Position du problème Déterminons, en régime stationnaire, le flux de chaleur et la distribution de température à l'intérieur d'une paroi d'épaisseur l et d'aire A, lorsque ses faces sont maintenues à des températures constantes et différentes T_A et T_B. Nous supposons négligeables les effets thermiques sur le pourtour de cette paroi ; il s'agit alors d'un problème à une dimension dans lequel la seule variable géométrique pertinente est l'abscisse x suivant l'axe perpendiculaire à la paroi. Supposons la paroi homogène, de conductivité thermique κ et de coefficient de diffusion D_{th} que nous noterons simplement D par la suite.

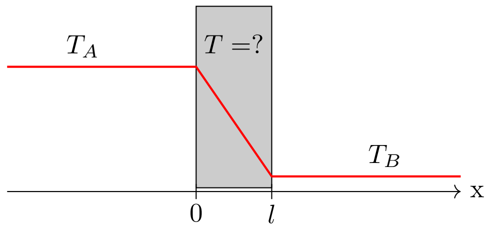

Figure 3 – *Situation étudiée. En rouge, le profil de température déterminé.*

Établissement de l'équation de la chaleur Dans cette situation, la grandeur physique Ψ est l'enthalpie, car nous nous plaçons à pression constante. Dans ce cas, $\psi = h$. Or, pour un corps donné, avec ρ sa masse volumique et c_P sa capacité calorifique massique à pression constante,

$$\mathrm{d}h = \rho c_P \mathrm{d}T, \text{ si bien que (4) donne} \qquad \rho c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{j}_Q = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} - D\Delta T = 0 \tag{26}$$

Solution de l'équation de la chaleur En régime stationnaire, (26) donne

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\Delta T = D\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = 0 \Rightarrow T(x) = ax + b \tag{27}$$

soit, avec les conditions aux limites du problème à savoir $T(0) = T_A$ et $T(l) = T_B$,

$$T(x) = T_A + (T_B - T_A)\,\frac{x}{l} \tag{28}$$

On en déduit grâce à la loi de Fourier

$$\vec{j}_Q = -\kappa\vec{\nabla}T = -\kappa\frac{T_B - T_A}{l}\vec{e}_x \tag{29}$$

Notion de résistance thermique Nous pouvons, à partir de l'expression de $\vec{j}_Q$, déterminer la quantité de chaleur I_Q qui traverse la paroi par unité de temps, correspondant au flux de $\vec{j}_Q$ à travers la paroi :

$$I_Q = \frac{A\kappa}{l}(T_A - T_B) \tag{30}$$

Cette relation a même forme que la loi d'Ohm en électrocinétique, la température remplaçant le potentiel électrique et le flux de chaleur l'intensité du courant. Dans le cadre de cette analogie, on définit la « résistance thermique » R_{th} de la paroi comme

$$R_{\text{th}} \equiv \frac{l}{\kappa A} \tag{31}$$

Cette expression est évidemment à rapprocher de l'expression de la résistance d'un conducteur de longueur l et de section A : $R = \frac{l}{\sigma A}$.

Flux de chaleur Par analogie avec l'électrocinétique, nous pouvons écrire

$$I_Q = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{\sum_i R_{\text{th}\,i}} \tag{32}$$

Pour $T_{\text{int}} - T_{\text{ext}} \sim 10°\text{C}$ et une vitre d'une surface de $1\ \text{m}^2$ et de 5 mm d'épaisseur,

$$I_Q(\text{simple vitrage}) = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{\frac{l}{\kappa A}} \sim 2\ \text{kW} \tag{33}$$

Comme il est possible de le voir dans la table 4, une couche d'air dans laquelle ne se produit pas de convection constitue un excellent isolant thermique. Ainsi, avec $l' = 1$ cm d'air entre deux vitres identiques à celle étudiée précédemment :

$$I_Q(\text{double vitrage}) = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{2\frac{l}{\kappa A} + \frac{l'}{\kappa_{\text{air}} A}} \sim 25\ \text{W} \tag{34}$$

Le double vitrage permet donc de réduire les pertes de chaleur !

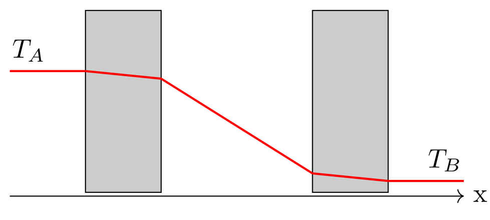

Figure 4 – *Situation étudiée avec double vitrage. En rouge, l'allure du profil de température.*