MP03 – Dynamique des fluides

2 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

Bibliographie

✍

✍

Expériences

- Poiseuille
- Viscosimètre
- Coefficient de traînée (soufflerie)
- Principe du tube de pitot
- Couette bi-cylindre

Table des matières

Introduction

La mécanique des fluides, c'est N.S.

$$\rho \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}})\vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{v} + \overrightarrow{f_{\mathrm{autres}}} \quad (1)$$

Expliciter le sens des termes, et parler de η

☕

Expérience de Stokes

✍ ⏲

✍ GHP p.425

On fait tourner lentement d'abord, rapidement ensuite. On est content.

La dépendance en Re est importante. On va montrer des expériences à Re croissant.

1 Viscosimètre à bille

On commence par un très bas Reynolds

On considère une bille sphérique de rayon r (son volume vaut donc $V = \frac{4}{3}\pi r^3$) et de masse m en chute dans un fluide visqueux de viscosité η. L'application du principe fondamental de la dynamique donne alors :

$$m \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = (\rho_b - \rho_{gl}) V^v bg - 6\pi\eta r \vec{v}$$

Transitoire, de longueur 3τ avec $\tau = \frac{2\rho_b}{9\eta} r^2$

Principe

Pour cela on fait tomber des billes de rayon r et masse volumique $\rho_b = 7832 kg/m^3$ dans une éprouvette cylindrique remplie d'un fluide de masse volumique ρ_f, ici de l'huile Rotitherm.

Hypothèse

- Régime stationnaire atteint
- Ecoulement rampant (Re«1)
- Le fond de l'éprouvette n'a pas d'influence sur l'écoulement

Mise en équation

Force de frottement fluide donnée par la formule de Stokes à bas nombre de Reynolds :

$$\vec{F} = -6\pi\eta \frac{r}{1 - 2.1\frac{r}{R}} \vec{v}$$

le terme $2.1\frac{r}{R}$ permettant de prendre en compte les effets de bords, avec R le rayon de l'éprouvette et η la viscosité dynamique du fluide.

Principe fondamental de la dynamique sur une bille de masse m :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{\Pi} + \vec{F}$$

Régime stationnaire et projection sur z :

$$0 = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_b g + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g + 6\pi\eta \frac{r}{1 - 2.1\frac{r}{R}} v$$

d'où $6\pi\eta \frac{r}{1-2.1\frac{r}{R}} v = \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_b - \rho_f)$,

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho_b - \rho_f}{\eta} r^2 g (1 - 2.1\frac{r}{R})$$

Quand le régime permanent est atteint, la vitesse de la bille est constante et vaut : $V = \frac{2}{9}\frac{\rho_b - \rho_f}{\eta} r^2 g(1 - 2.1\frac{r}{R})$.

Nous allons vérifier cette loi et déterminer la viscosité de l'huile.

Détermination de la viscosité de l'huile

Viscosimètre à bille

FLTCLD 2 min

Matériel : Eprouvette remplie d'huille Rotitherm M220, billes en acier de différents rayons, chronomètre, règle
Mesurer le temps de chute d'une bille entre deux graduations, plusieurs fois (8 fois) pour plusieurs rayons, et remonter à la vitesse.

Il est nécessaire de connaître la température et la masse volumique du fluide. En effet la température a un influence sur la température de la forme $\eta(T) = \eta_0 e^{E/T}$ où η_0 et E sont deux constantes.

On réalise un ajustement de la forme

$$V = f(r) = ar^2 - br^3$$

au vu de l'équation précédente. Le coefficient a permet de remonter à la viscosité dynamique de l'huile η_{exp} à comparer avec la viscosité tabulée à la même température $\nu = 1000 mm^2/s$ avec $\rho = 1,00 g/cm^3$, donc $\eta_{constructeur} = 0,97\ Pa.s$ (cf notice).

Huile Rotitherm M220 : On aurait pû utiliser du glycérol mais il s'hydrate au contact de l'air humide, contrairement à l'huile silicone (s'hydrate très peu), donc l'huile silicone conserve ses propriétés (viscosité). En pratique, il est possible que des micro-gouttes d'eau soient présentes, il faut donc attendre et laisser reposer le fluide pour qu'elles se trouvent en bas de l'éprouvette.

Discussion des incertitudes

- Longueur : mesure à la règle, $\Delta L = \frac{0.001}{2\sqrt{3}}$
- Diamètre des billes : mesure au pied à coulisse et données constructeur.
- Masse des billes : dernier digit de la balance et données constructeur.
- Temps de mesure : écart-type sur la série de N(=8) mesures et erreur systématique due au temps de réaction de l'expérimentateur de 0,1s ; $\Delta(\Delta t) = \sqrt{\left(\frac{ecart-type}{\sqrt{N}}\right)^2 + \sigma_{syst}^2}$

Discussion des hypothèses

Effet des parois Le rapport b/a permet de vérifier le modèle et de justifier qu'on s'arrête à un DL2, il faut avoir $\frac{b}{a} = \frac{2.1}{R}$ et le terme suivant dans le DL est $2.089\left(\frac{r}{R}\right)^3$, négligeable.

Régime permanent Temps caractéristique d'établissement du régime permanent : $\tau \simeq \frac{2}{9}\frac{\rho_b}{\eta}r^2$ ce qui correspond à une distance $d \simeq \tau.V \simeq 5\ cm$ + Il faut vérifier expérimentalement que le régime permanent est atteint (film et pointage, ou alors en faisant plusieurs intervalles de même distance et en vérifiant que la même durée est nécessaire pour parcourir chaque intervalle).

Ecoulement rampant Calcul du nombre de Reynolds

Effet du fond négligé La force corrigée est $\overrightarrow{F} = -6\pi\eta r(1 + \frac{r}{h})\overrightarrow{v}$ et on peut voir que le dernier terme est négligeable.

2 Écoulement de Poiseuille

2.1 Théorie

On considère un écoulement **laminaire, parallèle, stationnaire, incompressible**. Cet écoulement a lieu dans un capillaire de diamètre D et de longueur L.

Le profil de vitesse est $\overrightarrow{v} = v(r)\overrightarrow{e_x}$ en coordonnées cylindriques, si bien que Navier-Stokes donne

$$\overrightarrow{0} = -\overrightarrow{\nabla}P + \eta\Delta\overrightarrow{v}$$

Le gradient de pression est donc le moteur de l'écoulement. On peut facilement résoudre l'équation en disant que chaque termes dépend de variables différentes et donc sont égaux à une constante :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x} = A = \eta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right)$$

On trouve le profil de vitesse et on l'intègre sur la section du capillaire pour obtenir la loi de Hagen-Poiseuille :

$$\boxed{D_m = \frac{\pi}{128\nu}\frac{\Delta P}{L}D^4}$$

En utilisant un vase de Mariotte et en considérant la ligne de courant allant de l'extrémité du bouchon à l'entrée du capillaire, on obtient

$$\Delta P = \rho_{\text{eau}}gh - \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}}U^2$$

où U est la vitesse du fluide à l'entrée du capillaire et h est la hauteur entre l'extrémité basse du tube enfoncé dans le bouchon du vase de Mariotte et l'entrée du capillaire.

Principe d'un vase de Mariotte Quand le tube est complétement rempli d'air, on impose la pression atmosphérique à l'endroit où les bulles se forment et alors on impose une pression en bas du vase contrôlée par l'hydrostatique qui est constante tant que le niveau de l'eau est au-dessus du tube..

Dans l'hypothèse où $U^2 \ll gh$, la loi de Poiseuille se réécrit simplement

$$\boxed{D_m = \frac{\pi}{128\nu}\frac{\rho_{\text{eau}}gh}{L}D^4}$$

C'est cette loi qu'on va vérifier.

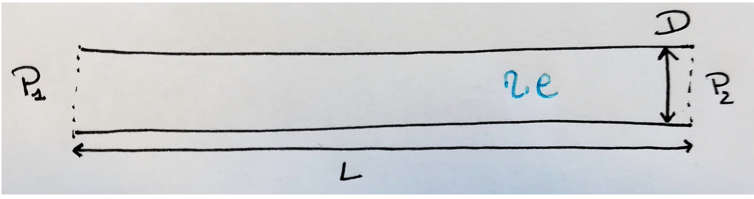

FIGURE 1 – Ecoulement de Poiseuille cylindrique.

Longueur d'établissement Gouvernée par le nombre de Reynolds. Quand le fluide entre dans le tube, l'écoulement n'a pas directement un profil parabolique, il faut qu'il parcourt une certaine longueur pour se mettre en place, c'est la longueur d'établissement. Cette longueur correspond à la distance nécessaire pour que la couche limite soit égale au rayon du tube, et alors la section complète du tube est affectée par la viscosité. On peut alors estimer la longueur d'établissement : $l \simeq \frac{\rho U R^2}{\eta} = \frac{\rho Q_V}{\pi\eta} \simeq 3\ cm$.

2.2 Expérience et résultats

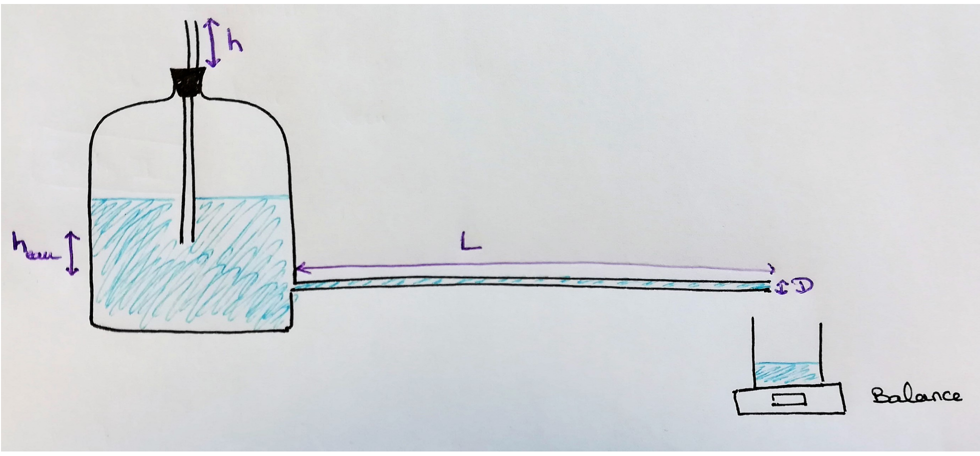

FIGURE 2 – Dispositif expérimental pour l'écoulement de Poiseuille cylindrique.

Ecoulement de Poiseuille

✍ FLTCLD ⏲ 5 min

Matériel : Vase de Mariotte, long tube en verre, cristallisoir, balance, thermomètre, chronomètre, mètre
Mesure du débit ($Q_V = \frac{\Delta m}{\rho \Delta t}$) pour différents gradients de pression.
Précautions à prendre : On peut déposer de la suie ou du téflon à l'extrémité libre du tube. Bien vérifier que le tube est horizontal (niveau à bulle). Mesurer la température de l'eau. Attendre assez longtemps pour être en régime stationnaire.

On trace $Q_V = f(h) = a * h + b$, on obtient une droite affine et on remonte à la viscosité de l'eau :
$a = \pm$ et $b = \pm$ donc $\eta_{eau} = \frac{\pi D^4 \rho g}{128 a L} = (7,8 \pm 0,4).10^{-4}\ Pa.s$

À la température de la pièce $\eta_{eau}^{tab} = 1,081.10^{-3}\ Pa.s$ (17°C), avec $\rho_{eau} = 998,86\ kg/m^3$. On ne retrouve pas la valeur tabulée ce qui qui peut être dû à la présence d'impuretés dans l'eau, mais on retrouve un ordre de grandeur satisfaisant.

Discussion des incertitudes

- Masse : défilement rapide quand le goutte tombe, on estime qu'on est précis à 0,5g.
- Durée : écart-type sur la série de (5) mesures et erreur systématique due au temps de réaction de l'observateur de 0,1 s.
- Hauteur du tube (pression) : mesure à la règle, $\Delta h = \frac{0.001}{2\sqrt{3}}$
- Diamètre du tube : mesure au pied à coulisse, $\Delta D = \frac{0.000001}{2\sqrt{3}}$
- Longueur du tube : mesure au mètre, $\Delta L = \frac{0.001}{2\sqrt{3}}$

Propagation des incertitudes : $\frac{\Delta \eta}{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta D}{D}\right)^2}$

Discussion des hypothèses

- Stationnaire : il faut attendre que le tube réglant la pression dans le vase de Mariotte soit rempli d'air, et que le profil parabolique de l'écoulement s'établisse.
- Evaluation du nombre de Reynolds : $Re = \frac{4 Q_V \rho}{\pi \eta D} \simeq 5.10^{-2}$

Applications

Ecoulement du sang dans des vaisseaux micrométriques, écoulement de sève dans les plantes Microfluide (écoulements à l'échelle micro et nanométrique, tests sanguins, réactions chimiques encapsulées).

Qu'en est-il des écoulements très turbulents ? Pour évaluer des portances, on utilise une soufflerie.

3 Tube de Pitot (soufflerie)

Le tube de pitot est l'outil premier de la mesure de vitesse de gaz. Il se base sur le principe suivant :

On considère l'air comme un fluide parfait (sans viscosité) en écoulement stationnaire. Le long d'une ligne de courant, on a conservation de (Bernoulli) :

$$P + \frac{1}{2}\rho_{air} v^2 + \rho_{air} g z$$

On a alors $\Delta P = \frac{1}{2}\rho_{air} v^2$, et $\Delta P = \rho_{liq} g \Delta z$

En étalonant avec un anémomètre à fil chaud, on peut lire la vitesse !

$$v^2 = \frac{2\rho_{liq} g h}{\rho_{air}}$$

Et on va vérifier cette relation tout de suite.

☕

Tube de pitot

✍ Quaranta I p. 364 et FLTCLD p. 454 ⏲ 10mn

Matériel : une soufflerie munie d'une sonde Pitot et un anémomètre à fil chaud

1. On actionne la soufflerie et pour différentes vitesses d'écoulement mesurées à l'anémomètre à fil chaud, on mesure la pression de la sonde Pitot à l'aide du manomètre à eau.
2. On doit vérifier que le niveau du liquide est bien à 0 dans le manomètre à eau. Si ce n'est pas le cas, il faut penser à remettre un peu d'alcool si on veut faire une mesure absolue de vitesse.
3. De plus, on fera attention à bien placer la sonde de l'anémomètre orthogonalement à l'écoulement.
4. Enfin, on pensera à mesurer la pression quand l'anémomètre à fil chaud n'est pas dans la soufflerie pour perturber le moins possible l'écoulement.
5. On trace alors v^2 en fonction h.

Choses à faire : Comparer avec le handbook, bilan des incertitudes (résolution = 3% de la mesure, fluctuations de l'anémomètre, résolution, ménisque).

On va maintenant appliquer cela à la mesure d'un coefficient de traînée en soufflerie.

4 Frottements fluides (soufflerie)

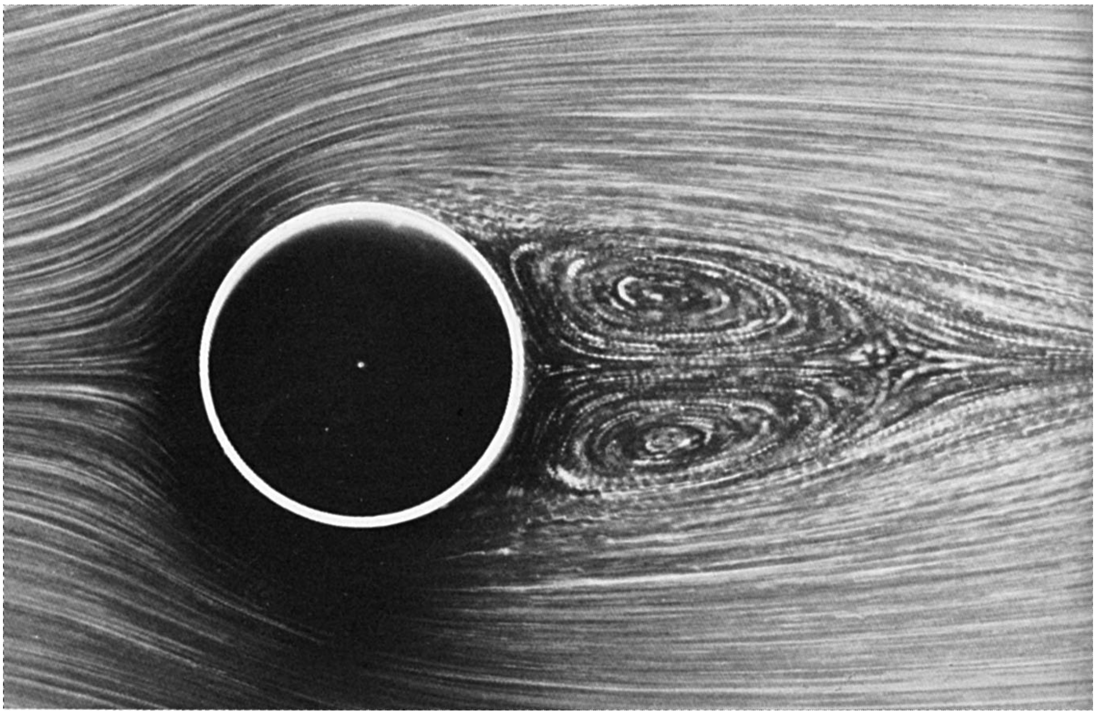

FIGURE 3 – Tiré de *An album of fluid motions*, Van Dyke

Lorsqu'un fluide rencontre un objet, sa vitesse au voisinage proche de la surface de l'objet va être modifiée par viscosité : la vitesse du fluide à l'interface est égale à la vitesse de l'objet. Si l'objet est immobile, alors le fluide à sa surface le sera également. Ces changements de vitesses vont induire un changement de pression et vont faire apparaître une force s'opposant au mouvement du fluide.

On veut connaître la relation entre la force appliquée sur l'objet et la vitesse du fluide par rapport à l'objet. Pour mesurer cette vitesse, on utilise un tube de Pitot (donc le principe repose sur Bernoulli, cf partie précédente).

On ne va s'intéresser qu'à la force de traînée qui est l'opposition du fluide au mouvement de l'objet, il faut donc la rendre la plus petite possible : plus elle est élevée, plus il faut fournir d'énergie pour maintenir sa vitesse. Dans les écoulements à haut nombre de Reynolds, la force de frottement est alors proportionnelle à la vitesse au carré, et non plus seulement à v comme à bas nombre de Reynolds.

Mise en équation Expression de la force de traînée trouvée par analyse dimensionnelle sachant qu'elle dépend du C_x, coefficient ayant une dépendance en Re différente selon si on est à haut où bas Reynolds.

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\rho_{fluide} S C_x v^2}$$

On voit apparaître un coefficient sans dimension C_x qu'on appelle le coefficient de traînée et qui est indépendant de la taille de l'objet, il ne dépend que de la géométrie et du nombre de Reynolds. L'idée sous-jacente est que certaines formes seront plus appropriées que d'autres pour évoluer dans un écoulement.

Nous allons alors déterminer le C_x d'une sphère pour comprendre comment elle s'oppose à l'écoulement. On utilise pour cela la soufflerie, le tube de Pitot ayant été étalonné au préalable avec un anémomètre à fil chaud, en vérifiant le respect du théorème de Bernoulli.

☕

Force de traînée

✍ Jolidon p454 ⏲ 5 min

On utilise la soufflerie et on mesure la vitesse du fluide avec le tube de Pitot (physique plus riche que c'est du fil chaud et perturbe moins l'écoulement). Il faut bien penser à mesurer la vitesse après avoir retiré l'objet d'étude dans la soufflerie (sa présence change pas mal l'écoulement, et le tube de Pitot est placé en aval de l'objet). En préparation on a mesuré la force pour plusieurs vitesses, on fait un autre point en live. On remonte au coefficient de traînée C_x.