

---

# Vidange d'une bouteille remplie d'une suspension

---

**Résumé :** *La vidange d'une bouteille est une expérience quotidienne de dynamique des fluides multiphasiques. Alors que l'alternance de bulles d'air et de jets de liquide commence à être comprise, nous proposons de complexifier le phénomène en étudiant la vidange de suspensions, en restant dans le régime où le diamètre des particules est inférieur au diamètre de l'orifice de sortie. Les principaux objectifs de nos expériences est de comprendre les interactions entre les bulles, le fluide et les particules lorsqu'une bouteille est vidée. Afin d'atteindre ce but, différentes suspensions et différentes tailles d'orifices de vidange sont utilisées. Nous montrons des comportements contre-intuitifs tels que le débit volumique qui est constant tandis que la vitesse de la surface libre du liquide peut changer si suffisamment de particules restent coincées dans la bouteille.*

**Mots clefs :** *Écoulement multiphasique, Bulles, Suspension, Hydrodynamique, Clogging*

Stage supervisé par :

**Sylvain Joubaud et Valérie Vidal**

[sylvain.joubaud@ens-lyon.fr](mailto:sylvain.joubaud@ens-lyon.fr) / tél. (+33)4 72 72 83 79

[valerie.vidal@ens-lyon.fr](mailto:valerie.vidal@ens-lyon.fr) / tél. (+33)4 72 72 83 75

Laboratoire de Physique (UMR CNRS 5672) ENS de Lyon

46, allée d'Italie 69007

<https://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE>

# Remerciements

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Mise en contexte . . . . .	1
1.2	État de l'art . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Méthode expérimentale</b>	<b>2</b>
2.1	Dispositif expérimental . . . . .	2
2.2	Suspensions . . . . .	3
2.3	Protocole . . . . .	4
2.4	Expérience typique à basse fraction volumique . . . . .	5
2.4.1	Mesure de débit . . . . .	5
2.4.2	Analyse d'images . . . . .	5
2.4.3	Signal de pression . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Influence de la fraction volumique de la suspension</b>	<b>8</b>
3.1	Débit volumique . . . . .	9
3.2	Vitesse de la surface libre . . . . .	9
3.3	Accumulation de particules . . . . .	10
3.4	Variations de pression . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Discussion et conclusion</b>	<b>15</b>
<b>A</b>	<b>Annexe : Reproductibilité</b>	<b>16</b>
<b>B</b>	<b>Autre normalisation du débit</b>	<b>17</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Mise en contexte

Vider une bouteille est une action que l'on fait tous les jours, que ce soit pour se servir un verre d'eau, de sirop, de vin ou de bière... La première observation que l'on fait, c'est que le liquide ne s'écoule pas d'un coup, il y a une alternance entre des jets de liquide et des bulles qui remontent dans la bouteille (matérialisé par l'onomatopée "glou-glou"). La vidange de bouteille se distingue de la vidange "classique" à la Torricelli [1] car le réservoir au dessus de la surface libre du liquide n'est pas maintenu à pression constante. La dynamique de vidange est donc totalement différente. Ce type de système avec trois phases différentes (solide, liquide et gazeux) est crucial pour de nombreuses applications, notamment en géophysique [2] ou pour certains processus industriels [3]. Cependant, ils restent peu étudiés d'un point de vue fondamental.

Au laboratoire de Physique, les travaux de thèse de Benjamin Monnet [4] ont montré l'influence de la masse volumique et de la viscosité sur les caractéristiques de la vidange. Mon stage s'inscrit dans la continuité de cette thèse. À la place de fluides newtoniens, j'ai utilisé des suspensions dont la vidange n'avait fait l'objet que de mesures préliminaires dans la thèse de B. Monnet. J'ai cherché à caractériser l'influence de la présence de particules solides sur la vidange.

Ce stage suit le projet expérimental que j'ai effectué au premier semestre (automne 2023). Ce projet se concentrait sur les vidange de suspension avec des billes d'hydrogel qui ont la propriété d'être déformables et d'avoir une faible friction. Durant ce stage, j'ai utilisé des suspensions avec des billes en polyamide qui sont rigides et qui peuvent frotter l'une contre l'autre. Cela explique que certaines grandeurs n'ont pas été mesurées lors des expériences avec les billes d'hydrogel car les capteurs et les protocoles n'étaient pas encore en place.

## 1.2 État de l'art

La vidange de bouteille est assez peu étudiée dans la littérature car il y a une interaction complexe entre le liquide et le gaz. Les études expérimentales ont utilisé pour la plupart des bouteilles réelles [5,6] ou ne s'intéressent qu'à la formation de la première bulle [7,8]. La géométrie du goulot joue un rôle important dans la dynamique, c'est pourquoi des études plus fondamentales se sont concentrées sur l'analyse d'une "bouteille idéale", c'est-à-dire un réservoir à fond plat, afin d'ignorer l'influence du goulot dans un premier temps.

En particulier, Clanet et Searby [9] se sont intéressés à la vidange d'eau et ont établi plusieurs résultats sur les deux temps caractéristiques de la vidange. Tout d'abord, le temps total de vidange  $T_e$  d'un cylindre de hauteur  $L$  soumis à l'accélération de la pesanteur  $g$  dépend fortement du rapport entre le diamètre de la bouteille, noté  $D_0$ , et le diamètre du trou  $d$  :

$$\frac{T_e}{T_{e0}} = \left(\frac{D_0}{d}\right)^{5/2} \quad (1)$$

où  $T_{e0} = 3,0L/\sqrt{gD_0}$  est le temps de vidange dans le cas où  $d = D_0$  d'après les travaux de Dumitrescu [10]. Ils ont conclu, comme d'autres avant eux [11], que le débit volumique ne dépend pas de la hauteur du fluide dans la bouteille. On peut alors définir un débit volumique moyen  $D_V$  qui s'écrit alors

$$D_V = \frac{\pi}{12}d^2\sqrt{gd}. \quad (2)$$

L'autre temps caractéristique est le temps de formation des bulles qui produisent le très reconnaissable "glou-glou". Lorsque du liquide sort de la bouteille, la pression dans le réservoir au-dessus de la surface diminue, ce qui crée un appel d'air et une bulle remonte et rétablit un équilibre de pression en faisant osciller la surface. Des simulations numériques ont également permis de mieux comprendre l'importance de la compressibilité de l'air dans le mécanisme de vidange [12,13]. Clanet et Searby proposent un modèle phénoménologique en comparant la vidange à un système masse-ressort qui prédit une période  $T$  d'oscillations de la surface libre du fluide [9] :

$$T = 2\pi \frac{L}{\sqrt{\gamma P_0/\rho}} \Phi(z/L) \quad (3)$$

où  $\Phi$  est une fonction sans dimension qui dépend de la position relative de la surface libre.

La vidange mêle différentes dynamiques à des échelles distinctes. Aux temps longs, le débit est constant tandis qu'aux temps courts, la pression oscille. Ces différents comportements seront montrés pour les suspensions utilisées et à différentes fractions volumiques.

Dans la suite de ce rapport, je présente le montage expérimental que j'ai utilisé (section 2), les résultats que j'ai eus ainsi qu'une analyse de mes données (section 3).

## 2 Méthode expérimentale

### 2.1 Dispositif expérimental

La bouteille idéale étudiée est schématisée sur la figure 1. Elle consiste en un cylindre de hauteur  $L = 447$  mm et de diamètre  $D_0 = 110$  mm. Le haut de la bouteille est fermé par un bouchon sur lequel est monté un capteur de pression tandis que le fond du cylindre est ouvert par un trou circulaire de diamètre  $d \in \{10 \text{ mm}; 20 \text{ mm}; 30 \text{ mm}; 40 \text{ mm}\}$ . Ces différents diamètres de trou seront notés d10, d20, d30 et d40 dans la suite, respectivement. Les ouvertures utilisées sont biseautées à  $45^\circ$  avec une ouverture s'évasant vers l'extérieur (voir schéma) de manière à éviter l'effet Coandă (ou effet théière). Un bouchon en caoutchouc permet de maintenir l'orifice fermé le temps de remplir la bouteille par le haut et de mettre en place le couvercle. Ce bouchon est ensuite retiré manuellement pour démarrer la vidange.

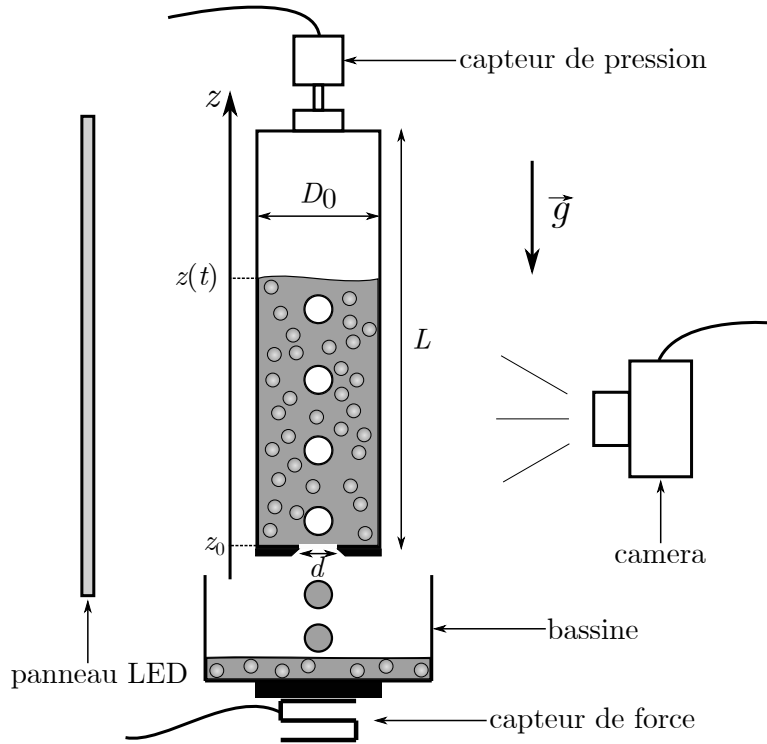


FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour étudier la vidange d'une suspension dans un réservoir cylindrique idéal. Le diamètre est  $D_0 = 110$  mm, la hauteur est  $L = 447$  mm et l'orifice de vidange a pour diamètre  $d \in \{10, 20, 30, 40\}$  mm. Le montage est éclairé en transmission par un panneau LED branché sur une alimentation continue. Un capteur de force, une caméra et un capteur de pression permettent d'acquérir respectivement la masse sortie  $m(t)$ , la hauteur de fluide restant  $z(t)$  et la différence de pression avec l'extérieur  $\Delta P(t)$  au cours de la vidange.

Le capteur de force (Honeywell 152) et la bassine font office de balance permettant de mesurer la masse de liquide et particules vidangée au cours du temps  $m(t)$ . Ce dispositif a été mis en place parce que les balances commerciales ont une réponse dynamique trop lente par rapport aux phénomènes étudiés. Le signal est échantillonné à 1000 Hz.

La caméra utilisée est une caméra Chronos 2.1. Le nombre d'images par seconde est de 200 pour le trou d40, de 100 pour les trous d30 et d20 et de 60 pour le trou d10. Les images récupérées permettent de visualiser la hauteur de fluide  $z(t)$  restant dans le cylindre à l'aide du contraste au niveau de la surface libre.

Le capteur de pression (MKS Instruments, 223 BD-00010 AB) permet de mesurer la différence de pression entre l'extérieur à pression atmosphérique et le haut du cylindre tout au long de la vidange  $\Delta P(t)$ .

## 2.2 Suspensions

Durant ce stage, j'ai utilisé plusieurs types de particules sphériques pour créer des suspensions : des billes en polyamide, en polystyrène et des billes d'hydrogel. Dans ce travail, les suspension étudiées ont été choisies comme isodenses, c'est-à-dire que le fluide suspendant et les grains ont la densité la plus proche possible. L'accord en densité n'est pas parfait, pour une même suspension, un certain nombre de billes flottent, tandis que d'autres coulent. Cela peut venir d'erreur de variations dans la composition des billes vendues par le fournisseur<sup>1</sup>. Afin de réaliser cet ajustement de densité, les fluides utilisés sont soit de l'eau salée (chlorure de sodium), soit un mélange eau et UCON (le UCON est une huile qui sert habituellement pour la lubrification dans l'industrie et qui le bon goût d'être miscible avec l'eau). L'eau salée a l'avantage d'être très pratique à préparer, cependant elle abîme les billes d'hydrogel donc nous avons choisi d'utiliser du UCON à la place pour ces particules-là.

Le résumé des particules utilisées, leurs caractéristiques et le fluide suspendant, est donné dans le tableau 1. On montre également une photo des différentes particules utilisées (voir Fig. 2). Les billes en polyamide sont opaques tandis que les billes d'hydrogel sont transparentes, ce qui permettra de voir les bulles se former au coeur de la bouteille lors des expériences. De plus, les billes d'hydrogel sont facilement déformables (voir Fig. 3) tandis que les autres sont beaucoup plus rigides.

Nom	Matériau	Diamètre	Densité	Fluide	Symbole	Pression
PA10	Polyamide	$10,3 \pm 0,2$ mm	$1,129 \pm 0,005$	Eau salée	●	Oui
PA5	Polyamide	$4,93 \pm 0,09$ mm	$1,119 \pm 0,005$	Eau salée	●	Oui
PS500	Polystyrène	$576 \pm 23$ $\mu$ m	$1,050 \pm 0,005$	Eau salée + UCON	◆	Oui
H17	Hydrogel	$17,2 \pm 0,8$ mm	$1,001 \pm 0,005$	Eau + UCON	■	Non
H10	Hydrogel	$11,0 \pm 0,5$ mm	$1,001 \pm 0,005$	Eau + UCON	■	Non

TABLE 1 – Tableau récapitulatif des différentes particules utilisées pour faire des suspensions.



FIGURE 2 – Billes utilisées pour les suspensions. De gauche à droite : PA10, PA5, PS500, H10, H17.

1. Ce n'est pas très grave car les bulles "mélangent" la suspension tout au long d'une expérience.

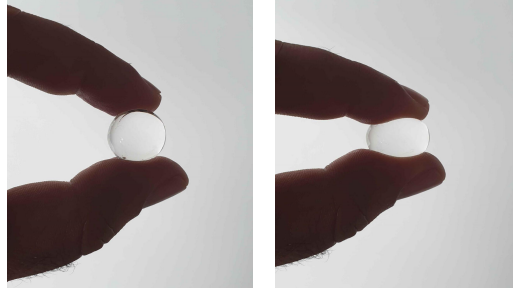


FIGURE 3 – Photographie d'une bille d'hydrogel H17 au repos (gauche) et aplatie à la force des doigts (droite).

La préparation de la suspension est différente pour les billes de polystyrène PS500 et les autres. En effet, les billes PS500 sont difficiles à immerger dans un liquide car elles forment des agrégats qui emprisonnent de l'air. La suspension est donc faite avant de la mettre dans la bouteille en pesant les billes et le liquide pour réaliser la suspension souhaitée (comme le liquide a la même densité que les particules, les fractions massiques et volumiques sont identiques). Les particules sont incorporées petit à petit dans le liquide sous agitation douce en cassant les agrégats avec une spatule. Un peu de UCON est ajouté pour jouer le rôle de surfactant tandis que le sel permet d'ajuster la densité. La suspension est alors mise à dégazer dans un bain à ultrasons pendant au moins 30 minutes. Lorsque la suspension revient à température ambiante (les ultrasons font chauffer légèrement la solution), elle est prête à être utilisée.

Pour les billes de polyamide ou en hydrogel, la préparation est plus simple. On verse un certain volume de liquide dans la bouteille et on mesure la hauteur. On ajoute ensuite des billes jusqu'à ce que la fraction volumique soit celle que l'on souhaite pour l'expérience. Cependant, comme le volume de billes en polyamide est limité, il faut faire certains calculs préliminaires pour ne pas mettre trop de liquide initialement sous peine de devoir recommencer la préparation.

Le nombre limité de billes impose une hauteur maximale de suspension. Par exemple toutes les billes PA10 ont un volume d'environ 0.5 L donc pour une fraction volumique de  $\phi = 50\%$  on a au maximum 1 L de suspension ce qui représente environ 10 cm de hauteur dans notre bouteille contre 25 cm pour  $\phi = 20\%$ . Les expériences ont été faites avec le plus grand volume possible, et donc les hauteurs initiales varient selon la fraction volumique. Toutes ces hauteurs sont récapitulées dans la table 2. Des études précédentes [11] ont conclu à l'indépendance du débit par rapport à la hauteur initiale tandis que la fréquence de formation des bulles en dépend [9]. Les hauteurs initiales sont récapitulées en annexes.

$\phi$	0	0,1	0,14	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
PA10 - d20	21,8	24,1		26,7	18,3	13,5	10,4	
PA10 - d30	23,5	26,1		26,6	17,4	13,6	10,5	
PA5 - d20	21,8	24,1		12,5	9,3	7,0	6,5	
PS500 - d20	24,1		28,1			17,2		
H17 - d40	21,8	23,0		26,7	23,5	27,0	24,6	25,2
H10 - d30	17,8	20,9		23,1	26,1	24,3	24,2	24,2

TABLE 2 – Hauteur de suspension  $z_{ini}$  en cm dans la bouteille idéale pour chaque expérience. Ligne du haut : fraction volumique de la suspension. Colonne de gauche : particules et diamètres utilisés.

### 2.3 Protocole

Pour réaliser une expérience, on visse d'abord le fond de la bouteille avec la taille de trou souhaitée et on place un bouchon en caoutchouc pour fermer le trou. On remplit ensuite la bouteille de la suspension que l'on souhaite étudier (voir section 2.2) d'une hauteur notée  $z_{ini}$ . On ferme le haut avec le bouchon sur lequel est monté le capteur de pression. On place la balance et la bassine sous l'orifice

de sortie. On calibre ensuite l'échelle de la caméra en plaçant une grille de points d'écartement connu devant le cylindre. On peut alors lancer l'acquisition de la balance et du manomètre via Matlab et séparément la caméra via l'interface utilisateur de Chronos. La synchronisation des données visuelles et électriques se font ensuite "à la main" en prenant une référence commune (la fin de la vidange en général<sup>2</sup>).

Une fois la vidange terminée et les données enregistrées pour leur futur traitement, il reste des particules dans la bouteille qui n'ont pas été évacuées lors de la vidange. Ces particules sont extraites manuellement et puis pesées sur une balance. Cette masse  $M$  sera ensuite comparée à la masse initiale de billes  $M(t = 0)$ .

La reproductibilité des expériences a été vérifié sur un jeu de données : une vidange avec les billes de polyamide de 10 mm, une fraction volumique  $\phi = 50\%$  et le trou d30. Cette expérience a été répétée 10 fois d'affilée. Le récapitulatif est proposé en annexe.

## 2.4 Expérience typique à basse fraction volumique

Afin d'expliquer au mieux toutes les mesures effectuées à chaque expérience, prenons un cas typique : une vidange de suspension avec des billes de polyamide de 10 mm, une fraction volumique de  $\phi = 10\%$  et un orifice de sortie de 30 mm. L'expérience sera désignée par PA10-10-d30. Un exemple de chronophotographie de la vidange de cette expérience est présentée en figure 4a. Dans les paragraphes suivants, nous détaillerons les mesures effectuées sur ce type d'expériences.

### 2.4.1 Mesure de débit

Le capteur de force et la bassine placés sous le bouteille fonctionnent comme une balance pouvant suivre dynamiquement la masse de suspension tombée. Le signal obtenu lors de l'expérience PA10-10-d30 est présenté sur la figure 4b.

On observe que le signal suit une tendance linéaire sur laquelle se rajoute des variations de grandes amplitudes. La vidange se fait par alternance de bulles d'air qui remontent le cylindre et de jets de suspension qui tombent sur la balance. Le signal est fortement impacté par ces masses de liquide et billes qui chutent à répétition sur le fond de la bassine. Chaque impact est comme un échelon de masse que la balance suit avec sa réponse propre. Cependant, la tendance linéaire signifie que la vidange se fait à un débit massique  $D_m$  (ou volumique  $D_V$ ) constant. Cette observation est commune à toutes les expériences réalisées durant mon stage.

### 2.4.2 Analyse d'images

Une des informations à recueillir dans les images acquises est la hauteur de fluide restant dans la bouteille au cours du temps. Pour cela, à partir d'une image telle que présentée sur la figure 4a, on moyenne l'intensité lumineuse selon la direction horizontale. Le vecteur ainsi obtenu, qui représente l'intensité moyenne en fonction de la coordonnée verticale  $z$ , est alors représenté sur un diagramme spatio-temporel (Fig. 4c). Sur ce diagramme, on peut repérer la surface libre car elle est plus foncée que l'arrière-plan.

Dans cet exemple, la hauteur du fluide décroît linéairement au cours du temps, ce qui est cohérent avec les mesures de débit volumique. En effet, la conservation du débit massique entraîne

$$D_m = \rho \pi \left( \frac{D_0}{2} \right)^2 v_S \quad (4)$$

où on note  $v_S$  la vitesse de la surface, comptée positive dans le sens de la descente.

Grâce à la caméra, il est également possible de visualiser le jet qui sort de la bouteille, ce qui permet d'obtenir la fréquence de formation des bulles. Nous en discuterons plus dans la section 2.4.3 en comparant cette méthode aux informations recueillies par le capteur de pression.

2. Les grandeurs étudiées (qui sont pour la plupart des dérivées) ne nécessitent pas une synchronisation parfaite de l'acquisition des différentes données.



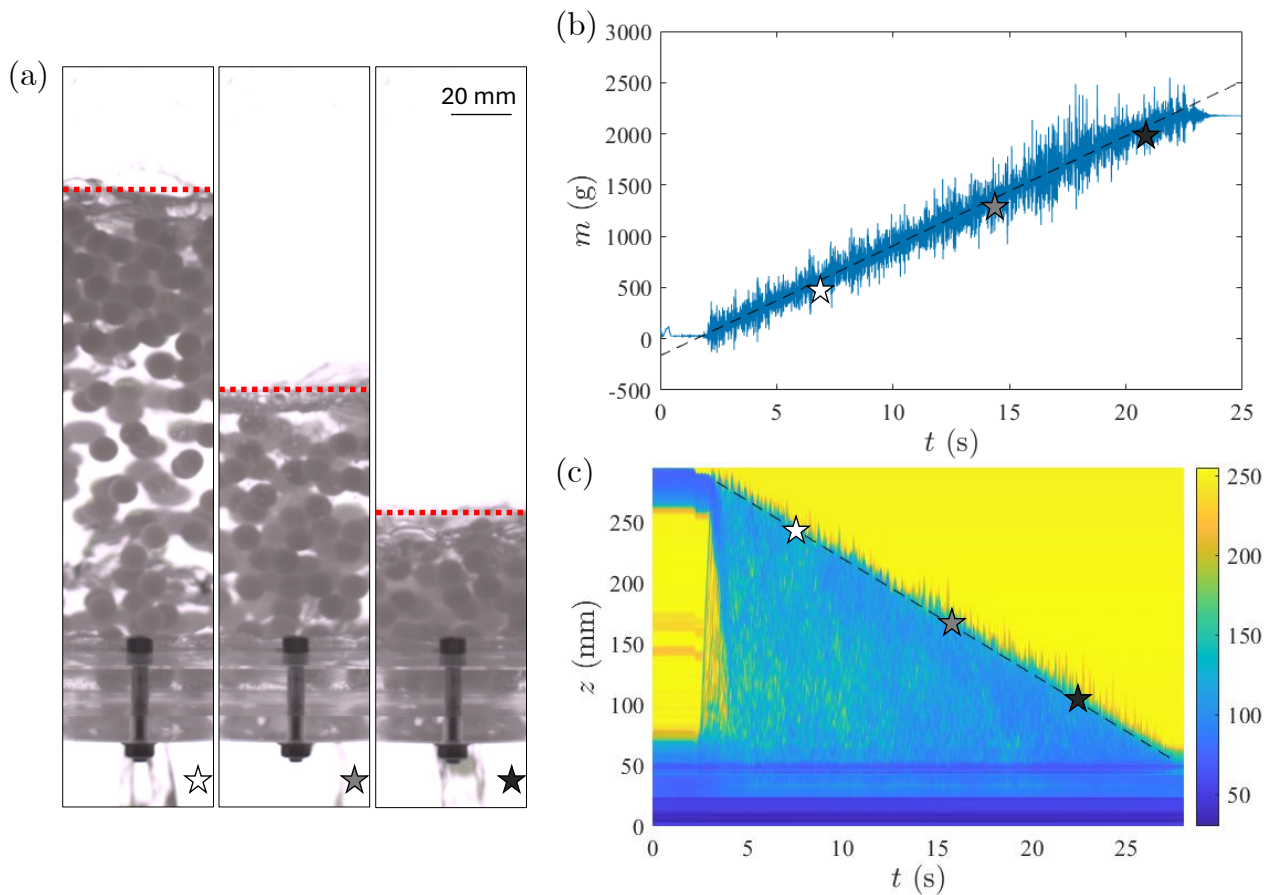


FIGURE 4 – (a) Chronophotographie, la surface libre est indiquée en pointillés rouges. (b) Masse sortie de la bouteille  $m$  au cours du temps pour une vidange avec les billes PA10 et une fraction volumique  $\phi = 10\%$  et le trou d30. L'origine des temps est prise de manière arbitraire. La tendance linéaire est tracée en pointillés. Les étoiles repèrent l'instant de chaque photo. On observe que le débit est constant. (c) Intensité moyennée sur l'horizontale pour chaque ordonnée  $z$  en fonction du temps d'une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 10\%$  et le trou d30. Les étoiles repèrent l'instant de chaque photo. L'échelle de couleur indique l'intensité lumineuse, les zones jaunes correspondent aux intensités élevées et les zones bleues aux intensités faibles. L'origine des temps est prise de manière arbitraire. La transition entre bleu clair et jaune au-dessus montre la surface libre du fluide. Des pointillés sont dessinés à la main comme guide visuel.



### 2.4.3 Signal de pression

Le capteur de pression permet de mesurer la pression dans le haut de la bouteille (voir Fig. 1). Un exemple d'un tel signal est présenté figure 5. Avant que le bouchon fermant l'orifice en bas de la bouteille ne soit retiré, la pression en haut de la bouteille est égale à la pression atmosphérique (légèrement supérieur car le capteur est vissé). Lorsque le bouchon est retiré, la pression chute brutalement à cause de la pression hydrostatique (on a  $P(t=0) \approx P_{atm} - \rho g z_{ini}$ ). On observe ensuite des oscillations autour d'une croissance linéaire jusqu'à atteindre la pression atmosphérique en fin de vidange. Le signal est échantillonné à 1000 Hz.

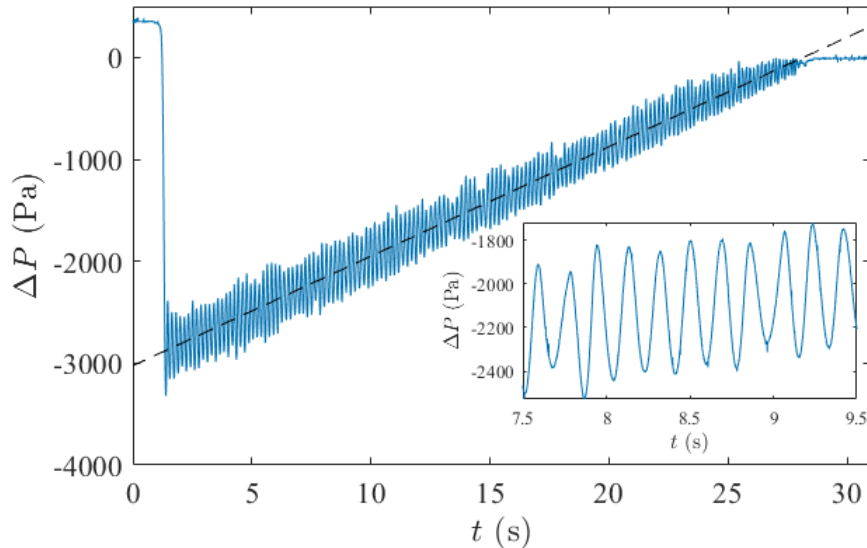


FIGURE 5 – Pression dans le haut de la bouteille au cours du temps pour une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 10\%$  et le trou d30. La tendance linéaire est tracée en pointillés. Un insert présente les oscillations du signal.

La tendance linéaire semble provenir de la pression hydrostatique, ce que nous cherchons à montrer sur cet exemple. En effet, lorsque la surface libre descend, l'équilibre hydrostatique impose une pression moyenne d'équilibre  $P = P_{atm} - \rho g z$ . Grâce à l'analyse d'images précédente, on peut convertir l'échelle de temps en échelle de longueur. Sur l'exemple présenté figure 6a, on peut comparer le coefficient directeur de la tendance linéaire, estimé à  $-11.16 \pm 0.05 \text{ Pa} \cdot \text{mm}^{-1}$ , à la valeur théorique  $-\rho g = -11.08 \pm 0.05 \text{ Pa} \cdot \text{mm}^{-1}$ . Les intervalles d'incertitudes se recouvrent, ce qui confirme l'hypothèse.

En enlevant la tendance linéaire, le signal présente des oscillations quasi-sinusoïdales (voir insert Fig. 5). On étudie leur fréquence en faisant une transformée de Fourier glissante grâce à la fonction `tfrsp`<sup>3</sup> sur MATLAB®. La fréquence étant autour de 5 Hz, on choisit une fenêtre gaussienne contenant quelques dizaines de périodes pour que la mesure soit résolue. On remarque que la fréquence est à peu près constante au cours de la vidange avant que les effets de bord proche du fond de la bouteille ne la fasse varier brutalement.

Cette fréquence correspond-elle à la fréquence de formation des bulles ? Les images obtenues permettent de l'obtenir en regardant le jet sous la bouteille. Lorsque du liquide sort, le jet est épais et il obscurcit le panneau LED, l'intensité est donc plus faible. Lorsqu'une bulle se forme, le jet est plus mince pour laisser l'air entrer dans la bouteille, l'intensité est plus élevée. Ainsi, en regardant l'intensité en sortie de la bouteille, on a accès à la fréquence de formation des bulles (voir Fig. 7a). On observe dans ce graphe que l'intensité oscille entre une intensité maximale (lorsque du fluide ne sort pas de la bouteille) et une intensité minimale (qui dépend de l'épaisseur du jet sortant). On verra dans la partie suivante qu'une autre méthode permet la même mesure mais de manière plus simple.

3. La documentation de cette fonction se trouve sur le site <https://tftb.nongnu.org/>

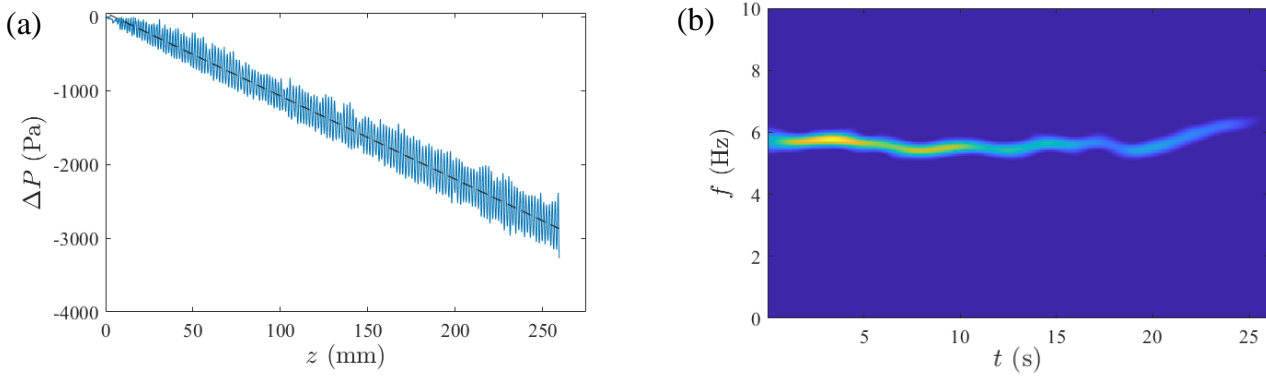


FIGURE 6 – (a) Pression dans le haut de la bouteille en fonction de la hauteur de fluide dans la bouteille pour une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 10\%$  et le trou d30. La tendance linéaire est tracée en pointillés. Le coefficient directeur correspond bien à  $-\rho g$ . (b) Spectre temps-fréquence d'une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 10\%$  et le trou d30. Plus le couleur est intense, plus la fréquence correspondante est présente dans le signal.

Le capteur de pression mesure les variations de pression en haut de la bouteille et elles sont reliées à la dynamique de la surface libre du liquide par la pression hydrostatique. Pour se convaincre que la fréquence mesurée correspond à celle de formation des bulles au voisinage de l'orifice, une expérience avec un fluide visqueux (mélange 45% de UCON dans de l'eau) a été menée. La fréquence a été mesurée sur le signal de pression et sur le jet en sortie de bouteille. Le résultat est présenté figure 7b. La superposition des deux mesures nous permet de conclure à l'égalité de ces deux fréquences.

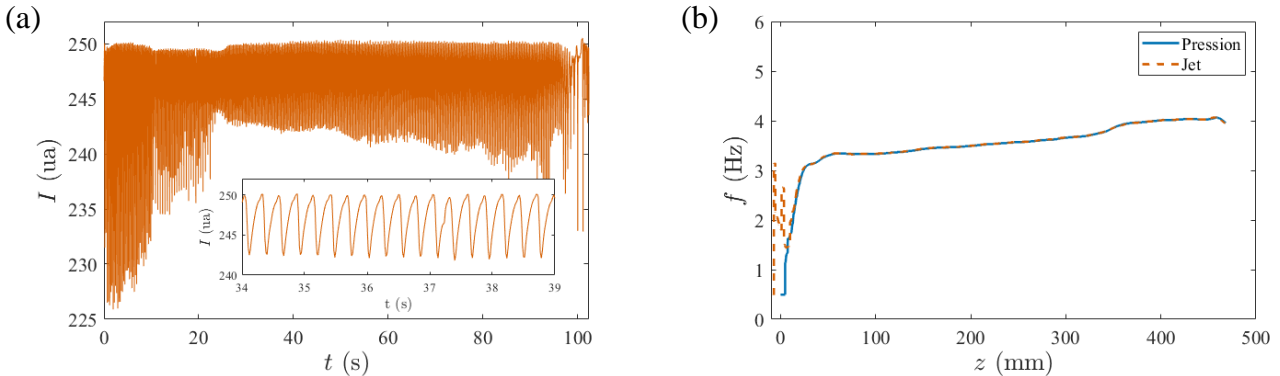


FIGURE 7 – (a) Intensité moyennée au niveau de la sortie de la bouteille. Les oscillations observées sont dues à la formation de bulles. (b) Fréquence en fonction de la hauteur de fluide dans la bouteille pour une vidange avec un mélange à 45% en masse de UCON et d'eau. En bleu (ligne pleine) : fréquence obtenue par les variations de pression dans le haut de la bouteille. En orange (ligne pointillée) : fréquence obtenue par les variations d'épaisseur du jet sortant de la bouteille. Les deux courbes se recouvrent très bien jusqu'à la fin de la vidange où les effets de bord dominent.

### 3 Influence de la fraction volumique de la suspension

Le but du stage a été d'étudier l'influence de la fraction volumique en particules, notée  $\phi$ , pour les différentes suspensions (voir Tab. 1) sur les caractéristiques de la vidange.

### 3.1 Débit volumique

La figure 8a présente les mesures de débit volumique pour les différentes suspensions utilisées (voir table 1) avec les diamètres de trou associés. On remarque que le débit diminue faiblement lorsque la fraction volumique en particules augmente. Les débits sont regroupés naturellement en plusieurs groupes selon la taille du trou de vidange. La taille ou la nature des particules ne semble donc pas affecter la valeur du débit au premier coup d'œil.

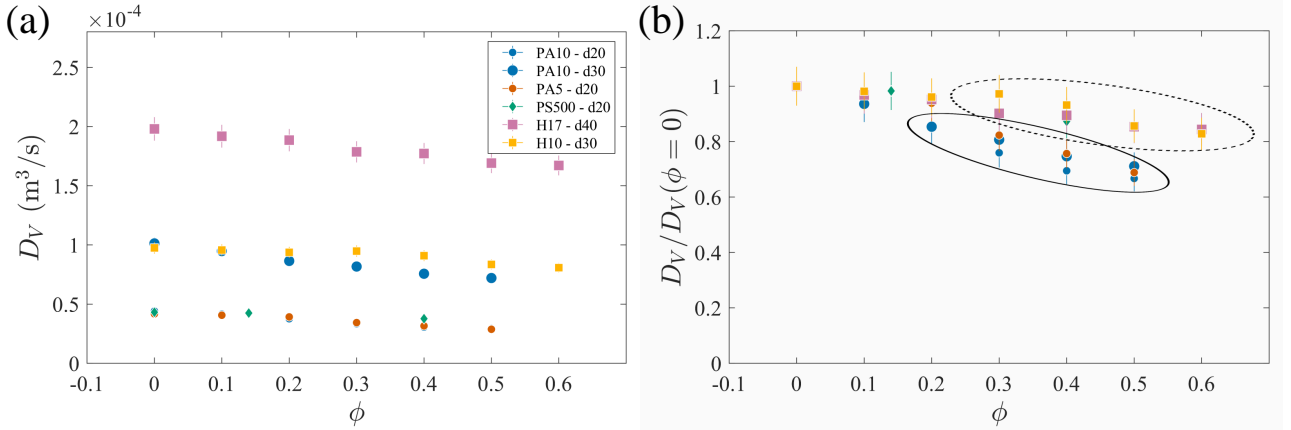


FIGURE 8 – (a) Débit volumique  $D_V$  en fonction de la fraction volumique de la suspension  $\phi$ . Le symbole indique la matière des billes, la couleur caractérise le type de billes et la taille représente la taille du trou. (b) Débit volumique divisé par le débit volumique pour  $\phi = 0$  en fonction de  $\phi$ . L'ellipse en traits pleins indique les billes dures (polyamide) et l'ellipse en pointillés montre les billes molles (hydrogel).

Afin de comparer les débits entre eux et de pouvoir en tirer une analyse globale, nous avons choisi d'ignorer la normalisation proposé par Clanet et Searby [9] (montré en annexe) et de plutôt diviser les grandeurs par la valeur prise à  $\phi = 0$ . C'est ce que l'on observe dans la figure 8b. Les courbes se superposent assez bien aux petites fractions volumiques et on remarque alors un fait intéressant : le débit des suspensions avec les billes d'hydrogel est plus élevé que celui des suspensions avec des billes en polyamide ou polystyrène. On a donc une séparation des débits selon la rigidité des particules utilisées pour la suspensions : une suspension faite avec des particules "molles" et sans frottement coule plus vite qu'une suspension avec des particules rigides qui frottent les unes contre les autres.

### 3.2 Vitesse de la surface libre

Pour le cas typique présenté dans la section 2.4, la surface libre descend à vitesse constante. Cependant pour des expériences avec une fraction volumique plus importante, un autre phénomène se produit, comme on peut le voir sur la figure 9. Dans ce cas-là, la surface libre en bleu clair descend à vitesse constante dans un premier temps, puis elle accélère brutalement et descend à une autre vitesse constante. De plus, on remarque que dans ce deuxième régime, des traînées bleu clair quasi-horizontales également espacées sont visibles et apparaissent quasi-simultanément avec l'augmentation de la vitesse de vidange. En comparant à la chronophotographie, on comprend qu'elles représentent les billes d'hydrogel qui s'accumulent sur les côtés de la bouteille.

Pour expliquer ce changement de régime, on s'intéresse au moment de la transition. On voit que la vitesse de la surface du fluide change brutalement quand des billes apparaissent au-dessus du liquide. La surface effective de la bouteille est alors plus faible (ce qui est détaillé dans la section 3.3). D'après l'équation 4, si le diamètre de la bouteille diminue et que le débit est constant, la vitesse de la surface doit augmenter. Le système s'auto-ajuste pour respecter cette obligation.

La figure 10a montre les vitesses de la surface libre du liquide en fonction de la fraction volumique pour différentes suspensions (voir Tab. 1) et différents trous de vidange. Pour  $\phi < 30\%$ , on observe

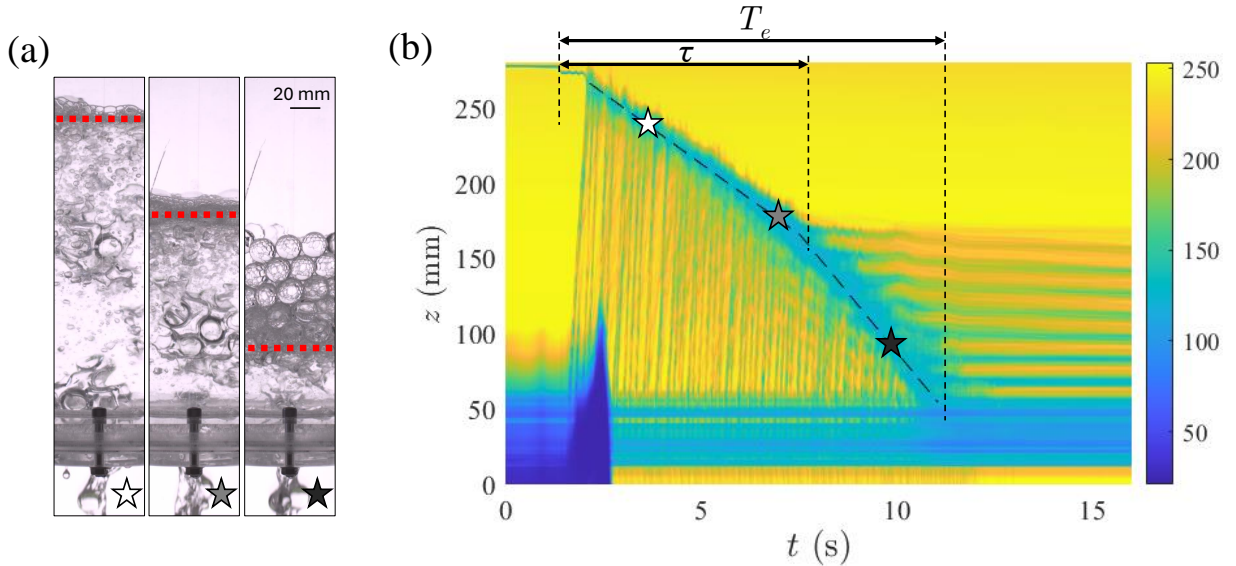


FIGURE 9 – (a) Chronophotographie. (b) Intensité moyennée sur l'horizontale pour chaque ordonnée  $z$  en fonction du temps d'une vidange avec les billes H17, une fraction volumique  $\phi = 50\%$  et le trou  $d40$  (détails en section 2.4.2). Les étoiles repèrent l'instant de chaque photo. L'échelle de couleur indique l'intensité lumineuse, les zones jaunes correspondent aux intensités élevées et les zones bleues aux intensités faibles. L'origine des temps est prise de manière arbitraire. La surface libre du fluide est en bleu clair. Des pointillés sont dessinés à la main comme guide visuel. On voit après la rupture de pente les étages de billes qui restent dans la bouteille. On définit  $T_e$  le temps de vidange (à la manière de la section 1) et  $\tau$  la durée pendant laquelle toutes les billes sont immergées.

une seule vitesse de vidange tandis que pour  $\phi > 30\%$  on observe deux vitesses de descente (symbole pleins et vides), excepté pour les particules de polystyrène micrométriques où il n'y pas d'accumulation significative de particules dans la bouteille. Ce seuil semble dépendre du rapport de taille entre les particules et le trou de vidange, mais d'autres expériences seraient nécessaires pour conclure. La tendance de cette seconde vitesse n'est pas très claire car elle est difficile à mesurer sur un court laps de temps.

De la même manière que pour le débit, on remarque que les points expérimentaux sont regroupés par taille de trou de vidange. Pour pouvoir comparer les différentes suspensions, on normalise la série de mesure par la valeur à  $\phi = 0$  (voir Fig. 10b). On remarque que la première vitesse (sans bille apparentes au-dessus de la surface du fluide) présente le même comportement que le débit volumique, ce qui est rassurant car ils sont proportionnels (d'après l'équation 4). On peut le vérifier en traçant le débit volumique  $D_V$  en fonction de la vitesse de la surface  $v_S$  (voir Fig. 11). Les points des différentes expériences s'alignent sur une droite. Le coefficient directeur vaut  $0,0095 \pm 0,0003 \text{ m}^2$  et on le compare à la surface de la bouteille  $S = \pi \left(\frac{D_0}{2}\right)^2 = 0,0095 \text{ m}^2$ . L'accord est excellent.

### 3.3 Accumulation de particules

On observe que des billes émergent de la surface du fluide et restent dans la bouteille après la vidange. Cependant, les billes ne s'accumulent pas de la même façon en fin de vidange. Pour les billes d'hydrogel, elles forment une couronne contre la paroi (voir Fig. 12a) tandis que les billes en polyamide forment un cratère d'avalanche (voir Fig. 12b). Les billes en polystyrène ne s'accumulent pas de façon notable au cours de la vidange.

Nous avons cherché à quantifier cette accumulation de billes dans le cylindre. Deux grandeurs accessibles assez facilement sont la fraction de billes restantes après la vidange (mesurable avec une simple balance) et la fraction du temps de vidange pendant laquelle les billes ne sont pas visibles en surface (fait avec ImageJ).

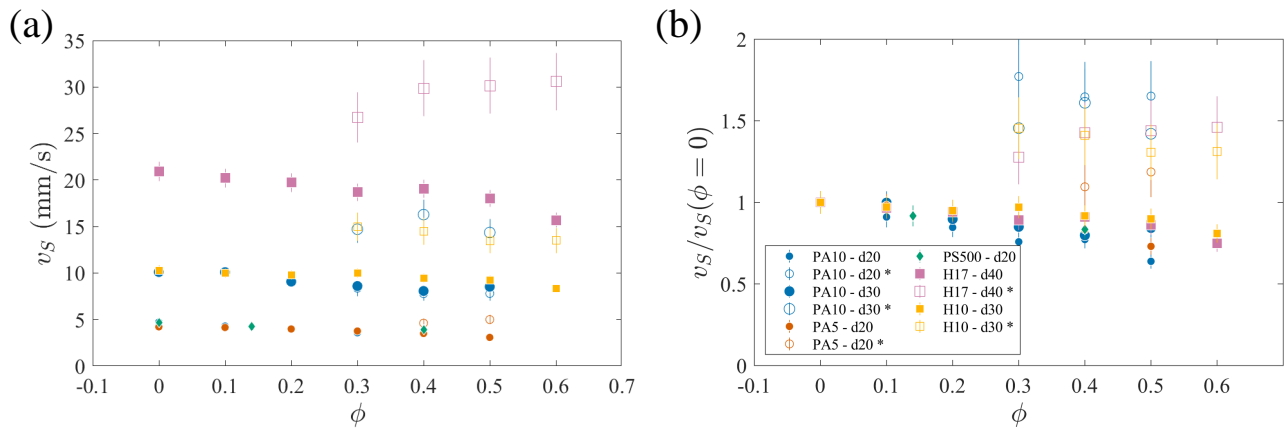


FIGURE 10 – (a) Vitesse de la surface libre du fluide  $v_S$  en fonction de la fraction volumique  $\phi$ . (b) Vitesse de la surface libre du fluide  $v_S$  divisé par la vitesse pour  $\phi = 0$  en fonction de la fraction volumique  $\phi$ . Les symboles pleins représentent la première vitesse de la surface et les symboles vides représentent la deuxième vitesse et sont notés par une étoile (\*) dans la légende.

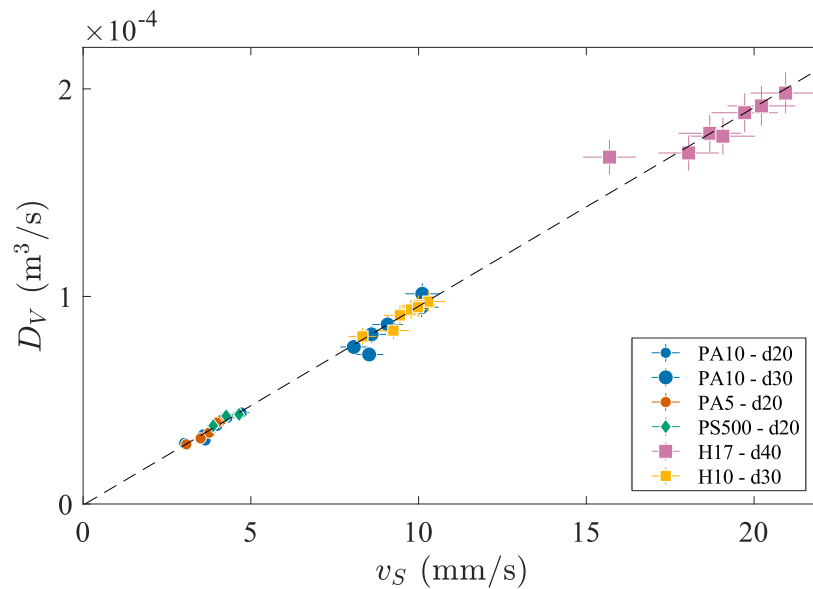


FIGURE 11 – Débit volumique  $D_V$  en fonction de la première vitesse de la surface libre  $v_S$ . Tous les points suivent la même droite.

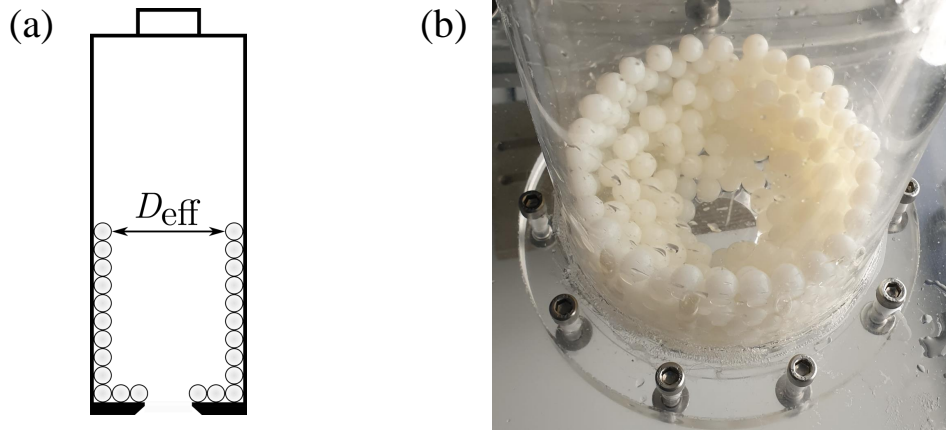


FIGURE 12 – (a) Schéma de la bouteille après une vidange avec des billes d'hydrogel pour une fraction volumique assez élevée. Les billes ne s'accumulent que le long de la paroi. (b) Photo de la bouteille après une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 30\%$  et le trou  $d_{30}$ . Les billes s'accumulent tout autour du trou sur plusieurs étages à la façon d'un cratère généré par des avalanches.

Pour quantifier le fait que des billes restent dans la bouteille à la fin de la vidange, on compare la masse de billes initialement dans la suspension à la masse de billes non sorties. Les résultats sont présentés sur la figure 13a. On voit que la masse relative restante augmente avec la fraction volumique sans tendance nette. Les suspensions avec les billes PS500 ne laissent pas de bille dans la bouteille de manière significative et la masse totale de billes n'a pas été notée lors des expériences avec les billes d'hydrogel.

En faisant défiler les images une à une, on repère le début de la vidange quand le bouchon est enlevé, la fin de la vidange et l'instant où les premières billes émergent du liquide. En connaissant le nombre d'image par seconde, on calcule facilement  $T_e$ , le temps de vidange, et  $\tau$ , la durée pendant laquelle toutes les billes sont immergées. Les définitions graphiques de ces durées sont données sur la figure 9. Le résultat est présenté figure 13b. On remarque que la transition se passe de plus en plus tôt lorsque  $\phi$  augmente. La transition ne semble se produire qu'au-delà d'une certaine fraction volumique critique qui dépend de la taille des particules par rapport au trou.

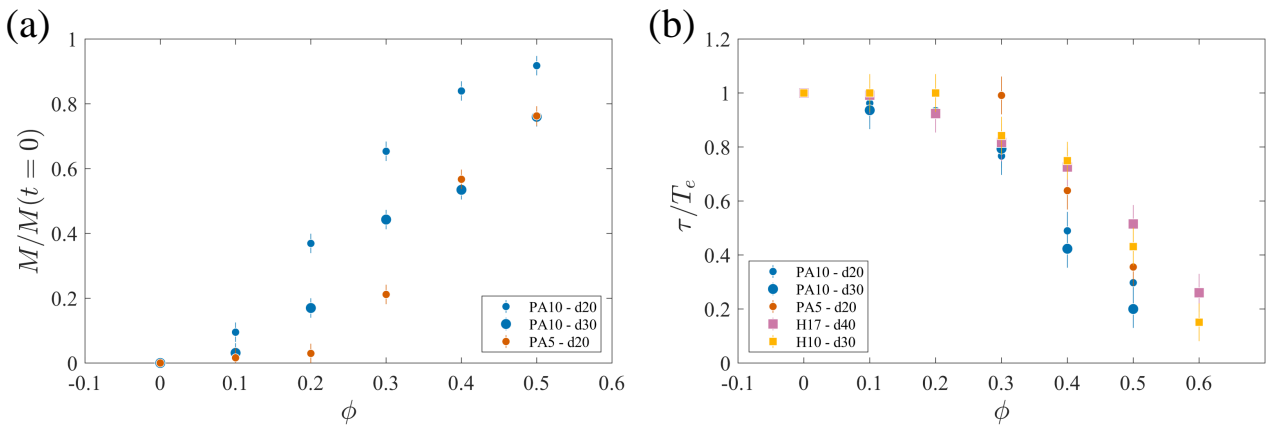


FIGURE 13 – (a) Fraction de billes restant dans la bouteille après une vidange en fonction de la fraction volumique  $\phi$ . (b) Durée de la vidange sans billes apparentes en surface  $t_T$  divisé par le temps total de la vidange  $t_V$  en fonction de la fraction volumique  $\phi$ .

### 3.4 Variations de pression

La figure 14 montre la dérivée de la pression par rapport au temps (normalisée par la masse volumique  $\rho$  pour pouvoir comparer les expériences entre elles). Les expériences avec les billes d'hydrogel ayant été faite pendant le projet expérimental, les mesures de pression n'ont pas pu être menées. On remarque que la tendance est la même que pour le débit ou la vitesse de la surface : cette grandeur diminue légèrement avec l'augmentation de la fraction volumique en particules. Les données sont également séparées en fonction de la taille du trou de vidange.

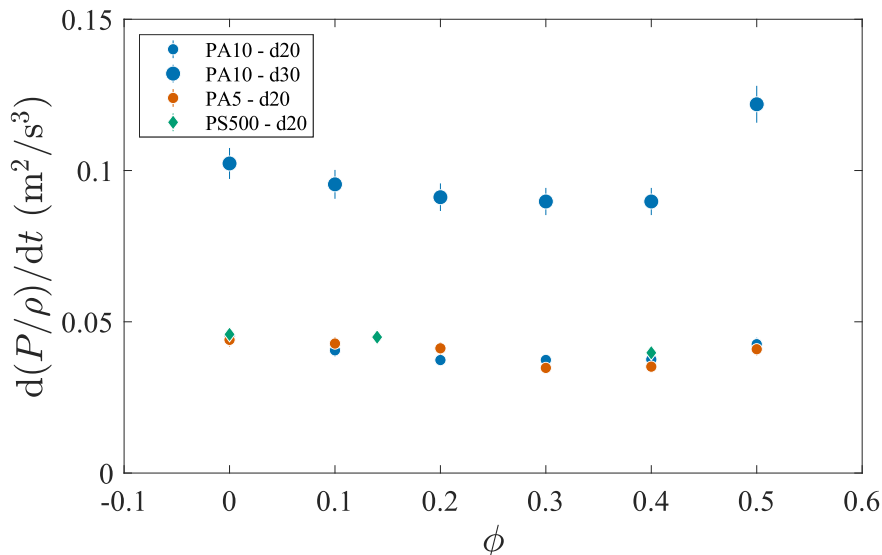


FIGURE 14 – Dérivée de la pression par rapport au temps normalisée par la masse volumique en fonction de la fraction volumique  $\phi$ .

On remarque cependant que les points à  $\phi = 50\%$  remontent brutalement. Cela peut s'expliquer par la difficulté de mesure lorsque la fraction volumique est trop élevée (voir Fig. 15). Il est alors difficile de définir une pente.

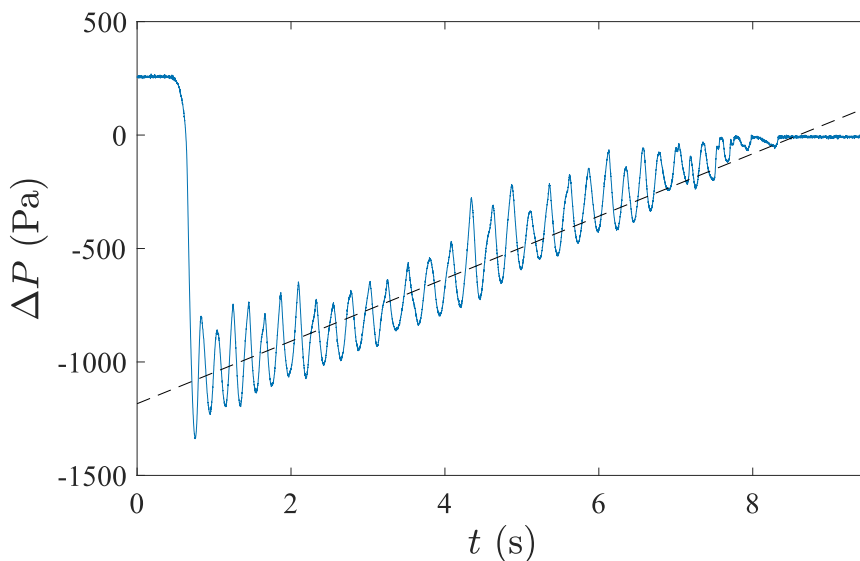


FIGURE 15 – Pression dans le haut de la bouteille au cours du temps pour une vidange avec les billes PA10, une fraction volumique  $\phi = 50\%$  et le trou d30. La tendance linéaire du début du signal est tracée en pointillés. Il est assez difficile de définir une tendance linéaire sur toute la durée du signal.



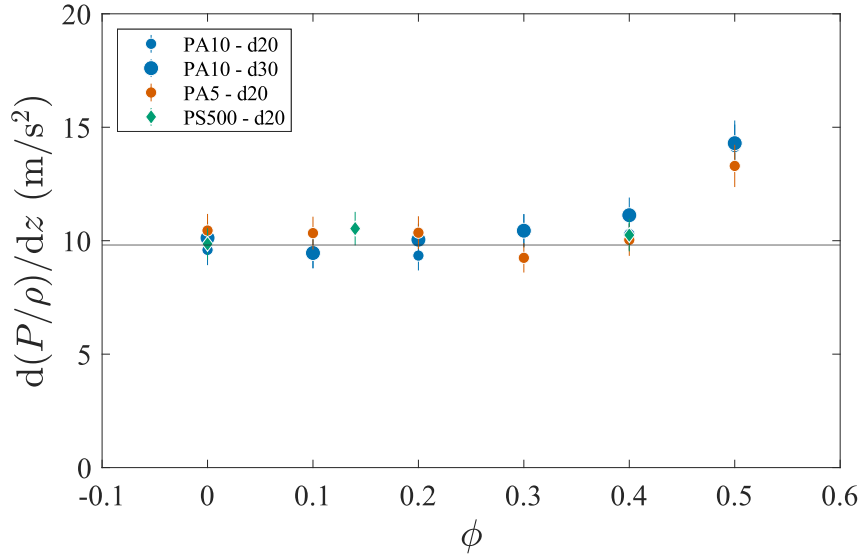


FIGURE 16 – Dérivée de la pression normalisée par la masse volumique par rapport à la hauteur en fonction de la fraction volumique  $\phi$  en particules. On a tracé un trait horizontal à 9,81 qui est la valeur de la pesanteur. On remarque que le point à  $\phi = 0,5$  est systématiquement au-dessus de la valeur de  $g$ .

En combinant les données de la vitesse de descente de la surface libre durant le premier régime et la variation de pression, on peut tester l'hypothèse selon laquelle la variation linéaire de pression est due à la pression hydrostatique. On trace donc la dérivée de  $P$  par rapport à  $z$  normalisé par  $\rho$  sur la figure 16. On a tracé en plus la valeur de  $g$  sur le graphe. On remarque que l'hypothèse est bien vérifiée sauf pour les cas à  $\phi = 50\%$  où la vidange se fait comme si elle était sous gravité plus importante. Nous n'avons pour l'instant aucune explication pour cette observation.

Le capteur de pression permet de mesurer la fréquence de formation des bulles  $f$ . Elle diminue avec  $\phi$  (voir Fig. 17). La séparation par taille de trou est une fois de plus observée. Cependant la suspension avec les billes PS500 ne semble pas suivre la même tendance et la fréquence ne semble qu'être assez peu influencée par la fraction volumique, même si le peu de points expérimentaux ne nous permet pas de conclure avec certitude.

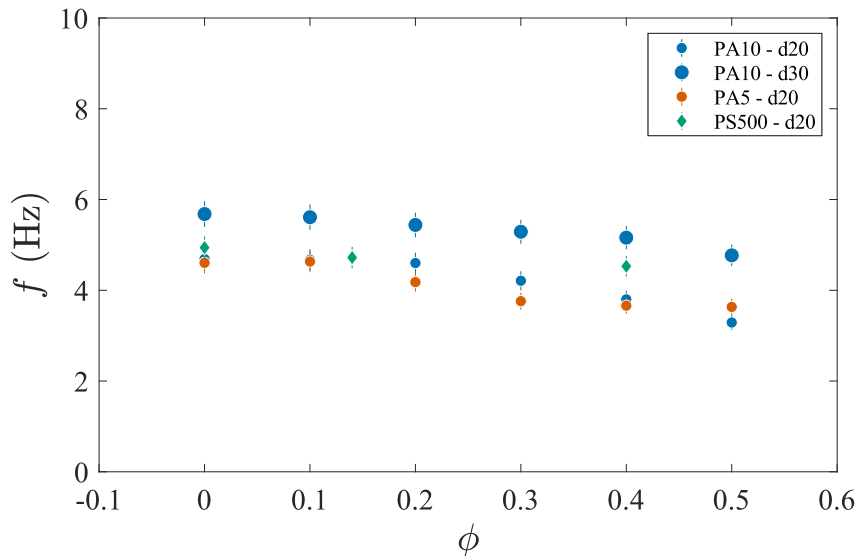


FIGURE 17 – Fréquence de formation des bulles  $f$  en fonction de la fraction volumique  $\phi$ .

## 4 Discussion et conclusion

De nombreux résultats ont été obtenus durant ce stage. Le premier est que le débit volumique est constant au cours de la vidange pour toutes les expériences menées. Cela semble être une obligation du système sans que l'on ait d'explication. La présence de particules dans la bouteille semble ralentir la vidange, mais le type de particules n'a pas l'air d'avoir d'importance.

La présence de particules joue cependant un rôle important à haute fraction volumique. À partir d'un  $\phi$  critique, des particules s'accumulent de manière conséquente dans la bouteille. Cela a pour effet de réduire la surface effective de la bouteille et d'accélérer la vitesse de descente de la surface libre du liquide. Nous avons commencé à caractériser cette accumulation par la mesure de quelques grandeurs. Cela pourrait nous guider vers l'établissement d'une fraction volumique critique qui dépendrait du rapport de diamètre entre les particules et le trou de vidange.

Les mesures de pression montrent qu'elle oscille autour de la valeur de la pression hydrostatique à la fréquence de formation des bulles. En revanche, à très haute fraction volumique, la pression augmente plus vite que la pression hydrostatique mais nous n'avons pas encore d'explications.

La comparaison à la littérature existante, notamment Clanet et Searby [9], montre des différences notables. Selon nos expériences, la fréquence de formation des bulles est assez constante au cours de la vidange contrairement à ce que montre l'équation 3. De plus, l'expression proposée du débit ne donne pas de résultats satisfaisants pour la gamme de taille de trou explorée.

Les comportements sont différents pour les très petites billes (PS500) et les autres billes, ce qui impliquerait deux modélisations différentes. On pourrait considérer que pour les particules dont le diamètre est inférieur à une certaine longueur à définir, un modèle "fluide effectif" est adapté. Pour les plus grosses billes, une modélisation basée sur la probabilité d'une particule de sortir par le trou semble être une approche prometteuse.

Ce stage a permis de commencer à explorer certains paramètres de la vidange de suspensions et d'avoir plusieurs résultats préliminaires étonnants. Il existe de nombreuses possibilités pour aller plus loin sur ce projet que je continuerai en thèse en septembre. D'autres tailles et matières de billes peuvent être testées pour élargir la gamme de données que nous possédons déjà et pour affiner les hypothèses que nous avons posées à partir des premières observations. Un nouveau dispositif expérimental pourra être créé afin de pouvoir changer le diamètre du cylindre facilement, ce qui n'est pas possible actuellement. Une pompe sera également installée pour contrôler la pression initiale dans la partie haute de la bouteille.

## A Annexe : Reproductibilité

Pour vérifier la reproductibilité des expériences effectuées, j'ai répété 10 fois la même vidange avec les billes PA10 et le trou d30 pour une fraction volumique de  $\phi = 50\%$  et la même hauteur initiale de suspension. Les mesures de pression n'ont pas pu être faites car le capteur n'était pas encore installé. Les résultats sont présentés dans la figure 18.

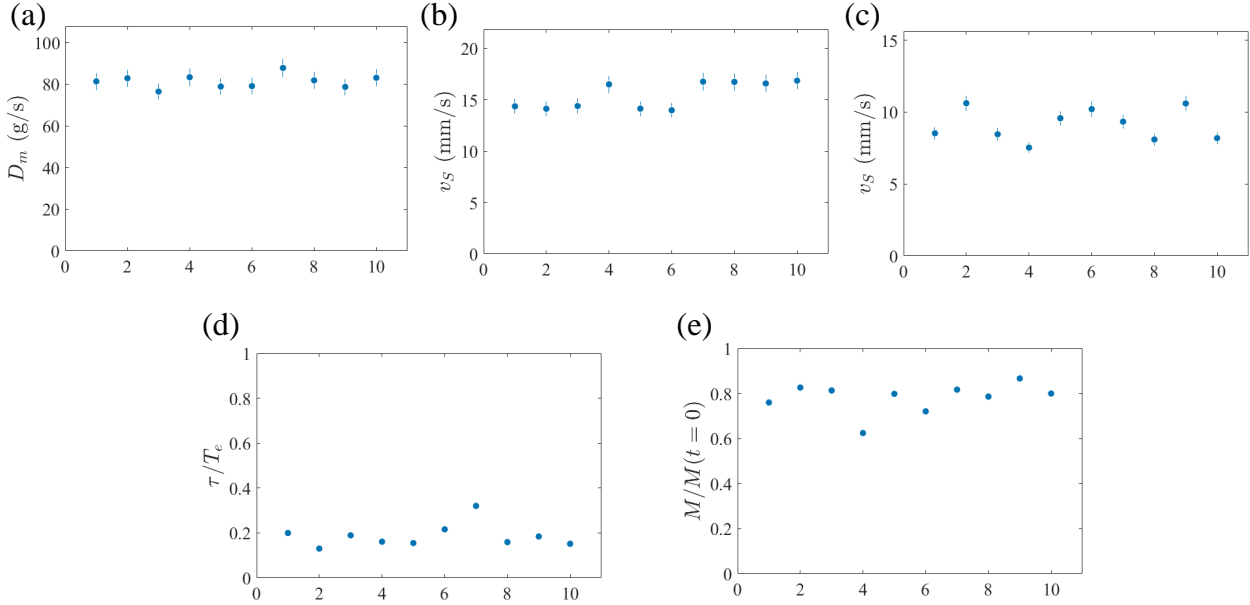


FIGURE 18 – Données de 10 vidanges avec les billes PA10, une fraction volumique de  $\phi = 50\%$  et le trou d30. L'abscisse correspond au numéro de l'expérience. (a) Débit massique. (b) Première vitesse de la surface libre. (c) Deuxième vitesse de la surface libre. (d) Durée de la vidange sans billes apparentes en surface  $\tau$  divisé par le temps total de la vidange  $T_e$ . (e) Fraction de billes restant dans la bouteille après une vidange.

La valeur du débit massique est assez stable. La valeur de la première vitesse a une grande variance, cela peut venir du fait que la tendance linéaire est extraite à la main sur un court instant. Pour la deuxième vitesse, il semble qu'il y ait deux valeurs possibles. Nous pensons que cela peut venir de l'arrangement des billes entre elles à l'instant initial mais les mesures de compacité que nous avons menées n'ont pas permis de conclure. Le temps de vidange et le temps que mettent les premières billes à émerger ne sont pas constants sans que l'on ait d'explication. Le nombre de billes restant dans la bouteille est assez fluctuant, l'organisation initiale des billes peut expliquer ces variations car elle conditionne la formation et la destruction d'arches qui empêchent les billes de sortir de la bouteille.

L'écart relatif de chaque jeu de données est autour de 10% et dépasse les incertitudes dues aux manipulations. On prendra donc 10% d'erreur pour les expériences.

## B Autre normalisation du débit

Clanet et Searby [9] proposent un temps de vidange proportionnel à  $(D_0/d)^{5/2}$  pour la vidange d'un réservoir initial rempli d'eau. En multipliant les débits par ce rapport, on s'attendrait à ce que les différentes courbes se recoupent (aux incertitudes près). La normalisation proposée par Clanet et Searby est critiquable notamment pour les points à  $\phi = 0$  (voir Fig. 19). Les courbes des "grands" et des "petits" diamètres ne se recouvrent pas. Cela avait déjà été observé pour toute une gamme de fluides newtoniens [4].

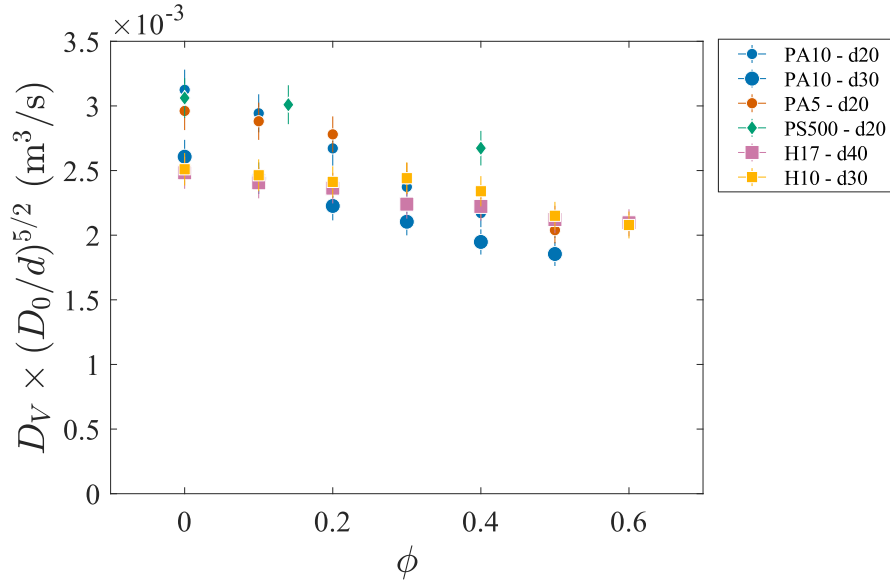


FIGURE 19 – Débit volumique normalisé selon l'expression proposée par Clanet et Searby [9]  $D_V(D_0/d)^{5/2}$  en fonction de  $\phi$ .

## Références

- [1] E. TORRICELLI : *Opera geometrica Evangelistae Torricellii*. Masse & de Landis, 1644.
- [2] J. OPPENHEIMER, A. CAPPONI, K.V. CASHMAN, S.J. LANE, A.C. RUST et M.R. JAMES : Analogue experiments on the rise of large bubbles through a solids-rich suspension : A “weak plug” model for strombolian eruptions. *Earth and Planetary Science Letters*, 531:115931, 2020.
- [3] M. DUDUKOVIĆ, F. LARACHI et P. MILLS : Multiphase catalytic reactors : A perspective on current knowledge and future trends. *Catalysis Reviews*, 44(1):123–246, 2007.
- [4] B. MONNET : *Fluides newtoniens et suspensions : bulle unique et vidange*. Thèse de doctorat, ENS de Lyon, 2024.
- [5] P.B. WHALLEY : Two-phase flow during filling and emptying of bottles. *International Journal of Multiphase Flow*, 17(1):145–152, 1991.
- [6] H.C. MAYER : Bottle emptying : A fluid mechanics and measurements exercise for engineering undergraduate students. *Fluids*, 4:183, 10 2019.
- [7] T. NGUYEN, W. GICHIGI et H.C. MAYER : Message in a bottle : First bubble high-speed imaging. *Physical Review Fluids*, 8, 2023.
- [8] C. SCHWEFLER, P. NIENABER et H.C. MAYER : The emptying of a perforated bottle : Influence of perforation size on emptying time and the physical nature of the process. *Fluids*, 8(8):225, 2023.
- [9] C. CLANET et G. SEARBY : On the glug-glug of ideal bottles. *Journal of Fluid Mechanics*, 510:145–168, 2004.
- [10] D. T. DUMITRESCU : Strömung an einer luftblase im senkrechten rohr. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 23(3):139–149, 1943.
- [11] O. SCHMIDT et J. KUBIE : An experimental investigation of outflow of liquids from single-outlet vessels. *International Journal of Multiphase Flow*, 21(6):1163–1168, 1995.
- [12] S. MER, O. PRAUD, H. NEAU, N. MERIGOUX, J. MAGNAUDET et V. ROIG : The emptying of a bottle as a test case for assessing interfacial momentum exchange models for euler–euler simulations of multi-scale gas-liquid flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 106:109–124, 2018.
- [13] S. MER, O. PRAUD, J. MAGNAUDET et V. ROIG : Emptying of a bottle : How a robust pressure-driven oscillator coexists with complex two-phase flow dynamics. *International Journal of Multiphase Flow*, 118:23–36, 2019.