

Colles Semaine 13, Groupe 1 – 10 Janvier

Une attention particulière sera accordée à l'explication du raisonnement de l'étudiant ainsi qu'à sa maîtrise du cours. L'objectif n'est pas de recopier une solution toute rédigée.

Rappels

Certains d'entre vous auront un exercice sans préparation. Dans ce cas, 20 minutes avant votre heure de passage, vous viendrez chercher votre sujet à travailler pendant 20 minutes.

Sujet 1 - Beroard Gilles

Soit E un espace euclidien de dimension $n \geq 2$. On note $\langle \cdot, \cdot \rangle$ son produit scalaire. Soient u un vecteur de E fixé de norme 1, et λ un réel non nul fixé. On définit f_λ l'application qui à un vecteur x de E associe $f_\lambda(x) = \lambda \langle x, u \rangle u + x$.

- 1) Montrer que f_λ est un endomorphisme de E .
- 2) a) Montrer que le polynôme $X^2 - (\lambda + 2)X + (\lambda + 1)$ est un polynôme annulateur de f_λ . Déterminer ses racines.
b) Quelles informations déduisez-vous sur le spectre de f_λ ?
- 3) a) Calculer $f_\lambda(u)$ et $f_\lambda(v)$ pour $v \in (\text{Vect}(u))^\perp$.
b) En déduire toutes les valeurs propres de f_λ , ainsi que les sous-espaces propres associés.
- 4) **Question finale surprise.**

Sujet 2 - Blanchet Alice

Vous aurez un exercice sans préparation autour du thème de la réduction des endomorphismes. Révissez particulièrement les points suivants :

- Calculs matriciels (rang, noyaux, images...);
- Polynômes annulateurs;
- Caractérisation des endomorphismes diagonalisables.

Sujet 3 - Braun Loys

Vous aurez un exercice sans préparation autour du thème de la réduction des endomorphismes. Révissez particulièrement les points suivants :

- Sous-espaces supplémentaires;
- Caractérisation des endomorphismes diagonalisables.