

$$Z = \sum_p e^{-\beta E_p}$$

On a N particules donc $(p) = (p_1, \dots, p_N)$.

Elles sont indépendantes donc $E_p(p) = E_{p_i}(p_i)$ et $E_p = \sum_i E_{p_i}$

$$\text{donc } Z = \sum_{p_1} e^{-\beta E_{p_1}} \cdot \sum_{p_2} e^{-\beta E_{p_2}} \dots \sum_{p_N} e^{-\beta E_{p_N}}$$

et les particules sont identiques donc $Z = z^N$

avec $z = \sum_{p_1} e^{-\beta E_{p_1}}$ la fonction de partition d'une particule.

Nos N particules sont dans un volume V , on considère un cube de côté L . La Mécanique Quantique nous donne que les états sont quantifiés et $E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$

$$\text{donc } z = \sum_{n_x=1}^{\infty} \sum_{n_y=1}^{\infty} \sum_{n_z=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta \hbar^2 \pi^2}{2m L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)} = \left(\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_0 n^2} \right)^3$$

On s'intéresse à la limite classique : $N \rightarrow \infty$ à $\frac{N}{V}$ constant et $E_0 \propto \frac{1}{V^{2/3}} \ll kT$

$$\rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_0 n^2} = \int_0^{\infty} e^{-\beta E_0 x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{4 E_0}}$$

$$\text{donc } z = \left(\frac{2\pi m \hbar^2 T}{h^2} \right)^{3/2} V \quad \text{et} \quad Z = \left(\frac{2\pi m \hbar^2 T}{h^2} \right)^{\frac{3N}{2}} V^N$$

$$i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle$$

$$|\psi\rangle = a(t)|\psi_1\rangle + b(t)|\psi_2\rangle \\ = c(t)|\chi_-\rangle + d(t)|\chi_+\rangle$$

$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

$$|c|^2 + |d|^2 = 1$$

$$i\hbar (\dot{c}|\chi_-\rangle + \dot{d}|\chi_+\rangle) = (E_0 - A)|\chi_-\rangle + (E_0 + A)|\chi_-\rangle$$

$\{|\chi_-\rangle, |\chi_+\rangle\}$ base ($\langle\chi_-|\chi_+\rangle = 0$)

$$\text{donc } \begin{cases} \dot{c} = -\frac{i}{\hbar}(E_0 - A)c \\ \dot{d} = -\frac{i}{\hbar}(E_0 + A)d \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = c_0 e^{-i\omega_0 t} \\ d = d_0 e^{-i\omega_+ t} \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{E_0}{\hbar} \quad \omega_+ = \frac{A}{\hbar}$$

• On remarque que les probabilités de trouver les états propres restent constantes.

C'est un résultat général, les états propres ne communiquent pas. Mais revenons dans l'espace $\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle\}$

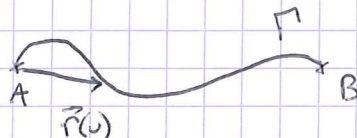
$$\text{par définition: } \begin{cases} c = \frac{a+b}{\sqrt{2}} \\ d = \frac{a-b}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{c+d}{\sqrt{2}} \\ b = \frac{c-d}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{donc } |\psi\rangle = \frac{e^{-i\omega_0 t}}{2} (e^{i\omega_+ t} + e^{-i\omega_+ t})|\psi_1\rangle + (e^{i\omega_+ t} - e^{-i\omega_+ t})|\psi_2\rangle$$

$$|\psi\rangle = e^{-i\omega_0 t} (\cos(\omega_+ t)|\psi_1\rangle + i \sin(\omega_+ t)|\psi_2\rangle)$$

$$(AB) = \int_A^B n \, dl$$

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \, du$$



u paramètre
 $u \in [a, b]$

Action effective

Logarithme effectif

paramètre.

$$(AB) = \int_a^b n(\vec{r}(u)) \|\vec{r}'(u)\| \, du$$

Rappel. Euler Lagrange:

$$S[\mathcal{L}] = \int \mathcal{L}(q, \dot{q}, t) \, dt \quad \text{et} \quad \delta S = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) = 0$$

$$\text{ici } d(AB) = 0 \Rightarrow \frac{\partial n(x, y, z)}{\partial x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} - \frac{d}{du} \left(\frac{\partial (n(x, y, z) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2})}{\partial \dot{x}} \right) = 0$$

de même par x et y .

$$\Rightarrow \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{d}{du} \left(\frac{n(x, y, z) \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right) = 0$$

$$\text{à 3D: } \|\vec{r}'(u)\| \vec{\nabla} n - \frac{d}{du} \left(\frac{n}{\|\vec{r}'\|} \frac{d\vec{r}}{du} \right) = 0$$

$$\text{et } \|\vec{r}'\| du = dl$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dl} \left(n \frac{d\vec{r}}{dl} \right) = \vec{\nabla} n$$

$$\text{et } dl = \|d\vec{r}\|, \quad \frac{d\vec{r}}{\|d\vec{r}\|} = \vec{u} \quad \text{direction de propagation.}$$

$$\frac{d}{dl} (n\vec{u}) = \vec{\nabla} n \quad \text{à l et l'abscisse curviligne sont notées s.}$$