

# MP17 – MÉTAUX

22 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

## Commentaires du jury

- 2013-2017 : Ce montage doit mettre en évidence différentes caractéristiques propres aux métaux. L'étude de caractéristiques mécaniques par exemple nécessite d'être mise en perspective par rapport aux propriétés équivalentes d'autres matériaux. Notons que pour les mesures de résistance, le principe et l'intérêt d'un montage quatre fils doivent être connus. [Ajout 2017] : il subsiste une confusion chez de nombreux candidats entre ce montage à quatre fils et la distinction entre courte et longue dérivation. Un montage à quatre points n'a pas pour but de seulement s'affranchir de la résistance des fils, contrairement à ce que pensent de nombreux candidats.
- 2011 : Les expériences présentées se réduisent souvent aux conductivités thermiques et électriques.
- 2010 : L'étude de caractéristiques mécaniques par exemple nécessite d'être mise en perspective par rapport aux propriétés équivalentes d'autres matériaux.
- 2009 : La mesure de la conductivité thermique d'un métal par sa réponse en température à une excitation alternative a posé problème à de nombreux candidats par suite de l'analyse des mesures à l'aide d'une loi non valide avec les conditions aux limites concernées. Le régime permanent implicitement mis en jeu doit être précisé, de même que son temps d'établissement.

## Bibliographie

↗ <i>Dictionnaire de physique</i> , <b>Taillet</b>	Intro
↗ <i>Physique expérimentale</i> , <b>FLTCLD</b>	
↗ <i>Optique expérimentale</i> , <b>Sextant</b>	
↗ <i>Physique de l'état solide</i> , <b>Kittel</b>	Intro et Loi de Wiedemann-Franz
↗ <i>Electrotechnique, Précis Bréal</i> , <b>Brenders</b>	Cycle d'hystérésis
↗ <b>Quaranta IV</b>	Cycle d'hystérésis
↗ <i>BUP 936</i>	Module d'Young avec la flèche

## Expériences



## Table des matières

<b>1 Propriétés électriques</b>	<b>2</b>
1.1 Conductivité électrique . . . . .	2
1.2 Comparaison avec d'autres métaux . . . . .	4
1.3 Loi de Wiedemann-Franz . . . . .	4
<b>2 Propriétés thermiques</b>	<b>4</b>
2.1 Intro qualitative et théorie . . . . .	4
2.2 Détermination de la capacité calorifique du cuivre . . . . .	5
2.3 Retour sur la loi de Wiedemann-Franz . . . . .	6
<b>3 Propriétés mécaniques</b>	<b>6</b>

Lancer l'expérience sur la conductivité thermique du cuivre en régime permanent le plus tôt possible, le régime permanent met au moins 1 heure pour s'établir.

## Introduction

Si on demande à quelqu'un quel objet parmi un bout de bois, un bout de plastique ou un bout de fer est un métal, cette personne répondra le fer (normalement). Cependant, si on lui demande pourquoi, cette personne se mettra sûrement à bégayer.

**La définition** d'un métal est la suivante : c'est un corps dont la cohésion est assurée par des liaisons covalentes entre orbitales d, et dont la bande de valence n'est pas saturée ce qui permet un passage aisé des électrons vers la bande de conduction. C'est bien beau mais ça nous fait une belle jambe si on veut la mettre en évidence en montage.

**Définition plus rapide** : solide caractérisé par des liaisons métalliques (délocalisation des électrons dans le solide)

Cependant, cette définition a pour conséquences des propriétés bien plus connues des métaux : ça conduit bien la chaleur et l'électricité et c'est relativement dur (mot clé : "relativement", le mercure n'est pas dur mais liquide, et certains métaux sont plus durs que d'autres).

## 1 Propriétés électriques

Lorsqu'on s'intéresse à la théorie des bandes, on se rend compte que les métaux sont caractérisés par le fait qu'il est facile pour les électrons de passer de la bande de valence à la bande de conduction. Les métaux sont donc d'excellents conducteurs électriques, à l'image du cuivre qui compose l'immense majorité des fils électriques que l'on puisse trouver.

### 1.1 Conductivité électrique

⚡ FLTCLD p399

**Propriété faible car peu caractéristique des métaux.** (cf graphite).

La résistivité  $\rho_{\text{elec}}$  d'un matériau, *i.e.* l'inverse de sa conductivité, est une donnée importante si on veut l'utiliser comme composant électrique. Cependant, elle n'est pas constante et dépend notamment de la température. On se propose d'étudier la dépendance en température de  $\rho_{\text{elec}}$ .

Pour cela, on va mesurer la résistance  $R$  d'un fil de cuivre en fonction de la température  $T$ . En supposant que le fil est un fil cylindrique de longueur  $L$  et de section  $S$ , on peut relier la résistance  $R$  à la résistivité par la relation :

$$R = \frac{\rho_{\text{elec}} L}{S}$$

Dans la gamme de température ambiante,  $\rho_{\text{elec}}$  est une fonction affine de  $T$  et donc  $R$  l'est également :

$$R(T) = \frac{L}{S}(\alpha T + \rho_{\text{elec},0}) \quad \text{avec la température en } ^\circ\text{C} \quad (1)$$

On va chercher à vérifier cette loi. Cependant, les résistances en jeu sont faibles, si bien qu'on ne peut pas juste brancher un ohmmètre et mesurer  $R$  directement. À la place, on va utiliser un **montage à quatre fils**.

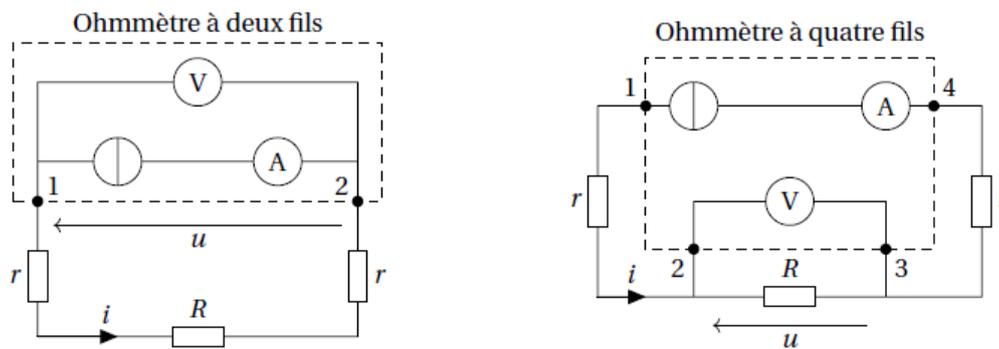


FIGURE 1 – Montages de mesure de résistance à deux fils et à quatre fils

### Intérêt du montage quatre fils

Dans ce montage, nous utilisons un montage dit "à quatre fils" pour mesurer la résistance de notre fil de cuivre. Voyons les caractéristiques d'un tel montage qui expliquent son utilisation ici.

Le principe d'un ohmmètre commercial est d'imposer un courant  $i$  dans le circuit d'une résistance  $R$  et de mesurer la tension  $u$  à ses bornes. On revient à la valeur de la résistance directement avec la loi d'Ohm. Le problème de cette méthode dite "à deux fils" est que l'on mesure la résistance de toute la branche du circuit contenant le dipôle à étudier, la valeur de résistance retournée prend en compte la résistance des fils et des soudures modélisée par une résistance  $r$  parasite. On peut estimer la valeur de  $r$  à moins de  $0.5 \text{ m}\Omega$  donc négligeable lors de mesure de grandes résistances mais **dont il faut tenir compte pour la mesure de petites valeurs de  $R$ .**

Le montage quatre fils fonctionne sur le même principe d'une mesure de  $u$  et  $i$  mais l'apport de ce montage est de séparer ces deux mesures. Sous la forme d'un quadripôle, l'ohmmètre impose toujours un courant  $i$  dans le circuit mais la mesure de la tension  $u$  se fait dans une maille différente. On suppose que le voltmètre ne modifie pas la valeur du courant grâce à sa résistance interne très élevée (environ  $1 \text{ M}\Omega$ ) et ceci est d'autant plus vrai que l'on s'intéresse à des faibles résistances  $R$ ... La mesure du courant qui traverse  $R$  et de la tension **directement** à ses bornes permet d'avoir directement la valeur de  $R$  sans les résistances parasites.

### Résistivité électrique du cuivre en fonction de $T$

FLTCLD

⊙ 5 min

#### Matériel :

- bobine P56.27 (fil de cuivre de longueur  $L = 1710 \pm 5 \text{ cm}$  et de diamètre  $d = 0.80 \pm 0.01 \text{ mm}$ )
- multimètre quatre fils de précision P69.35
- béccher assez grand pour qu'on puisse immerger la bobine
- agitateur magnétique
- bouilloire
- thermocouple P102.16 branché sur l'appareil P102.27

Brancher le multimètre quatre fils sur la bobine (une extrémité reliée aux deux sorties LOW et l'autre extrémité reliée aux deux sorties HIGH). Immerger la bobine dans un béccher d'eau chaude (garder les jonctions électriques sèches). Lancer l'agitation.

Mesurer la température  $T$  du béccher avec le thermocouple est la résistance  $R$  du fil avec le multimètre quatre fils. relever  $T$  régulièrement (par exemple tous les  $0.2^\circ\text{C}$ ).

Tracer  $R = f(T)$  et faire la régression affine  $\rho_{\text{elec}} = \alpha T + \rho_{\text{elec},0}$  avec  $T$  en  $^\circ\text{C}$ .

Pour le cuivre, les valeurs tabulées sont  $\alpha_{\text{tab}} = 6.76 \times 10^{-11} \Omega \text{ m K}^{-1}$  et  $\rho_{\text{elec},0,\text{tab}} = 1.543 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ .

#### Remarques

- On envoie du courant continu dans la bobine donc on n'a pas d'effets inductifs
- La modélisation affine de  $\rho_{\text{elec}}$  en fonction de  $T$  **n'est valable que pour une gamme de température ambiante**. On le voit ici car d'après la modélisation,  $\rho_{\text{elec}}(0 \text{ K} < 0$ .

#### Incertitudes :

$$u(\rho_{\text{elec}}) = \rho_{\text{elec}} \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2}$$

#### Comparaison avec d'autres matériaux non métalliques :

Matériau	$\rho_{\text{elec}} (\Omega \cdot \text{m})$
Métal	$10^{-8} - 10^{-9}$
Eau	$10^5$
Verre	$10^{17}$
Polystyrène	$10^{20}$

## 1.2 Comparaison avec d'autres métaux

Quand on fait chuter un aimant dans un tube vertical en PVC, sa chute libre n'est pas ralentie. Par contre, si on refait l'expérience avec un tube métallique, on observe que sa chute est ralentie et sa vitesse limite s'exprime alors comme

$$v_{\text{lim}} \simeq \frac{1024mga^4}{45\mu_0^2\sigma e\mathcal{M}^2} \quad (2)$$

avec  $a = \frac{R_{\text{ext}} + R_{\text{int}}}{2}$  le rayon moyen du tube,  $e = R_{\text{ext}} - R_{\text{int}}$  son épaisseur,  $m$  la masse de l'aimant,  $\mathcal{M}$  son moment magnétique et  $\sigma$  la conductivité électrique du métal.

On retient donc que  $v_{\text{lim}}$  diminue quand  $\sigma$  augmente.



### Chute libre d'un aimant dans un tube métallique

✚ Magnétisme, Garing

⊖ 1 min

Faire tomber un aimant dans un tube vertical en cuivre et en aluminium. L'aimant tombe plus vite dans le tube d'aluminium que dans le tube de cuivre, donc  $\sigma_{Cu} > \sigma_{Al}$ .

## 1.3 Loi de Wiedemann-Franz

✚ Kittel p147

**Propriété forte.** Vient du modèle de Sommerfeld.

Dans un métal, on peut écrire la loi de Wiedemann-Franz :

$$\frac{\lambda\rho_{\text{elec}}}{T} = \text{constante} = \mathcal{L} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \simeq 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2} \quad (3)$$

avec  $\lambda$  la conductivité thermique,  $\rho_{\text{elec}}$  la résistivité électrique,  $k_B$  la constante de Boltzmann et  $e$  la charge élémentaire.

On peut alors calculer  $\frac{\lambda\rho_{\text{elec}}}{T}$  avec la valeur de résistivité électrique trouvée précédemment et celle de conductivité thermique qui sera mesurée un peu plus tard...

**Cf fin de la section sur les propriétés thermiques.**

## 2 Propriétés thermiques

**Propriété forte.** (mais y'a des exceptions comme le diamant.)

Une autre caractéristique des métaux, c'est leur conductivité thermique. Celle-ci est en effet excellente, contrairement à des matériaux de construction comme le bois ou la brique. Ils ne sont cependant pas égaux dans leurs capacité à conduire la chaleur.

### 2.1 Intro qualitative et théorie



**illustration de la grande conductivité des métaux Matériel :** conductiscope, eau bouillante.

On met le petit conductiscope (le truc avec des cristaux liquides et des barres de métal) et on voit que la conduction ne va pas à la même vitesse.

Faire en parallèle : mettre une cuillère en bois dans le béccher, et mesurer sa température au bout.

L'équation qui régit le transfert de chaleur dans les matériaux est, dans le cas unidimensionnel (les valeurs données sont pour le cuivre).

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \kappa = \frac{\lambda}{\rho c} & \text{en } \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \text{ la diffusivité ;} \\ \lambda = 401 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} & \text{la conductivité ;} \\ \rho = 8.96 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} & \text{la masse volumique ;} \\ c = 3.85 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} & \text{la capacité calorifique massique.} \end{cases}$$

On voit donc que c'est le facteur de diffusion  $\kappa$  qui détermine la vitesse de transfert de la chaleur. On voit bien qu'il y a une différence de  $\kappa$  entre ces matériaux. Nous allons donc déterminer précisément  $\kappa$  pour le cuivre, et remonter à  $\lambda$ . La méthode donnée serait tout à fait utilisable pour les autres matériaux, et permettrait de remonter à toutes leurs conductivités respectives.

**Validité :** Faibles écarts de température, et  $\delta \ll l$ .

## 2.2 Détermination de la capacité calorifique du cuivre

On utilise l'appareil LM35DZ. Il s'agit d'une barre de cuivre calorifugée de longueur  $L = 25$  cm, dans laquelle sont placés 6 capteurs que l'on espère non intrusifs de température. Ces capteurs ont une réponse linéaire en température et sont espacés de 5cm les uns des autres.

On impose un flux thermique en entrée à l'aide d'un module peltier (☛ Quaranta II, p.180), et on se place en régime sinusoïdal forcé, en considérant la barre semi infinie.

$$\text{C.L. :} \quad -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}(x=0) = \phi_0 \sin(\omega t)$$

Ainsi la solution est de la forme :

$$T(x, t) = T_0 + T_1 e^{-x/\delta} \sin(\omega t - x/\delta) \quad \text{avec } \delta = \sqrt{2\kappa/\omega} \quad (4)$$

On veut que l'onde thermique parcoure toute la barre, par conséquent on choisit  $\omega$  pour avoir  $5\delta \simeq L$ . Du coup on est pas vraiment infini, mais ça fera l'affaire.

### Mesure de la conductivité du cuivre



Mettre en place le dispositif (barre de cuivre P0.73) : brancher les six capteurs sur une carte d'acquisition SYSAM, alimenter les ventilateurs (12 V continu) et les capteurs (15 V continu). Le potentiel de référence pour les signaux issus des capteurs est la masse de l'alimentation de ceux-ci.

**ATTENTION :** Bien alimenter les ventilateurs avant toute manipulation, pour ne pas griller le module Peltier !

Alimenter le module Peltier par un amplificateur de puissance Kepco P53.9 piloté par un GBF (entrée sur Input, sortie entre Common et Output). Régler le GBF sur  $V_{pp} = 3V$ , sans offset, à une fréquence de 10 mHz.

Vérifier à l'ampèremètre en mode continu (car la période est grande) que le courant ne dépasse jamais 4 A sur une période.

Suivre en temps réel l'évolution de la température sur le dernier capteur à l'oscilloscope. Attendre que le signal se stabilise (environ 30 minutes). Faire l'acquisition des signaux des différents capteurs sur Latis-Pro pendant quelques périodes (typiquement 20 minutes).

Grâce à l'outil informatique, nous avons la possibilité d'évaluer  $\delta$  de deux manières : par la décroissance de l'exponentielle et par la phase prise par le signal.

Tu ajustes chaque signal par un sinus, tu obtiens son amplitude et sa phase, et gogo-gadgeto tableur !

On obtient des valeurs de  $\delta$  et donc de  $\kappa$ . Il est alors possible de remonter à  $\lambda$  en mesurant  $\rho$  (facile) et  $c$  par calorimétrie. On va ici utiliser des valeurs tabulées à la place, parce que c'est plus rapide.

On s'attend à  $\kappa = 1.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , et  $\lambda_{\text{tab}} = 390 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

**Astuce :** sur l'amplitude on a les pertes thermiques qui font que  $\lambda$  semble plus faible, sur la phase par contre, on a la bonne valeur normalement. On a une erreur systématique sur le décrement logarithmique et donc sur l'évaluation de la moyenne de  $\delta$ .

Quelques conductivités thermiques de quelques matériaux classiques :

Matériau	$\lambda$ (W/(m.K)), @300K
Cuivre	390
Acier	20-50
Pierre	1-3
Bois	0.15
Liège	0.04
Laine de verre	0.03

Ce qui caractérise les métaux ici c'est leur très haute conductivité thermique, c'est la raison pour laquelle on en fait des radiateurs! (Ça et leurs bonnes propriétés de corps noirs.)

## 2.3 Retour sur la loi de Wiedemann-Franz

$$\frac{\lambda \rho_{\text{elec}}}{T} = \text{constante} = \mathcal{L} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \simeq 2.44 \times 10^{-8} \text{ W } \Omega \text{ K}^{-2} \quad (5)$$

avec  $\lambda$  la conductivité thermique,  $\rho_{\text{elec}}$  la **résistivité électrique**,  $k_B$  la constante de Boltzmann et  $e$  la charge élémentaire.

### Vérification de la loi



⊖ 10 sec

On a mesuré  $\rho_{\text{elec}}$ , on vient de mesurer  $\lambda$ , on calcule donc  $\frac{\lambda \rho_{\text{elec}}}{T}$  et on compare à  $\mathcal{L}$ .

## 3 Propriétés mécaniques

### Propriété faible.

<https://www.pmmh.espci.fr/~jbico/TP/TP%20Vibration.pdf>

On vient de voir que le métal, pour des constructions, c'est pas idéal, parce que ça conduit trop bien la chaleur. Cependant, on construit beaucoup en métal, et ça...

Essayer de tordre en direct une grosse barre de fer

c'est parce que c'est du solide!!

Mais on peut aussi voir (*flexer des fils en cuivre*) que c'est plutôt malléable... Caractérisons cela!

Le module d'Young  $E$  intervient là

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{F}{SE}$$

La formule donnée par des calculs présentés dans le BUP936 ou le Duffait donnent, avec  $e$  l'épaisseur et  $L$  la longueur :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{I}{\rho S} \frac{1.875^2}{L^2}} \sqrt{E} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{12\rho} \frac{1.875^2}{L^2}} \sqrt{E} = \frac{3.515}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E e^2}{12\rho}} \quad (6)$$

### Détermination du module d'young du fer

↗ Duffait

⊖

On prend un micro et on écoute la vibration d'une barre en ferraille quelconque. On en détermine le module d'Young, yay.

**Remarques :** On compte mesurer la fréquence d'un signal par transformée de Fourier sur un signal numérique, il convient alors de choisir la fréquence d'échantillonnage du signal la plus élevée possible pour avoir l'incertitude la plus petites sur la fréquence. Suivant le temps qu'il reste, on mesure soit pour une longueur et on remonte au module d'Young, soit on le fait sur plusieurs longueurs et on réalise une régression linéaire.

**Incertitudes :**

- Incertitude sur  $f$  : dépend de la fréquence d'échantillonnage,  $u(f) = 1.1\text{Hz}$ . Ça dépend si vous mesurez  $f_0$  avec une seule valeur ou en utilisant les différentes harmoniques. Un facteur  $\sqrt{N}$  apparaîtra au dénominateur.
- Longueur  $L$  de la barre,  $u(L) = 2\text{mm}$ .
- Du fait de la dépendance en puissance 2 de  $E$  vis-à-vis de la régression linéaire et  $e$  mesurée au palmer  $e = 2.0 \pm 0.1\text{mm}$  (l'erreur principale vient du fait qu'on ignore si la barre est réellement plate), la principale incertitude de  $E$  est due à ces deux facteurs.

Les métaux ont un module d'Young très souvent élevé (de l'ordre du GPa, et un module de Poisson important.

On mesure ce dernier à l'aide de pendules simples couplés entre eux, au niveau de leur axe de rotation, par une tige métallique qui va avoir pour effet d'entraîner ou de ralentir un des pendules par rapport à l'autre. Ce couplage implique l'apparition de deux modes rotation avec deux pulsations : une pour le mode symétrique et une pour le mode antisymétrique.

## conclusion

A travers ce montage on a réussi à mettre en évidence quelques propriétés qui caractérisent les métaux : ils sont bons conducteurs thermiques et électriques. Ces deux propriétés sont liées par la loi de Wienmann Franz qui caractérise un métal. Le bois et le plastique ne répondent pas à cette loi, ce ne sont pas des métaux. Néanmoins, l'utilisation massive des métaux par l'homme vient beaucoup du fait de leur propriétés mécaniques, notamment le module d'Young, ainsi que de leur abondance sur Terre.

Il nous resterait à parler de la dernière propriété caractéristique des métaux : leur aspect brillant et leur capacité à réfléchir le champ électromagnétique.

## remarques

Effets Peltier et effet Zeebeck ?

Avec une TF sur la manip de détermination de  $\lambda$ , on montre un deuxième pic qui correspond aux pertes par effet joules à  $2\omega$ . C'est un terme non linéaire.