LP 2020 – Lasers

13 avril 2021
Antoine Chauchat & Valentin Dorel

Niveau : L2

Bibliographie

✍ , ⟶

Prérequis

- Équations de Maxwell dans le vide
- Cavité Fabry-Pérot
- Loi de Planck
- Distribution de Maxwell-Boltzmann

Expériences

- Cavité Pérot-Fabry et modes longitudinaux d'un laser

Table des matières

1 Effet Laser **2**
1.1 Coefficient d'Einstein et conséquences . . . 2
1.2 Principe du Laser et inversion de population . . . 3
1.3 Modes propres de la cavité . . . 4

2 Faisceau Laser **4**
2.1 Mode fondamental Gaussien . . . 4
2.2 Image d'un faisceau gaussien par une lentille . . . 6

3 Questions et commentaires **6**
3.1 Questions . . . 6
3.2 Commentaires . . . 6

Introduction

L'histoire de l'invention du laser (Light Amplification by Stimulated Emission Radiation) s'étend de 1898, invention de la cavité Pérot-Fabry à 1960, première réalisation d'un laser. Entre temps il a fallu qu'Einstein postule en 1916 la possibilité de l'émission stimulée et qu'en 1949 Kastler et Brossel proposent l'idée du pompage optique. Ça a permis l'invention d'une source de lumière très cohérente et très intense que vous utilisez régulièrement en travaux pratiques. On va dans cette leçon décrire le principe de fonctionnement et les caractéristiques d'un laser

1 Effet Laser

Planck formule sa fameuse Loi de Planck sur le rayonnement thermique du corps noir en 1900. Pour expliquer cette formule, Einstein introduisit en 1917 le phénomène d'émission stimulée et le formalisme des coefficients d'Einstein que nous allons étudier maintenant.

1.1 Coefficient d'Einstein et conséquences

On considère un système à deux niveaux , d'énergies E_1 et E_2 (on suppose $E_2 > E_1$ et de densités volumique d'atomes N_1 et N_2. On note $E_2 - E_1 = h\nu_0$. On note u_ν la densité spectrale en fréquence de l'énergie volumique du champ électromagnétique ($u_\nu(\nu, T)$ est donnée par la loi de Planck).

On va considérer trois phénomènes :

L'émission spontanée : Un atome sur le niveau 2 peut se désexciter en émettant un photon d'énergie $h\nu$. On note la probabilité de cet événement par unité de temps A_{21}. On a ainsi, en ne considérant que ce phénomène :

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = -A_{21}N_2 \tag{1}$$

Caractéristiques de l'émission spontanée : La direction du photon émis, sa polarisation et sa phase sont aléatoire et la fréquence d'émission est distribuée autour de ν_0. On note $\tau = \dfrac{1}{A_{21}}$ la durée de vie de l'état excité.

L'absorption : Un atome dans l'état 1 peut absorber un photon et passer dans l'état 2. La probabilité de cet événement est notée $u_\nu(\nu_0)B_{12}$. En ne considérant que ce phénomène on a :

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = u_\nu B_{12}N_1 \tag{2}$$

La loi de Maxwell-Boltzmann nous dit qu'à l'équilibre thermodynamique le rapport des populations est :

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) \tag{3}$$

Or en ne considérant que ces deux phénomènes, à l'équilibre on observe (en utilisant que $N_1 + N_2 = \text{cste}$) :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_{21}}{u_\nu B_{12}} \tag{4}$$

Ainsi ce n'est pas compatible avec la loi de Maxwell-Boltzmann, il faut un autre mécanisme, c'est l'idée d'Einstein.

L'émission spontanée : Un atome du niveau 2 se désexcite en présence d'un photon résonant. Il repart deux photons de même longueur d'onde, direction, phase et polarisation. La probabilité de cet évènement est notée $B_{21}u_\nu(\nu_0)$. En ne considérant que ce phénomène on a :

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = -u_\nu B_{21}N_2 \tag{5}$$

Ainsi une source utilisant le principe de l'émission stimulée serait *directionnelle, monochromatique* et *cohérente*. C'est le principe du Laser !

En prenant en compte les trois phénomènes on peux écrire les "rate equations" :

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = -A_{21}N_2 - u_\nu B_{21}N_2 + u_\nu B_{12}N_1 \tag{6}$$

En utilisant la loi de Planck et la distribution de Maxwell-Boltzmann, on trouve :

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega_0^3}{2\pi^2 c^3}; B_{21} = B_{12} \tag{7}$$

1.2 Principe du Laser et inversion de population

Un laser est composé d'une cavité résonante d'axe z dans laquelle se propagent des photons dans un milieu amplificateur.

Notre but est de trouver les caractéristiques du fonctionnement d'un Laser notamment les conditions que cela implique sur les populations N_1 et N_2.

On va effectuer un bilan d'énergie sur une tranche élémentaire $S, \mathrm{d}z$.

- On note $\mathrm{d}\mathcal{E}(t) = uS\mathrm{d}z$ l'énergie contenue dans cette tranche.
- On note π_p la puissance volumique perdue (ne tenant pas compte de l'absorption).
- Le flux de lumière incident est $I(z) = \langle \Pi(z) \rangle$ ($\vec{\mathbf{\Pi}}$ étant le vecteur de Poynting). Le flux de lumière sortant est $I(z + dz)$.
- On considère que c est la vitesse de groupe de l'onde ainsi $I = cu$.
- On considère une largeur spectrale $\Delta\nu$, on a donc $u \simeq u_\nu \Delta\nu$, avec $\Delta\nu \gg \nu$.
- Enfin, on néglige l'émission spontanée.

Bilan d'énergie :

- L'énergie de la tranche dz à l'instant t est $\mathrm{d}\mathcal{E} = \dfrac{I}{c} S\mathrm{d}z$.
- L'énergie entrante est $I(z)S\mathrm{d}t$, l'énergie sortante est $I(z + \mathrm{d}z)S\mathrm{d}t$.
- L'énergie crée par émission stimulée et absorption pendant $\mathrm{d}t$ est :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_c = B_{21} N_2 u_\nu \hbar\omega S \mathrm{d}z\mathrm{d}t - B_{21} N_1 u_\nu \hbar\omega S \mathrm{d}z\mathrm{d}t = B_{21}(N_2 - N_1) u_\nu \hbar\omega S \mathrm{d}z\mathrm{d}t \tag{8}$$

- En utilisant $u_\nu \simeq \dfrac{u}{\Delta\nu} = \dfrac{I}{c\Delta\nu}$ on peut écrire :

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_c \simeq B_{21}(N_2 - N_1) \frac{I}{c\Delta\nu} \hbar\omega S \mathrm{d}z\mathrm{d}t \tag{9}$$

En notant $\gamma = B_{21}(N_2 - N_1) \dfrac{\hbar\omega}{c\Delta\nu}$ le bilan de puissance s'écrit :

$$\boxed{\frac{\partial I}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial I}{\partial t} = \gamma I - \pi_p} \tag{10}$$

À l'équilibre thermodynamique on a vu que $N_2 < N_1$ ainsi $\gamma < 0$. En régime stationnaire on a donc $\frac{\partial I}{\partial z} < 0$. **L'intensité du faisceau décroît dans la cavité.** Pour que le milieu soit amplificateur on doit donc avoir $N_2 > N_1$: d'où la nécessité d'une *inversion de population.*

La méthode pour réaliser l'inversion de population s'appelle le pompage optique. La méthode classique est de faire passer une décharge électrique dans le gaz pour porter les atomes dans un niveau 3 plus énergétique que le 2.

On peut intégrer le bilan de puissance sur la cavité. On suppose $I(0) = I(L)$. On pose $I_m = \dfrac{1}{L}\int_0^L I\mathrm{d}z$ et $\pi_m = \dfrac{1}{L}\int_0^L \pi_p \mathrm{d}z$. On suppose enfin que les pertes moyennes sont liées à l'intensité moyenne I_m, on note $\pi_m L = \alpha I_m$.

On a alors :

$$\frac{L}{c}\frac{\mathrm{d}I_m}{\mathrm{d}t} = (\gamma L - \alpha) I_m \tag{11}$$

Ainsi la condition de démarrage pour l'amplification est $\gamma L > \alpha$.

Lorsque le régime stationnaire (saturation) est atteint, on a $\gamma_s L = \alpha$.

Ce modèle assez simple du milieu amplificateur du Laser nous a permis de comprendre plusieurs choses :

- Une inversion de population est nécessaire pour le fonctionnement d'un laser. Elle est souvent réalisée à l'aide d'un pompage optique.
- Il y a une condition de démarrage au laser qui est liée à la différence de populations donc à l'intensité du pompage.

Nous avons étudié dans ces premières sous parties les caractéristiques du milieu amplificateur. Le laser est constitué de ce milieu plongé dans une cavité résonante. C'est cette cavité que nous allons maintenant étudier.

1.3 Modes propres de la cavité

La cavité est de longueur L, limitée par deux miroirs constitués de métaux parfaits, le milieu amplificateur est d'indice n.

Les fréquences propres de la cavité sont :

$$\nu_p = p\frac{c}{2nL} \tag{12}$$

Ces fréquences propres sont séparées de $\Delta\nu_p = \dfrac{c}{2nL}$.

Le milieu amplificateur peut être représenté par un gain dépendant de la fréquence de la forme d'une courbe en cloche. La cavité résonante sélectionne des fréquences. On peut visualiser les modes d'un laser à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot.

2 Faisceau Laser

2.1 Mode fondamental Gaussien

Le faisceau laser est très directif, pour le décrire on se place donc en coordonnées cylindriques d'axe (Oz), l'amplitude l'onde électromagnétique s doit vérifier

$$\nabla^2 s = \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}. \tag{13}$$

En cherchant s sous la forme

$$s(M,t) = \underline{a}(M)\exp(i\omega t), \tag{14}$$

on pose $k = \frac{n\omega}{c}$, alors $\underline{a}$ vérifie *l'équation de Helmholtz* :

$$\nabla^2\underline{a} + k^2\underline{a} = 0 \tag{15}$$

Une solution particulière de cette équation est le *faisceau gaussien*

$$s = a_0\frac{w_0}{w(z)}\exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right)\exp\{i(\omega t + \phi(z)\}$$
$$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$
$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

- w_0 est le rayon de pincement (ou de ceinture) du faisceau : c'est le *waist*.
- z_R est la *longueur de Rayleigh*.

L'intensité est principalement contenue dans le waist. L'intensité au centre diminue rapidement avec la distance de propagation.

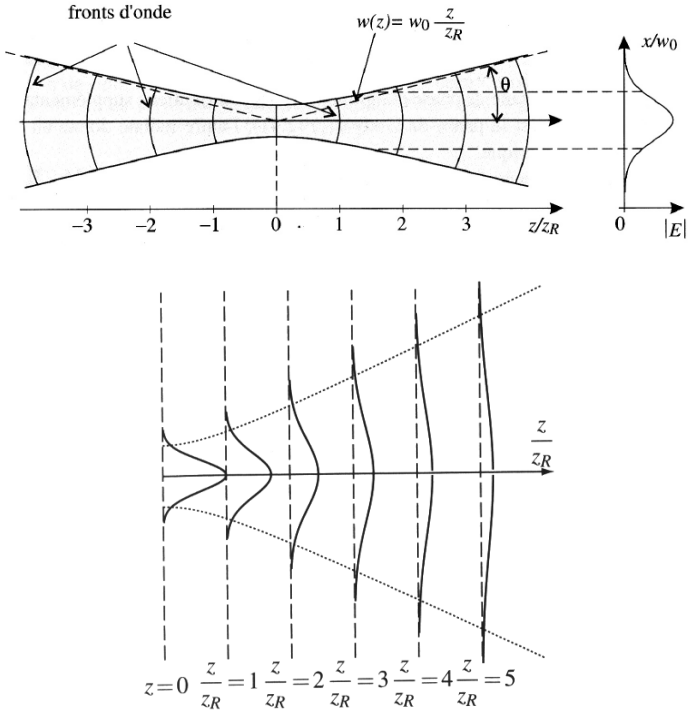

FIGURE 1 – Profil d'un faisceau gaussien

$w(z)$ est une hyperbole car $\left(\frac{w}{w_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 = 1$ donc le faisceau diverge ! Le rayon est minimal en 0 et vaut le waist. Pour $z \ll z_R$ le faisceau est parallèle (ou cylindrique, ou collimaté), pour $z \gg z_R$ le faisceau est conique de sommet O d'angle

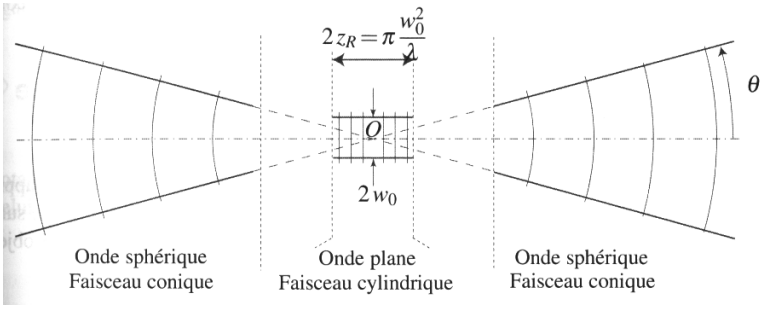

FIGURE 2 – Comportements limites du faisceau gaussien

$$\theta \simeq 2\frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0}. \tag{16}$$

On a alors :

$$z_R \simeq \frac{4\lambda}{\pi\theta^2}. \tag{17}$$

Le faisceau est donc d'autant plus divergent que z_R est petit.

Laser	λ	θ	w_0	z_R
He–Ne	633 nm	1.5 mrad	140 µm	90 mm
Pointeur laser	700 nm	0.2 mrad	1 mm	4.5 m

TABLE 1 – Ordres de grandeur des paramètres géométriques des faisceaux gaussiens

2.2 Image d'un faisceau gaussien par une lentille

On peut utiliser un système afocal pour agrandir un faisceau gaussien, ce qui peut servir à le rendre parallèle sur une plus grande distance. Avec deux lentilles convergentes de focales $f_1' et f_2'$ disposé de telle sorte que $F_1' = F_2$ et avec $f_1' < f_2$ on réalise un agrandissement du faisceau.

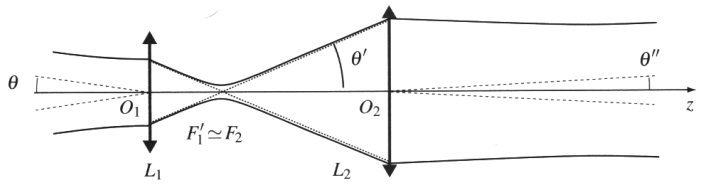

FIGURE 3 – Élargissement d'un faisceau gaussien

Conclusion

Dans cette leçon on a donc compris comment fonctionnait une source laser. Cette source est intéressante car très cohérente, très intense et très directive, du fait de son principe même de fonctionnement. Ce dernier est basé sur l'émission stimulée qui n'est possible que grâce à une inversion de population. Il est nécessaire de filtré avec une cavité résonante pour augmenter la cohérence du laser. En sortie, on obtient un faisceau qui diverge d'autant plus que son waist est faible.

Les applications du laser sont nombreuses, de la salle de TP en optique, à la détection d'ondes gravitationnelles en passant par les pinces optiques, le laser est un indispensable de la boîte à outils du physicien.

3 Questions et commentaires

3.1 Questions

-

3.2 Commentaires

-