

MP19 – EFFETS CAPACITIFS

15 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

Commentaires du jury

- **2017** : La connaissance du principe d'un RLC mètre est essentielle dans ce montage.
- **2015-2016** : Le jury constate que l'étude de la propagation d'une impulsion dans un câble coaxial est, à juste titre, souvent proposée dans ce montage, mais que les propriétés physiques de ce phénomène sont souvent mal maîtrisées.
- **2014** : Il est dommage que les candidats se limitent le plus souvent à l'étude du condensateur d'Aepinus et à celle d'un circuit RC.
- **2006** : Pour mesurer des capacités de petite valeur, on ne peut pas négliger la capacité d'entrée de l'oscilloscope ou celle des câbles.
- **2000** : Même si les capacimètres commerciaux fonctionnent souvent à cette fréquence, l'étude ne peut pas être limitée à 1000 Hz. En outre la capacité d'un condensateur est en général plus aisée à déterminer avec précision que l'inductance d'une bobine (qui par ailleurs dépend de la fréquence) : cela rend peu convaincant l'usage de la résonance RLC série pour accéder à C!
- **1999** : Par ailleurs, il ne suffit pas de choisir une expérience où intervient un condensateur pour en faire une méthode de mesure des capacités électriques : le modèle du multivibrateur astable à circuits logiques qui conduit à la formule $T = 2RC \ln 3$ contient des hypothèses trop grossières et ne permet d'obtenir qu'un ordre de grandeur, ce qui est évidemment d'autant plus regrettable que le montage est déjà sophistiqué. En revanche il peut être utilisé comme principe d'une mesure de comparaison. De même, il est peu satisfaisant de déterminer une capacité à partir de la formule $LC\omega^2 = 1$ en se plaçant à la résonance d'un circuit RLC série et en supposant connues les valeurs de C et de L, la valeur de celle-ci varie avec la fréquence, beaucoup plus en général que celle de la capacité, si bien qu'il est plus convaincant d'utiliser cette expérience pour la détermination de l'inductance d'une bobine. Les candidats peuvent également se demander pourquoi les boîtes de condensateurs de précision comportent trois bornes.

Bibliographie

⚡ <i>Expériences d'électronique à l'agreg</i> , Duffait	Pourquoi
⚡ Manneville	Jonction PN
⚡ <i>Tome 4, Electromagnétisme</i> , Quaranta	Pourquoi
⚡ Asch	Pourquoi
⚡ <i>Expérience d'électronique</i> , Krob	Circuits à AO

Table des matières

1	Étude d'un condensateur modèle	2
1.1	Aepinus	2
1.2	Circuit RC	2
2	Mesure de Capacité	4
2.1	multivibrateur astable	4
2.2	Capacité linéique d'un câble coaxial	5
3	Application	6
3.1	Jonction PN	6
3.2	Le détecteur de niveau d'eau	6

Introduction

Lorsque deux conducteurs électriques sont séparés par un milieu isolant, autrement appelé diélectrique, lorsqu'on applique une différence de potentiel entre les armatures, on assiste à une accumulation de charges par effet électrostatique. C'est l'**effet capacitif**.

La capacité est directement liée aux charges qui sont stockées sur les armatures et inversement proportionnelle à la différence de potentiel. Ce montage propose d'étudier en premier lieu un modèle de condensateur plan puis de montrer une application classique avec un circuit RC. On s'intéressera ensuite à la mesure de capacité avec un multivibrateur astable qui sera appliquée à un câble coaxial. Finalement, on reverra quelques applications de l'effet capacitif avec un détecteur de niveau d'eau, une jonction PN et un RLC en fonction du temps qu'il reste pour la présentation.

1 Étude d'un condensateur modèle

1.1 Aepinus

Le condensateur d'Aepinus est constitué de 2 armatures conductrices parallèles en regard et séparées par de l'air qui jouera le rôle du milieu diélectrique. Sa capacité est alors

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e} \quad (1)$$

où S est la surface des plaques et e est l'écartement entre les deux plaques, mesurée au vernier. Cette formule n'est valable que si $S \gg e^2$.

Étude du condensateur d'Aepinus

🔗 Quaranta tome 4 p188

⌚ 5 min

On utilise le condensateur d'Aepinus P68.12. Pour minimiser les capacités parasites dues aux fils, on les fixe avec du scotch en les maintenant le plus loin possible du condensateur. On les relie ensuite à un RLC-mètre, réglé en capacimètre à 1 kHz, on obtient la capacité du condensateur d'Aepinus.

On réalise cette mesure plusieurs fois pour différents écartements e . On trace $C = f(1/e)$ pour vérifier la loi. Connaissant la valeur de $S = 560 \text{ cm}^2$, on peut également remonter à ε_r .

En théorie, on a $\varepsilon_0 = 8.854187 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ et $\varepsilon_r = 1.0005$.

On peut toujours discuter sur la validité des points mesurés ou sur les effets capacitifs parasites. De manière générale, cette manip n'est pas vraiment ultra précise.

Fonctionnement d'un RLC mètre

En gros, on injecte un courant alternatif constant et on mesure la tension aux bornes du composant. On mesure la composante de la tension en phase avec le courant, ce qui permet de calculer la partie résistive, et on mesure la composante de la tension en quadrature (déphasée de $\pm 90^\circ$) avec le courant, ce qui donne la partie réactive. La mesure se fait simultanément avec une "détection synchrone".

1.2 Circuit RC

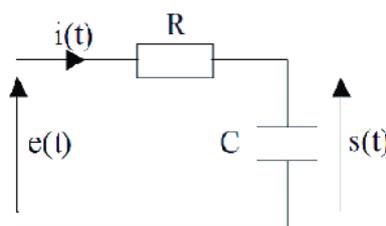


FIGURE 1 – Hoooooo.

Une des applications fondamentale des condensateurs et de l'effet capacitif est le filtrage. La formule de la tension aux bornes d'une capacité dans un circuit RC est, en complexes,

$$u_c = \frac{1}{1 + RCj\omega} u_e \quad (2)$$

Tracer le bode d'un RC



⊖ 2mn

$R=1000\Omega$, $C=1\mu F$.

On fait une simulation, puis on fait la mesure propre (en préparation), et on ajoute seulement 3-4 points autour u point d'inflexion en live. On remonte par le tracé des droites limites à la valeur vraie de la capacité (en connaissant la valeur vraie de la résistance).

On explique bien tout ce à quoi on est censé s'attendre (-3dB/dec).

$$C = 1/\omega_0 R$$

$u(R)$ est donnée par un ohmmetre ou la lecture du code couleur, au choix. $u(\omega_0)$ est donné par la lecture sur le graphe, à voir... Lire la phase à $\pi/4$ c'est bien.

$$u(C) = C \sqrt{\left(\frac{u(\omega_0)}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2}$$

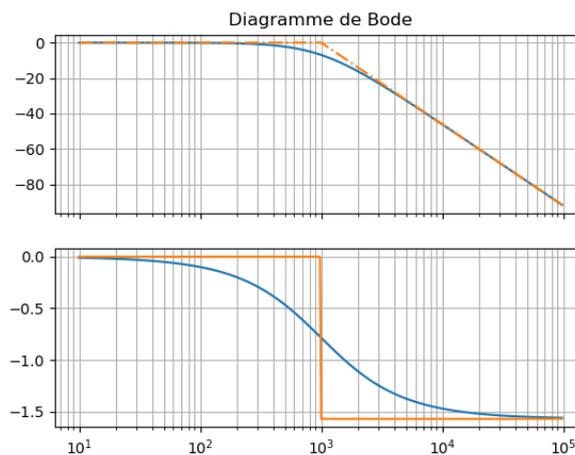


FIGURE 2 – Haaaaa.

On peut s'en servir pour filtrer un signal bruité salement !

Débruiter un signal



⊖ 1mn

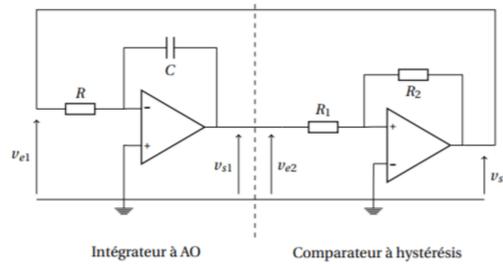
Deux possibilité :

- ajouter un ampli et mettre de la voix en entrée, et montrer que avec on a un son clair, sans on a un son dégueu.
- Faire un créneau et le transformer en sinus.

2 Mesure de Capacité

Bon le RLC mètre c'est bien beau mais on voudrait bien essayer de mesurer des capacités autrement.

2.1 multivibrateur astable



On illustre par cette partie comment un condensateur peut stocker de l'énergie électrique et comment on peut utiliser cette propriété pour déterminer sa capacité. Le multivibrateur astable est un oscillateur à relaxation. Dans ces types d'oscillateurs, l'énergie peut s'accumuler dans un réservoir (ici le condensateur) et se vider. Pour déterminer l'instant de vidange du réservoir il faut imposer un seuil. C'est le rôle du comparateur à hystérésis. Le circuit oscille donc entre des phases de remplissage de la capacité et des phases de vidange. On peut déterminer que la période de ces phénomènes est égale dans les deux cas et qu'elle vaut :

$$T = 4 \frac{R_1 RC}{R_2} \quad (3)$$

La tension v_{s2} est donc un signal créneau $\pm V_{\text{sat}}$ de période T . À saturation positive $v_{s2} = +V_{\text{sat}}$, l'intégrateur intègre cette tension au cours du temps et donne une sortie décroissant linéairement à la vitesse $-\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$. Lorsque $v_{s1} = v_{e2}$ atteint le seuil de l'oscillateur à relaxation $-V_0 = -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$, le comparateur bascule à saturation négative $v_{s2} = -V_{\text{sat}}$. La tension en sortie de l'intégrateur croît à la vitesse $+\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$ jusqu'à atteindre $+V_0$. On a alors de nouveau basculement et c'est reparti pour un tour. Au final, v_{s1} est un signal triangulaire $\pm \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}$ également de période T .

Il est important de prendre $R_1 < R_2$ pour être sûr d'avoir un inverseur. La valeur de T nous donne C .

Remarque

On peut remplacer l'AO intégrateur par un bon vieux RC. Le montage est alors un peu différent et notamment la charge/décharge du condensateur se fait en $\exp(-\frac{t}{RC})$. Au final, la nouvelle période d'oscillation s'écrit

$$T = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

Étalonnage du multivibrateur astable

↗ Duffait p187

⌚ 10 min

Matériel :

- $R = 100 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 3.3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, mesurées à l'ohmmètre (lire la notice pour les incertitudes)
- Boîte à décade de capacités
- 2 AO
- Latis-Pro

Réalise le montage ci-dessus, qui est un montage en série d'un intégrateur inverseur avec un comparateur à hystérésis. La tension à la sortie du 1er AO et celle à la sortie du 2ème sont respectivement un signal triangulaire (intégrateur) et un signal créneau (comparateur). C'est un système bouclé et auto-entretenu.

Mesurer la période T à l'oscilloscope pour plusieurs valeurs de C mesurée au RLC mètre.

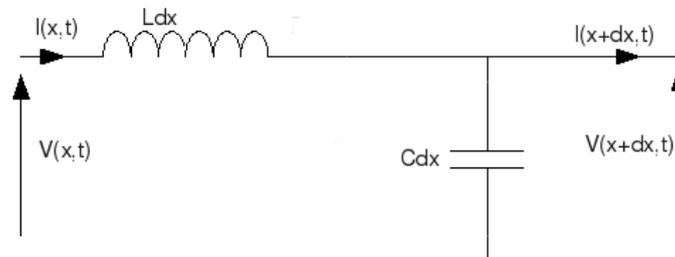
Tracer $T = f(C)$ pour obtenir une droite de pente a . Comparer a à la valeur de $a_{\text{théorique}} = 4 \frac{R_1 R}{R_2}$.

Incertitudes :

$$u(a_{\text{théorique}}) = a_{\text{théorique}} \sqrt{\left(\frac{u(R_1)}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u(R_2)}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2}$$

2.2 Capacité linéique d'un câble coaxial

On va utiliser le multivibrateur astable pour mesurer la capacité linéique Γ d'un câble coaxial. En effet, une portion de câble coaxial peut être modélisée par un circuit LC :



Mesure de la capacité linéique d'un câble coaxial avec un multivibrateur astable

Mettre le câble coaxial à la place de la boîte à décade de capacité. Mesurer sa capacité C en mesurant la période des oscillations T à l'oscilloscope :

$$C = \frac{T}{a}$$

Le câble a une longueur $L = 100 \pm 0.1$ m. En déduire $\Gamma = \frac{C}{L}$

Incertitudes :

$$u(C) = C \sqrt{\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2}$$

$$u(\Gamma) = \Gamma \sqrt{\left(\frac{u(C)}{C}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2}$$

Autre façon de mesurer Γ

On relie une entrée du câble à un GBF et un oscilloscope. On envoie un burst sinusoïdal (1 cycle, $f = 5$ MHz car le coax est un passe-haut, amplitude 5 V, 1 ms entre chaque burst). On voit le signal réfléchi sur l'oscilloscope donc on en déduit la vitesse c du signal (on attend 2×10^8 m s⁻¹).

Ensuite, on place une boîte à décade de résistance en sortie du câble et on cherche la résistance qui annule le signal retour sur l'oscilloscope (adaptation d'impédance). On trouve l'impédance Z du câble. On attend 50 Ω .

Or $c = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}$ et $Z = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$. On en déduit Γ et on a même l'inductance linéique Λ .

3 Application

3.1 Jonction PN

☞ Manneville p.141

On a déjà vu que les effets capacitifs peuvent servir à filtrer des signaux. Cependant dans certains cas les effets capacitifs sont nuisibles, comme par exemple dans le cas de la jonction PN.

Une jonction PN c'est une diode, ou l'inverse, je sais pas. En tout cas si on prend une Zéner 12V (P29), et une résistance de 100kΩ, et lorsqu'on la prend en régime bloqué, elle peut se modéliser comme une capacité C_i .

En effet en fonctionnement inverse, on applique une tension sinusoïdale (shiftée pour être toujours en inverse), et on a alors

$$C_i = S \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_B}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{V_0 + V}} \quad (4)$$

où V_0 est la barrière de potentiel, N_A la concentration d'atomes accepteurs du semi-conducteur P, N_D la concentration en atomes donneurs du semi-conducteur N.



Effets capacitifs de la jonction PN



⊖ 5mn

On a tracé le diagramme de Bode pour une tension $V = 2V$ et un offset de 1V. On va donc pouvoir se servir de cette caractérisation pour remonter à la capacité de la diode. On repère la fréquence de coupure en utilisant le critère à -3dB. On utilise des voltmètres pour être plus précis sur la mesure des tensions. Et on repère f sur le GBF.

On trace ensuite $f_c^2 = 1/4\pi R^2 C^2 = g(V)$ et on s'attend à une droite.

On peut ici parler de la diode varicap et de son intérêt. https://fr.wikipedia.org/wiki/Diode_varicap

3.2 Le détecteur de niveau d'eau

On peut aussi faire varier les capacités en changeant le diélectrique présent dans les armatures, comme on l'a vu avec le condensateur d'Aepinius. Il aurait d'ailleurs pu être intéressant de refaire l'expérience avec du plexiglass entre les deux armatures.

Ici nous allons détecter, de part la variation de capacité, le niveau d'eau dans un condensateur !

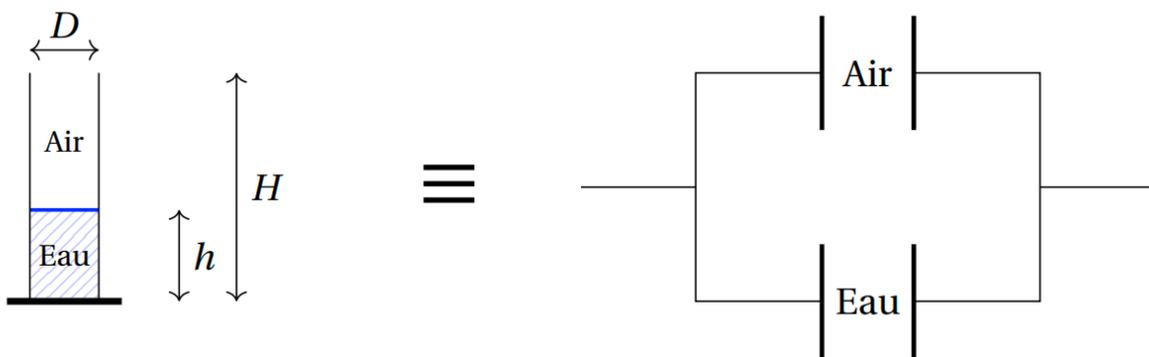


FIGURE 3 – Principe du capteur

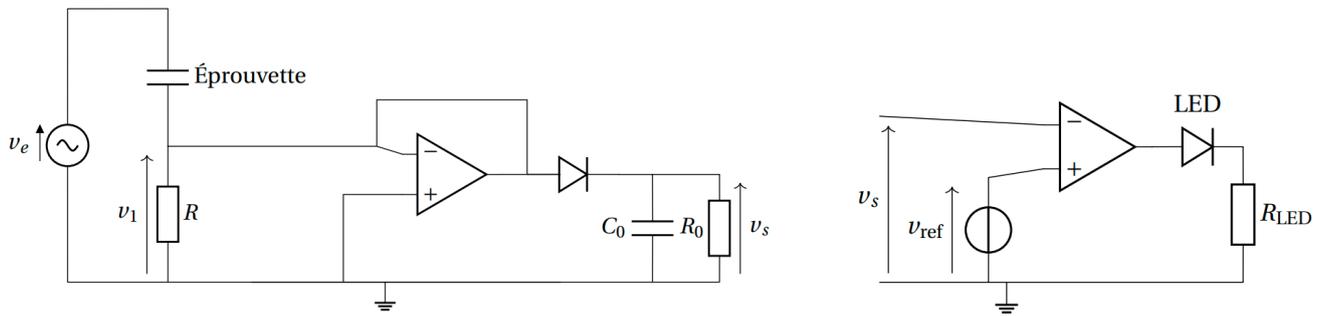


FIGURE 4 – Conditionnement du capteur (1ère partie du montage) et détecteur de dépassement.

Premier montage : on place un suiveur, et un détecteur de crête (diode suivi d'une filtre RC parallèle) permet d'obtenir l'amplitude de la tension alternative. Le signal continu est donc proportionnel à la capacité d'entrée, donc à la hauteur d'eau.

Deuxième montage : on fait un comparateur absolu.

$$C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}} \propto \epsilon_{r,\text{eau}}h + \epsilon_{r,\text{air}}(H - h) \quad (5)$$

$$v_1 = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} v_e \quad (6)$$

$$v_1 = jRC\omega v_e \quad \text{si } RC\omega \ll 1 \quad (7)$$

- Pour les valeurs de R et de ω , un compromis est à trouver : il faut avoir $RC\omega \ll 1$ pour assurer la linéarité du conditionnement, mais $RC\omega$ doit être suffisant pour obtenir un signal d'amplitude significatif. On choisira $R = 200 \text{ k}\Omega$ et $f = 1 \text{ kHz}$.
- Le produit R_0C_0 doit être choisi grand devant la période du signal. Par contre, ce temps conditionne également le temps de réponse de l'ensemble de la chaîne. On prendra $R_0 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_0 = 1 \text{ }\mu\text{F}$.
- On prendra $V_{pp} = 20\text{V}$ pour v_e



Détecteur de niveau d'eau



⊖ 5mn

- Étalonner le capteur au voltmètre, en traçant $v_s(h)$. On a normalement une belle droite de pente casse pied à déterminer théoriquement.
- Brancher la deuxième partie, en fixant une amplitude (donc une hauteur) limite partir de laquelle la led doit s'éteindre.

Conclusion

Au cours de ce montage, nous avons illustré plusieurs aspects liés aux effets capacitifs. En particulier, nous avons vu comment fabriquer un condensateur et comment mesurer de différentes manières la capacité d'un composant.

Certains effets capacitifs sont très présents au quotidien comme nous l'avons dit par exemple pour détecter des niveaux dans des réservoirs. On peut également citer les détecteurs de proximité utilisés pour les écrans tactiles ou les interrupteurs à contact et qui sont basés sur le principe de modification des charges lorsque l'utilisateur approche.

C'est également le principe de fonctionnement de la *thérémine*, le plus vieil instrument de musique électronique (1919). Cet instrument "imite" la voix humaine. Il est composé d'un boîtier électronique équipé de deux antennes, et a la particularité de produire de la musique sans être touché par l'instrumentiste. Dans sa version la plus répandue, la main droite commande la hauteur de la note, en faisant varier sa distance à l'antenne verticale. L'antenne horizontale, en forme de boucle, est utilisée pour faire varier le volume selon sa distance à la main gauche. Le son est produit à

partir d'un signal électrique engendré par un oscillateur hétérodyne à tubes électroniques. Deux signaux de fréquences élevées (l'un fixe à 170 kHz, l'autre variable entre 168 et 170 kHz) se combinent pour former un battement et fournir un signal audible, entre 20 et 20 000 Hz¹. L'effet de capacité apporté par le corps de l'instrumentiste, à proximité des antennes, affecte la fréquence produite, tout comme une personne se déplaçant dans une pièce peut altérer la qualité d'une réception de radio ou de télévision. Cette caractéristique est mise à profit dans le thérémine, et la combinaison des deux mains, l'une commandant le volume et l'autre la hauteur de la note, permet d'obtenir des effets sonores insolites.

<https://youtu.be/K6KbEnGnymk>