naïve de la température de la Terre

Utilisons les principes développés jusqu'ici pour calculer la température d'équilibre à la surface de la Terre. On peut considérer que la Terre et le Soleil sont indépendamment à l'équilibre radiatif et que le rayonnement reçu par la Terre est issu du rayonnement émis par le Soleil.

On considère le Soleil comme un corps noir à la température T_S , on lui applique la loi de Stefan :

$$P_S = \sigma T_S^4 \quad (3.1)$$

Le problème est à symétrie sphérique, la conservation de l'énergie totale rayonnée assure que

$$P_S 4\pi R_S^2 = P_{S \rightarrow T} 4\pi D_{TS}^2 \quad (3.2)$$

On a noté D_{TS} la distance séparant la Terre du Soleil et $P_{S \rightarrow T}$ la puissance surfacique reçue par la Terre de la part du Soleil.

$$P_{S \rightarrow T} = \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 \quad (3.3)$$

En réalité, la Terre réfléchit une partie du rayonnement reçu. On appelle *albédo* la fraction du rayonnement réfléchi on le note A , on a alors

$$P_{S \rightarrow T} = (1 - A) \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 \quad (3.4)$$

La surface effective qui intercepte le rayonnement solaire est un disque de rayon R_T , on a donc

$$P = (1 - A) \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 \pi R_T^2 \quad (3.5)$$

Le bilan radiatif de la Terre s'écrit donc

$$(1 - A) \sigma T_S^4 \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 \pi R_T^2 = \sigma T_T^4 4\pi R_T^2 \quad (3.6)$$

On en déduit

$$T_T = (1 - A)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{R_S}{2D_{TS}}} T_S \quad (3.7)$$

Effectuons l'application numérique :

- $T_S = 5.8 \times 10^3 \text{ K}$
- $A = 0.31$

- $R_S = 7.0 \times 10^8 \text{ m}$
- $D_{TS} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

On trouve alors $T_T = 255 \text{ K} = -18^\circ\text{C}$. Cette température est trop faible, la température moyenne à la surface de la Terre est 15°C . On a oublié un élément majeur : l'effet de serre.

3.3 Effet de serre

L'atmosphère joue un rôle central dans les échanges radiatifs entre la Terre et le Soleil.

Si on applique la loi de Wien à la Terre et au Soleil on voit que leur maximum d'émission s'effectue pour des longueurs d'ondes respectives de $10 \mu\text{m}$ et $500 \mu\text{m}$. Leurs intervalles spectraux sont très différents, on peut faire l'approximation suivante :

L'atmosphère agit comme un corps noir pour le rayonnement terrestre infrarouge et comme un corps totalement transparent pour le rayonnement solaire. C'est cette propriété qui est à la base de l'effet de serre et qui va permettre de globalement réchauffer la Terre

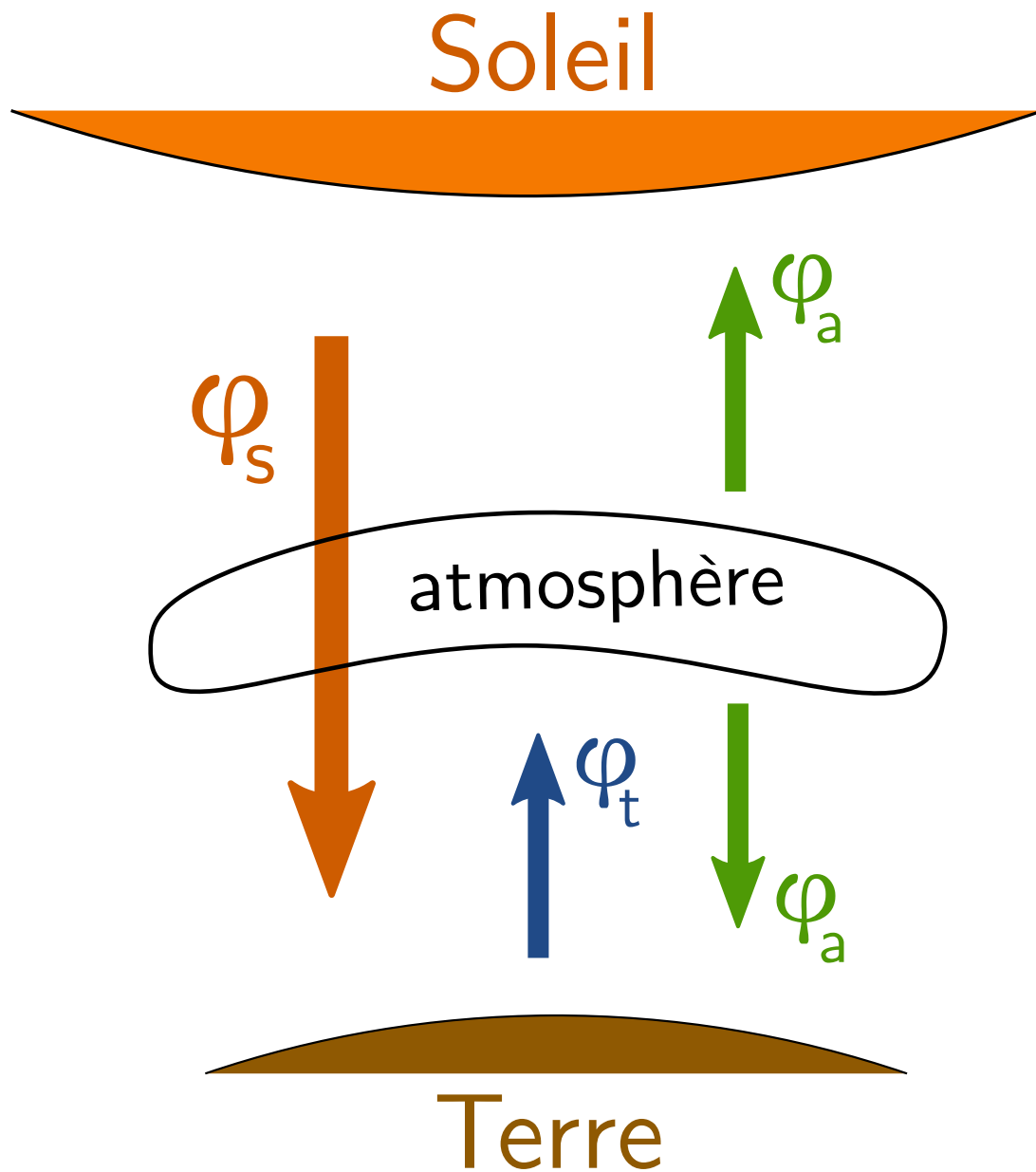


FIG. 4 : Effet de serre

Étant donné les différentes échelles du problème, on peut considérer que l'atmosphère est une couche sphérique de

rayon R_t , à l'équilibre et la température T_1 . Le bilan radiatif pour le système {Terre - atmosphère} est alors :

$$P = \sigma T_1^4 4\pi R_T^2 \quad (3.8)$$

Par ailleurs si on considère le système uniquement constitué par la Terre on a

$$P + \sigma T_1^4 4\pi R_T^2 = \sigma T_T^4 4\pi R_T^2 \quad (3.9)$$

On combine ces deux résultats et on trouve

$$T_T = \left(\frac{P}{2\pi\sigma R_T^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.10)$$

On effectue l'application numérique on trouve $T_T = 303\text{ K} = 30^\circ\text{C}$. On se rapproche donc de la valeur de la température moyenne sur Terre grâce à l'effet de serre. On peut raffiner le modèle en affinant l'approximation binaire du comportement de l'atmosphère.

Conclusion

Dans cette leçon on a énuméré les différents modes d'interaction entre le rayonnement et la matière. On a également caractérisé le rayonnement d'équilibre thermique d'un gaz de photon ce qui permet de remonter à la température d'un corps noir en équilibre avec ce gaz. Cette démarche est importante comme on l'a vu en climatologie mais également plus généralement en astronomie. Ce rayonnement est l'un des points de départ de la formulation de la mécanique quantique.

4 Questions et commentaires

4.1 Questions

-

4.2 Commentaires

-