

LP35 – DIFFRACTION DE FRAUNHOFER

26 juin 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

Niveau : L3

Commentaires du jury

- **2011-2017** : Les conditions de Fraunhofer (pour autant, elles ne constituent pas le coeur de la leçon) et leurs conséquences doivent être présentées, ainsi que le lien entre les dimensions caractéristiques d'un objet diffractant et celles de sa figure de diffraction.
- **2009-2010** : Les phases associées aux amplitudes doivent être traitées avec soin.
- **2006-2008** : Le principe de Huygens-Fresnel doit être exposé clairement, sans débordements mathématiques excessifs. Il faut expliquer pourquoi la diffraction de Fraunhofer est pertinente dans la formation des images.
- **2005** : Rappelons que la diffraction de Fraunhofer accompagne l'image géométrique d'une source initiale et que l'écriture du principe de Huygens-Fresnel dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer doit être rigoureuse. Les applications ne doivent pas se limiter au trou circulaire et à la fente fine. Dans ce dernier cas, il faut justifier le calcul qui est mené.
- **2001** : Il faut éviter les calculs trop lourds et valoriser les applications. Notons que le pouvoir séparateur de la lunette astronomique n'est pas le seul exemple d'application.

Bibliographie

- ✦ *La diffraction pour les nuls... et les forts, BUP 889 Ca-* → Base intéressante pour la pédagogie hier n° 2
- ✦ *Optique, Pérez* → Principe de Huygens-Fresnel
- ✦ *Optique expérimentale, Sextant* → Manips
- ✦ *Optique physique, Taillet* →
- ✦ *Optique, Hecht* →

Prérequis

- Optique géométrique, modèle scalaire
- Transformée de Fourier
- Interférences, cohérence

Expériences



Table des matières

1 Principe de Huygens-Fresnel	2
1.1 Contexte	2
1.2 Les contributions respectives de chacun	2
1.3 Le principe et son interprétation	3
1.4 Régime de Fraunhofer	4
1.5 Formulation en transformée de Fourier	5
1.6 Obtention expérimentale	5
2 Diffraction par un objet quelconque	6
2.1 Fente rectangulaire	6
2.2 Trou circulaire	7
2.3 Propriétés de la figure de diffraction	8
3 Conséquences	9
3.1 Pouvoir de résolution et critère de Rayleigh	9
3.2 Filtrage optique	9

Introduction

En optique géométrique, on travaille avec des rayons, sauf que bon, les rayons, on sait que ça marche pas.



Mise en évidence de la diffraction



Avec un laser et un trou, à grande distance. On ne peut pas interpréter ça avec des rayons lumineux

On a alors le phénomène de diffraction, que vous avez déjà vu au lycée normalement. Pour l'expliquer, il va falloir sortir du cadre de l'optique géométrique. On va donc se placer dans les cas où l'obstacle est de la taille de la longueur d'onde (en OG), et où on passe près des bords des objets.

1 Principe de Huygens-Fresnel

On pourrait directement faire les calculs d'électromagnétisme, dans un formalisme que l'on connaît bien qui est celui des équations de Maxwell, mais mêler l'EM dans le vide et dans la matière, dans un espace non continu, c'est trop long et vraiment pas drôle. On va se placer dans le modèle ondulatoire de la lumière, qui est un intermédiaire entre l'EM et l'OG.

Nous nous placerons dans un cas sans polarisation afin de simplifier le lot de calculs. Il s'agit là du modèle scalaire de la lumière.

1.1 Contexte

Le problème est celui de connaître l'amplitude en un point M de l'espace, après une pupille repérée par un point P , en connaissant celle avant. On éclairera en lumière monochromatique, car la théorie de l'optique ondulatoire est fondamentalement linéaire, ce qui permettra d'utiliser le théorème de superposition.

1.2 Les contributions respectives de chacun

Huygens, 1678 : par analogie avec la propagation à la surface de l'eau, il énonce

La lumière se propage de proche en proche. Chaque élément d'une surface d'onde se comporte comme une source secondaire d'ondelettes sphériques. L'enveloppe de ces ondelettes à un instant donné définit la nouvelle surface d'onde.

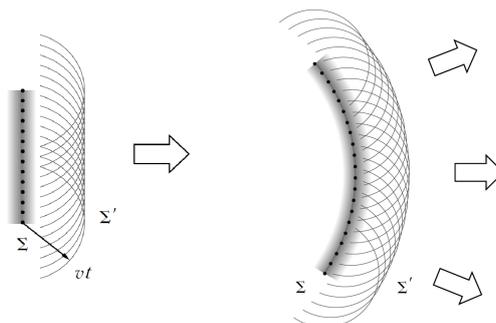


FIGURE 1 – Ondelettes sphériques dues aux sources secondaires à la surface d'un front d'onde sphérique. À partir de celles-ci, on définit le nouveau front d'onde.

Avec ce principe, on comprend que la lumière puisse se retrouver dans des endroits où l'optique géométrique prévoit du noir. Cependant ce que cela n'explique pas, c'est la figure en tâches. On s'attend à un truc assez homogène, sans passage par le noir.

Réfraction en ondelettes

On peut montrer les lois de Descartes sur la réfraction avec les ondelettes. ↗ gifondelettes.gif

Fresnel, 1818 : plus d'un siècle plus tard, on comprend qu'en fait, les ondelettes sont cohérentes entre elles, et là c'est le drame.

Les différentes sources secondaires sont cohérentes. Les ondelettes interfèrent entre elles.

Et là on a toutes les cartes en mains pour exprimer convenablement le principe de Huygens-Fresnel.

1.3 Le principe et son interprétation

Principe de Huygens-Fresnel :

L'amplitude d'une onde après une surface peut s'exprimer en supposant que les surfaces élémentaires dP de cette surface se comportent comme des sources secondaires :

- d'amplitude proportionnelle à la surface
- et à l'amplitude de l'onde créée
- et à un facteur de transmission de la surface (complexe, il vaut 1 pour un trou et 0 pour un mur)
- et à un facteur d'inclinaison $K = \frac{\cos \theta_1 - \cos \theta_2}{2}$.
- de phase égale à celle de l'onde arrivant (plus $\pi/2$ en réalité, d'où le i , mais ça vient.)
- se comportant comme des ondes sphériques
- cohérentes entre elles

On nomme $A(M)$ l'amplitude au point M , $A(P)$ celle arrivant sur la surface au point P , $t(P)$ le facteur de transmission en P . On ne suppose rien sur l'onde incidente. Expérimentalement (parce que la théorie à développer ici serait celle de l'électromagnétisme, et que l'on ne veut poser qu'un principe) on remarque un facteur $\frac{i}{\lambda}$, qui apparaît.

$$A(M) = \frac{-i}{\lambda} \iint \frac{A(P)}{PM} t(P) K e^{i \frac{2\pi PM}{\lambda}} dP \quad (1)$$

La question maintenant est celle de l'onde incidente, car pour faire le calcul, il faut la connaître.

Du facteur i/λ

En fait, on peut montrer (Kirshoff, 1824-1887) que pour un champ vérifiant l'équation de d'Alembert, la connaissance de l'état ondulatoire sur une surface fermée donne l'amplitude en tout point entouré par cette surface. C'est de l'analyse complexe. En supposant que $\lambda \ll$ le reste, et que \vec{e}_s correspond aux figures :

$$A(M) = \frac{1}{i\lambda} \iint_S A(P) K \frac{e^{ikPM}}{PM} dS \quad \text{avec } K = \frac{\cos(\vec{dS}, \vec{e}_r) - \cos(\vec{dS}, \vec{e}_s)}{2} \quad (2)$$

On peut alors négliger le contour qui n'est pas dans la surface d'incidence en le faisant tendre vers l'infini et en invoquant la sacro-sainte causalité. L'appel à une décroissance en $1/r^2$ est souvent fait, mais est ici fallacieux.

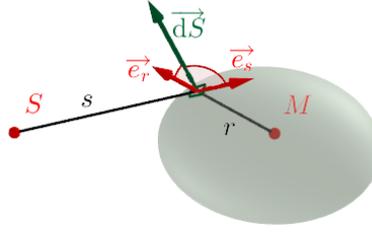


FIGURE 2 – Les notations utilisées ici (j'ai inversé P et M).

1.4 Régime de Fraunhofer

Le régime de Fraunhofer, c'est deux approximations en une. La première partie c'est de considérer que **L'onde incidente est plane**, c'est à dire que $A(P) = A_0$. On a alors $\cos \theta_1 = 0$, et

$$A(M) = \frac{-iA_0}{\lambda} \iint \frac{1}{PM} t(P) K e^{i\frac{2\pi PM}{\lambda}} dP \quad (3)$$

On va alors mettre des coordonnées (X, Y) sur la surface diffractante, et (x, y) sur la surface de projection, et on nomme d la distance entre la surface diffractante et la surface de projection :

$$A(x, y) = \frac{-iA_0}{\lambda} \iint \frac{1}{\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2}} t(X, Y) \exp\left(i\frac{2\pi\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2}}{\lambda}\right) dXdY \quad (4)$$

On voit l'apparition du terme compliqué $r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2}$. C'est sur ce dernier que porte l'approximation de Fraunhofer, la vraie. En effet cette expression est difficilement calculable si on laisse r sous cette forme, il va falloir faire les développements limités adaptés.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + d^2} \\ &= \sqrt{X^2 + Y^2 + x^2 + y^2 - 2(xX + yY) + d^2} \\ &= d + \frac{X^2 + Y^2}{2d} + \frac{x^2 + y^2}{2d} - \frac{xX + yY}{d} + \mathcal{O}\left(\frac{\ell^4, L^4, \ell^2 L^2}{d^3}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

Et là, c'est le drame : dans l'amplitude, on prend un DL0, et dans la phase, un DL1, la raison pour cela est que la phase varie beaucoup plus vite que l'amplitude (et parce que ça marche aussi). On a alors $K = 1$, et

Formule de Fresnel :

$$A(x, y) = \frac{-iA_0}{\lambda d} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}d} \iint t(X, Y) \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-X)^2 + (y-Y)^2}{2d}\right) dXdY \quad (6)$$

Là, c'est Fresnel, mais le Fraunhofer arrive au pas de course, puisqu'il suffit maintenant de mettre l'écran loin de l'objet diffractant, ce qui a pour conséquence de garder les angles $\alpha = \frac{x}{d}$ et $\beta = \frac{y}{d}$ constant, tout en augmentant d . On se place donc dans le cas $d \ll X, Y$, mais $d \gtrsim x, y$

$$\begin{aligned} r &\simeq d + \frac{X^2 + Y^2}{2d} + \frac{x^2 + y^2}{2d} - \frac{xX + yY}{d} \\ &\simeq \frac{x^2 + y^2}{2d} - (\alpha X + \beta Y) \end{aligned} \quad (7)$$

On a alors :

Formule de Fraunhofer :

$$A(x, y) = \frac{-iA_0}{\lambda d} \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\left(d + \frac{x^2 + y^2}{d}\right)\right) \iint t(X, Y) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x}{d}X + \frac{y}{d}Y\right)\right) dXdY \quad (8)$$

Attention

On a ici négligé un terme dans la phase, il faut donc qu'il soit négligeable devant 2π !

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{X^2 + Y^2}{2d} \ll 2\pi \Rightarrow \mathcal{F} \ll 1 \quad \text{avec } \mathcal{F} = \frac{r^2}{2\lambda d} \quad (9)$$

où r est la taille caractéristique de l'objet. On compare donc finalement la taille de l'objet et la distance de l'écran. Si $\mathcal{F} \gg 1$, on est dans le **régime de Fresnel**.

Le laser et la fente : vérification des hypothèses

On a pris un laser de 632 nm, on s'est placé à $d=3$ m, et l'objet diffractant à une taille typique de 100 μ m.

$$\text{Ainsi on a } \frac{X^2 + Y^2}{2d} \frac{2\pi}{\lambda} \sim 1/10$$

1.5 Formulation en transformée de Fourier

On définit la transformée de Fourier d'une fonction $f : x \mapsto f(x)$ comme :

$$\mathcal{TF}[f] : \nu \mapsto \tilde{f}(\nu) = \int f(x) e^{i2\pi\nu x} dx \quad (10)$$

On définit de même pour une fonction bidimensionnelle $f : (x, y) \mapsto f(x, y)$ la transformée de Fourier bidimensionnelle :

$$\mathcal{TF}[f] : (\nu_x, \nu_y) \mapsto \tilde{f}(\nu_x, \nu_y) = \int f(x, y) e^{i2\pi\nu_x x + i2\pi\nu_y y} dx dy \quad (11)$$

Alors avec cette convention on a

$$A(x, y) = \frac{-iA_0}{\lambda d} \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\left(d + \frac{x^2 + y^2}{d}\right)\right) \tilde{t}\left(\frac{x}{\lambda d}, \frac{y}{\lambda d}\right) \quad (12)$$

De manière générale, sans prendre en compte les termes de normalisation qui peuvent apparaître avec les définitions des \mathcal{TF} , on écrit

$$A(x, y) = A'_0 e^{i\phi(x, y)} \tilde{t}\left(\frac{x}{\lambda d}, \frac{y}{\lambda d}\right) \quad (13)$$

1.6 Obtention expérimentale

Nous venons de faire une jolie théorie, mais la question qui se pose maintenant est celle de l'obtention expérimentale des conditions de Fraunhofer.

Selon nos hypothèses, il faut se placer en **incidence normale** avec une **onde plane**, donc idéalement un objet à l'infini. Pour se faire, on utilise une lentille et une source quasi ponctuelle dans son plan focal. Il nous faut également

une observation à l’infini, par conséquent on va opter pour l’utilisation d’une deuxième lentille pour projeter l’image de la figure de diffraction. Le plan dans lequel se retrouve cette image se nomme **Plan de Fourier**.

On peut ensuite faire l’image du plan de Fourier, ce qui a pour effet de ré-effectuer une \mathcal{TF} , et de redonner l’image de l’objet initial, renversée.

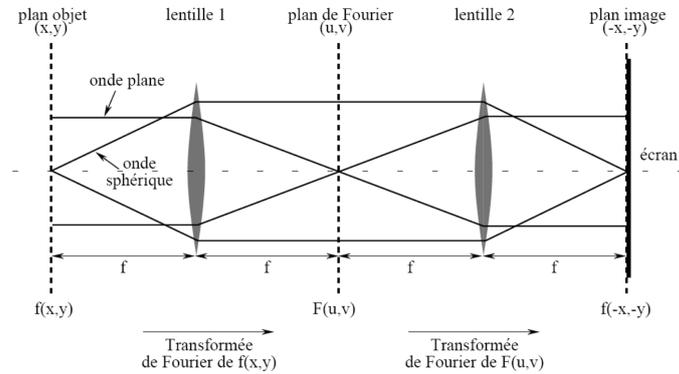


FIGURE 3 – Montage utilisé pour projeter le plan de Fourier puis l’image renversée.

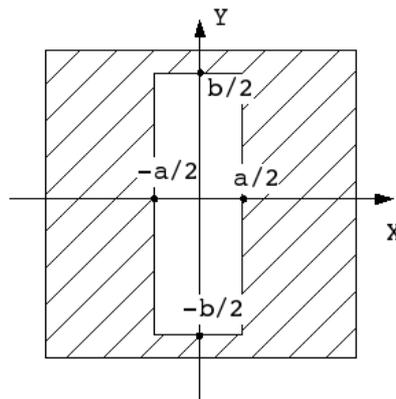
Ce type de montage est très utile, car il permet d’effectuer du filtrage spatial, mais ça, on verra plus tard.

2 Diffraction par un objet quelconque

2.1 Fente rectangulaire

✦ Taillet, Pérez

Commençons par un cas simple : on considère une fente rectangulaire de largeur a et de longueur b et on considère un montage dans le cas de la diffraction de Fraunhofer rigoureuse. Le but est de retrouver la forme de la figure de diffraction de deux manières différentes : d’abord par le calcul, et ensuite par les transformées de Fourier.



Commençons par le calcul. On a vu qu’en appliquant Huygens-Fresnel puis en se plaçant dans le régime de Fraunhofer, l’amplitude de l’onde arrivant sur l’écran valait

$$\begin{aligned}
 A(x, y) &= \frac{-iA_0}{\lambda d} \exp\left(i\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \exp\left(i\frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda d}\right) \iint t(X, Y) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x}{d}X + \frac{y}{d}Y\right)\right) dXdY \\
 &= A'_0 e^{i\phi(x,y)} \iint t(X, Y) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{x}{d}X + \frac{y}{d}Y\right)\right) dXdY
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Dans le cas de la fente, la transmission s'exprime facilement :

$$t(X, Y) = \begin{cases} 1 & \text{si } X \in \left[-\frac{a}{2}, +\frac{a}{2}\right] \text{ et } Y \in \left[-\frac{b}{2}, +\frac{b}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (15)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} A(x, y) &= A'_0 e^{i\phi(x, y)} \int_{-a/2}^{+a/2} \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x}{d} X\right) dX \int_{-b/2}^{+b/2} \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y}{d} Y\right) dY \\ &= A'_0 e^{i\phi(x, y)} \frac{\lambda d}{-i2\pi x} \frac{\lambda d}{-i2\pi y} \left[\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x a}{d} \frac{1}{2}\right) - \exp\left(+i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x a}{d} \frac{1}{2}\right) \right] \left[\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y b}{d} \frac{1}{2}\right) - \exp\left(+i\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y b}{d} \frac{1}{2}\right) \right] \\ &= A'_0 e^{i\phi(x, y)} \frac{\lambda^2 d^2}{4\pi^2 xy} 4 \sin\left(\frac{\pi xa}{\lambda d}\right) \sin\left(\frac{\pi yb}{\lambda d}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

On trouve donc

$$A(x, y) \propto \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi xa}{\lambda d}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi yb}{\lambda d}\right) \quad \text{et} \quad I(x, y) \propto \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi xa}{\lambda d}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi yb}{\lambda d}\right) \quad (17)$$

Remarques

- pour une fente mince avec $a \ll b$, seul le terme $\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi xa}{\lambda d}\right)$ est intéressante. La première annulation selon \vec{e}_x a donc lieu en $x = \frac{\lambda d}{a}$ et on retrouve la formule de lycée de la diffraction.
- selon \vec{e}_y , la première annulation a lieu pour $y = \frac{\lambda d}{b}$.

Passons maintenant par la formule faisant intervenir la transformée de Fourier de $t(X, Y)$, que l'on va calculer en $(\nu_x = \frac{x}{\lambda d}, \nu_y = \frac{y}{\lambda d})$:

$$A(x, y) = \mathcal{TF}[t](\nu_x, \nu_y)$$

Dans le cas de la fente, la fonction de transmission est le produit d'une fonction porte selon \vec{e}_x de largeur a centrée en $x = 0$ et d'une fonction porte selon \vec{e}_y de largeur b centrée en $y = 0$. On sait que la TF d'une fonction porte est un sinus cardinal, et on retrouve bien l'expression de $A(x, y)$ obtenue précédemment.

Remarque

On pourrait se demander pourquoi la TF du produit de deux fonctions portes donne ici le produit des TF de chaque fonction porte et non pas un produit de convolution. Cependant, il ne faut pas oublier qu'on a fait on TF en 2 dimensions et que chaque fonction porte est dans une direction découplée de l'autre.

2.2 Trou circulaire

Contrairement à la fente simple, l'amplitude diffractée par un trou de diamètre a n'a pas d'expression analytique simple. Cependant, on peut qualitativement décrire la figure de diffraction car elle doit satisfaire la symétrie de révolution par rapport à l'axe z . Les taches en croix sont donc remplacées par des anneaux de diffraction concentriques. L'intensité de la figure de diffraction ramenée dans le plan (x, y) d'une lentille de focale f' s'exprime alors à l'aide de la première fonction de Bessel J_1 :

$$I(x, y) \propto \left(2 \frac{J_1(\pi r(x, y))}{\pi r(x, y)} \right)^2 \quad \text{avec } r(x, y) = \frac{a}{\lambda f'} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (18)$$

La figure de diffraction à l'infini par une ouverture circulaire de diamètre a est constituée d'anneaux dont l'éclairement décroît très rapidement. Cette figure, très connue, s'appelle **tache d'Airy** et intervient beaucoup en optique, comme on le verra dans la section sur le critère de Rayleigh. Le pic central a un rayon angulaire qui vaut $1.22 \frac{\lambda}{a}$. (le 1.22 correspond à la première annulation de J_1).

2.3 Propriétés de la figure de diffraction

Puisque l'allure de la figure de diffraction est directement reliée à la TF de la transmittance, ses propriétés découlent de celles de la TF :

- **Translation de l'objet :**

$$\mathcal{TF}[t(X - a, Y - b)](\nu_x, \nu_y) = e^{-i2\pi\nu_x a} e^{-i2\pi\nu_y b} \mathcal{TF}[t(X, Y)](\nu_x, \nu_y)$$

La translation de l'objet fait apparaître un terme de phase qui disparaît dans la formule de l'intensité. En incidence normale, la figure de diffraction n'est donc pas modifiée par une translation de l'objet.

- **Changement d'échelle :**

$$\mathcal{TF}[t(aX, bY)](\nu_x, \nu_y) = \frac{1}{|ab|} \mathcal{TF}[t(X, Y)]\left(\frac{\nu_x}{a}, \frac{\nu_y}{b}\right)$$

L'augmentation de la taille de l'objet implique donc une diminution des fréquences spatiales et donc la figure de diffraction se contracte. On comprend pourquoi on ne voit pas de diffraction quand l'objet est trop grand : toutes les fréquences sont trop proches de la tache centrale.

- **Convolution :**

$$\mathcal{TF}[f \otimes g] = \mathcal{TF}[f] \mathcal{TF}[g]$$

Cette propriété permet de calculer la figure de diffraction d'objets complexes à partir de celle d'objets plus simples. Par exemple, la transmittance d'une double fente est le produit de convolution d'une fonction porte de largeur e et d'une somme de deux δ de Dirac chacun centré en la position d'une des fentes :

$$t_{\text{double fente}}(X, Y) = \Pi\left(\frac{X}{e}\right) \otimes [\delta(x - x_0) + \delta(x + x_0)]$$

De même, pour un réseau,

$$t_{\text{réseau}}(X, Y) = \Pi\left(\frac{X}{L}\right) \times \left(\Pi\left(\frac{X}{e}\right) \otimes \text{III}_b(X)\right)$$

où $\Pi\left(\frac{X}{L}\right)$ est la fonction porte traduisant la taille du réseau et III_b est le peigne de Dirac (somme de δ de Dirac espacés d'une distance b). Généralement on oublie la taille du réseau et on le considère infini.

Convolution ?

Le produit de convolution à une dimension est défini comme :

$$(f \otimes g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t)g(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(x-t)dt \quad (19)$$

- **Babinet :**

$$\mathcal{TF}[1 - t(X, Y)](\nu_x, \nu_y) = \delta(\nu_x, \nu_y) - \mathcal{TF}[t(x, y)](\nu_x, \nu_y)$$

À part au centre, la figure de diffraction d'un objet est identique (à un terme de phase près) à celle de son objet complémentaire.



Montrer les propriétés de la TF



Montrer la figure d'une fente et d'un cheveux, montrer celle de la double fente, et le principe expliquer bien.

3 Conséquences

3.1 Pouvoir de résolution et critère de Rayleigh

✚ LP32 - Microscopies optiques

Dans tout appareil optique (lunette, microscope, télescope), il y a une ouverture de taille finie. On modélise cette ouverture par un diaphragme d'ouverture. La lumière peut diffracter sur ce diaphragme ce qui a pour conséquence d'avoir une tache sur l'image au lieu du point source (si l'ouverture est circulaire, on a une tache d'Airy par exemple). L'appareil a donc une limite de résolution qui dépendra des dimensions du diaphragme d'ouverture. Cette limite de résolution, créée par la diffraction, est donnée par le **critère de Rayleigh** :

$$\theta_R = K \frac{\lambda}{D} \propto \frac{\lambda}{D} \quad (20)$$

où K est un facteur dépendant de la géométrie du diaphragme d'ouverture. Par exemple, $K = 1.22$ pour un diaphragme de forme circulaire et correspond au premier zéro de la première fonction de Bessel. Avec une fente, $K = 1$.

C'est un problème courant par exemple en astronomie où il empêche par exemple de distinguer les étoiles d'un système binaire comme par exemple α -Centauri. Pour palier à ça, on utilise des gros radiotélescopes (Arecibo, ALMA, ...). C'est pas sourcé : La diffraction est d'ailleurs la raison pour laquelle on voit les étoiles sur les photos en forme de +, c'est dû à la présence de l'ossature dont la forme est un '+' qui maintient le miroir central du télescope.

3.2 Filtrage optique

On a vu qu'on obtenait dans le plan de Fourier le spectre spatial de l'objet diffractant. Dans ce plan de Fourier, on associe des fréquences spatiales (f_x, f_y) à chaque point de coordonnées (x, y) de sorte que $x = \lambda f'_x$ et $y = \lambda f'_y$. Le principe du filtrage optique est alors simple : dans le plan de Fourier, en occultant certaines zones, on peut sélectionner des fréquences spatiales de l'objet.

- Si on occulte une zone proche de l'axe optique, on enlève les basses fréquences (filtre passe-haut) : c'est la strioscopie. C'est utile pour augmenter le contraste d'une image et faire ressortir les détails, on peut même faire ressortir les objets de phase comme une empreinte digitale.
- Si on occulte des zones éloignées de l'axe optique, on ne laisse passer que les basses fréquences (filtrage passe-bas) : c'est le détramage. On peut par exemple enlever les imperfections d'une photographie. C'est ce qu'on fait dans l'expérience d'Abbe (cf ✚ Sextant).

L'image qu'on obtient après filtrage correspond à l'objet fictif dans la transformée de Fourier est la transformée de Fourier de l'objet réel modifiée par le filtrage.

Prenons par exemple un réseau. Si on cache une tache sur deux dans la figure de diffraction au niveau du plan de Fourier (donc dans la TF du réseau), on divise par 2 le pas de la figure de diffraction dans le plan de Fourier et donc on obtient l'image d'un réseau deux fois **plus serré**.

Espacement :	Objet	TF	Plan de Fourier	filtrage	Plan de Fourier filtrée	TF	Image
Sans filtrage	a	\rightarrow	$1/a$	$\xrightarrow{\text{rien}}$	$1/a$	\rightarrow	a
Avec filtrage	a	\rightarrow	$1/a$	$\xrightarrow{\text{cache}}$	$2/a$	\rightarrow	$a/2$

On rappelle la TF d'un peigne de Dirac.

$$\widetilde{\text{III}}_a(f) = \frac{1}{a} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{a}\right) = \frac{1}{a} \text{III}_{1/a}(f). \quad (21)$$

Filtrage optique

⚡ Sextant, Duffait, FLTCLD



On reprend le montage $4f$: la première lentille fait la TF et la seconde fait la TF inverse !

On peut montrer des plans de Fourier de différentes grilles, filtrer la TF d'une grille pour faire disparaître le grillage dans la même direction que la fente, on peut montrer les détails d'une plume, faire ressortir une empreinte digitale, faire sortir le tigre/chat/Fourier de la cage....