

# MP26 – MESURES DE LONGUEURS

17 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

## Commentaires du jury

- 2017 : Des mesures de longueurs dans une large gamme sont appréciées et là encore les candidats ne doivent pas se contenter du réglét comme outil de mesure. L'utilisation de mesures utilisant des interférences optiques conduit à des mesures intéressantes dont on pourra discuter la précision par rapport à des mesures plus directes.
- 2015, 2016 : Des mesures de longueurs dans une large gamme sont appréciées et là encore les candidats ne doivent pas se contenter du réglét comme outil de mesure. Par ailleurs, la mesure d'une longueur de cohérence n'a pas en soi sa place dans ce montage.
- 2014 : Ce montage n'est ni un montage de spectroscopie, ni un montage de focométrie ; en particulier, la mesure de longueurs d'ondes en tant que telle ne semble pas indiquée. On peut en revanche discuter des méthodes de mesure de longueurs adaptées à grande et à petite échelle. Rappelons que des objets micrométriques peuvent être mesurés avec un instrument optique adapté.
- 2013 : Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées. Lors d'utilisation de « boîtes noires », il est indispensable de connaître leur fonctionnement.
- 2012 : Le jury a pu assister à des montages variés et bien structurés, balayant les diverses échelles de longueurs, de l'infiniment petit à l'infiniment grand. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.
- 2011 : Le jury a pu assister cette année à des montages variés et bien structurés. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.

## Bibliographie

✦ <i>Physique expérimentale</i> , <b>FLTCLD</b>	→ Télémétrie et lame mince
✦ <i>Expériences de physique au CAPES</i> , <b>Duffait</b>	→ Des compléments
✦ <i>Démo 2015</i> , <b>Lecomte</b>	→ Introduction
✦ <i>Notice de la manip des électrons</i> , <b>Leybold</b>	→
✦ <i>Physique des électrons dans les solides</i> , <b>Alloul</b>	→ Partie Physique du solide

## Expériences



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Mesure à l'échelle du mètre</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>À l'échelle du micromètre</b>	<b>3</b>
2.1	L'arnaque de la mesure interférométrique qui n'en est pas une . . . . .	3
2.2	La vraie mesure interférométrique . . . . .	3
2.3	Mesure des variations d'épaisseur de la lame (tampon) . . . . .	4
<b>3</b>	<b>À l'échelle du picomètre</b>	<b>5</b>
3.1	Principe . . . . .	5
3.2	Calculs associés . . . . .	6
3.3	Mise en place expérimentale . . . . .	6

## Introduction

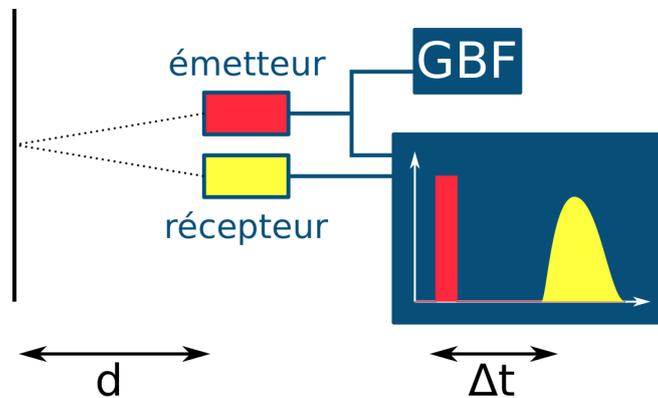
Attention à ce que ce montage ne traîne pas trop en longueur... HAHHA on s'amuse comme on peut pour occuper le confinement.

La problématique de la mesure de longueur est sans doute la plus ancienne et une des plus intuitive qui soit. Pour se repérer dans l'espace, à différentes échelles, l'homme a conçu plans et cartes. Une mesure est la détermination de la valeur numérique d'une grandeur physique, en comparaison avec un étalon, qui définit l'unité de cette mesure. Cet étalon a d'abord été choisi par rapport au corps humain (coude, pouce, pied), mais face à l'anarchie d'étalons différents, a été décidé d'harmoniser ces étalons. D'abord la longueur d'une règle en alliage de platine et d'iridium, le mètre est maintenant défini à partir de la vitesse de la lumière : c'est la distance parcouru par la lumière en  $\frac{1}{299792458}$  s<sup>1</sup>. Nous verrons au cours de ce montages différentes façons de mesurer des longueurs, autrement qu'avec notre règle ou qu'un palmer.

## 1 Mesure à l'échelle du mètre

↗ FLTCLD p515

Le principe est simple : on envoie un signal, ce signal est réfléchi, on le reçoit. On mesure le temps que le signal a mis pour faire l'aller-retour, on connaît sa vitesse, on en déduit la distance nous séparant de l'objet réfléchissant.



Un calcul extrêmement poussé nous permet, après moult heures éprouvantes et étapes de calcul passées sous silence, d'obtenir l'expression de cette distance :

$$d = \frac{c\Delta t}{2}$$



### Télémetrie acoustique

↗ FLTCLD

⊙ 5 min

Mettre un émetteur d'ultrasons ( $f = 40$  kHz) et un récepteur côte à côte et dont la tension est observée à l'oscilloscope. Avec un GBF, on envoie des bursts sinusoïdaux vers une paroi et on mesure  $\Delta t$ .

**En préparation :** obtenir  $c$  en mesurant des  $\Delta t$  pour plusieurs  $d$  connus

En live, on prend un  $d$  random et on le détermine par télémétrie. On pourra comparer avec ce qu'on a obtenu avec une règle ou un télémètre commercial. Il faut donc bien connaître les incertitudes.

### Remarques

- La façon dont on mesure  $\Delta t$  peut faire débat. En effet, le burst réfléchi est étalé à cause des piézoélectriques puisque l'émetteur peut être modélisé comme un passe-bande (et non pas à cause de la dispersion, d'Alembert marche très bien pour les ultrasons dans l'air). On peut alors mesurer  $\Delta t$  de plusieurs manières :
  - en repérant le début des pulses, ce qui peut être pas très précis pour le pulse réfléchi
  - en repérant un point pour lequel on a une fraction de l'intensité maximale (par exemple la moitié). Cependant, on risque de faire une erreur si on a par exemple un régime transitoire qui retarde la montée en intensité. Bien sûr, une fois la fraction choisie, il faut la garder pour toutes les mesures.

1. La seconde étant elle-même définie par 9 192 631 770 transitions entre deux niveaux hyperfins de l'atome de Césium 133. [https://fr.wikipedia.org/wiki/Seconde\\_%28temps%29](https://fr.wikipedia.org/wiki/Seconde_%28temps%29)

Le débat reste ouvert, mais perso je choisis de repérer les débuts.

- On n'a pas forcément la référence absolue de temps en prenant le signal du GBF en voie 1 car l'émetteur modifie également le signal. Cependant, faire une modélisation affine au lieu de linéaire résout le problème vite fait bien fait.
- Depuis le fond de la salle, Timéo remarque que l'aller-retour se fait selon un chemin incliné et donc plus grand que  $2d$ . Cependant, un rapide théorème de Pythagore permet de lui faire fermer son clapet en lui montrant que c'est négligeable au même titre que sa dignité en tant qu'être humain.
- Une autre méthode serait possible. On peut s'affranchir des précédents problèmes en envoyant une sinusoïde et en comptant le nombre de longueurs d'ondes balayées lorsque l'on parcourt  $\Delta d$ . On n'a certes, plus le problème de paquet d'onde dégroupé, mais concrètement c'est bof puisque ça nécessite d'avoir un étalon (une longueur de référence connue précisément à partir de laquelle on commence à balayer la distance). En plus en pratique faudrait être en mesure de déplacer l'objet dont on souhaite connaître la distance... C'est pas ouf notamment pour les sonars !

Notons également que cette méthode est couramment utilisée avec des lasers. On peut alors aller jusqu'à mesurer la distance Terre-Lune.

## 2 À l'échelle du micromètre

Passons maintenant à une échelle plus petite. Imaginons que l'on veuille mesurer l'épaisseur d'une lame de verre. Le bourrin moyen utiliserait un palmer mais franchement on est des gens civilisés donc nous on va faire ça au Michelson<sup>2</sup>.

### 2.1 L'arnaque de la mesure interférométrique qui n'en est pas une



#### Réglage du Michelson



Voir le pdf du lycée Bart.

Quand on introduit une lame d'indice  $n$  dans un bras du Michelson, on introduit une différence de marche

$$\delta = 2(n - 1)e$$



#### "Mesure interférométrique" d'une épaisseur de lame

↗ Duffait p88, Sextant p150

⊙ 5 min

Se placer en coin d'air, au contact optique avec une source de lumière blanche étendue. **Noter la position du contact optique sur le vernier.**

Avec une lentille de projection, conjuguer le miroir avec l'écran pour qu'on puisse y voir les franges.

Placer la lame sur le trajet d'un des deux rayons et revenir au contact optique en notant la distance  $d$  parcourue sur le vernier.

À ce moment là, Timéo est tout content parce qu'il a mesuré l'épaisseur de la lame de verre en utilisant des interférences optiques. Sauf que, mon cher Timéo, t'as utilisé quoi pour ta mesure? Le vernier non? Dans ce cas, autant balancer la lame dans le vernier et l'utiliser comme palmer, non? T'essaierais pas de m'arnaquer Timéo???

En effet, on ne dépasse pas la précision du vernier, qui est de  $5 \mu\text{m}$ .

### 2.2 La vraie mesure interférométrique

2. <https://www.f-legrand.fr/scidoc/docmml/sciphys/optique/michelson2/michelson2.html>

Quand le Michelson est réglé en lumière blanche au contact optique, on rajoute la lame de verre dans un des bras. Cela introduit une différence de marche  $\delta = 2(n(\lambda) - 1)e \simeq 2(n - 1)ne$  où  $e$  est l'épaisseur de la lame de verre que l'on cherche à mesurer.

L'intensité est donc de la forme

$$I \propto \left( 2 + \cos \left( \frac{2\pi 2(n-1)e}{\lambda} \right) \right)$$

La figure d'interférence est maintenant un blanc d'ordre supérieur et donc caractérisée par un spectre cannelé. Cela est cohérent avec le fait que la condition d'interférences constructives  $\delta = p\lambda$  sélectionne certaines longueurs d'ondes, et même chose pour la condition d'interférences destructives  $\delta = (p + \frac{1}{2})\lambda$ . Ainsi, en mesurant le nombre de cannelures, de minima d'intensité, entre un  $\lambda_1$  et un  $\lambda_2$  on pourra remonter à  $e$ .

Si  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des minima d'intensité, on a

$$\delta = \left( p_1 + \frac{1}{2} \right) \lambda_1 \quad \text{et} \quad \delta = \left( p_2 + \frac{1}{2} \right) \lambda_2$$

On ne peut pas connaître  $p_1$  et  $p_2$  directement, mais on sait que  $p_2 - p_1$  est le nombre de cannelures entre  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . On a alors :

$$p_2 - p_1 = 2e(n-1) \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

On obtient finalement :

$$e = \frac{(p_2 - p_1) \lambda_1 \lambda_2}{2(n-1) \lambda_1 - \lambda_2}$$

On obtient évidemment la même formule en prenant des maxima d'intensité.

### Mesure de l'épaisseur d'une lame par spectroscopie

☞ Duffait p88

⊗

Déplacer le chariot de l'interféromètre à mi-chemin entre le contact optique sans et avec la lame.

Enregistrer le spectre cannelé du blanc d'ordre supérieur avec la lame et sans la lame avec un spectromètre numérique.

À partir des minima des longueurs d'onde (ou des maxima) successifs des 2 spectres cannelés au voisinage d'une longueur d'onde  $\lambda_0$  et de l'indice du verre  $n(\lambda_0)$ , en déduire  $e$ .

Pour éprouver cette méthode au maximum, il faut que l'erreur relative sur la variation d'indice soit de l'ordre de celle sur la longueur d'onde. Le repérage des maxima donne  $u(\lambda) = 0.25 \text{ nm}$ ; la grandeur pertinente pour le calcul d'erreur est  $\lambda_1 - \lambda_2$ . On cherche donc à avoir  $u(\lambda)/(\lambda_1 - \lambda_2) \simeq u(n)/n$ . C'est le cas en travaillant entre 600 et 660 nm, où la variation d'indice est de 0.003.

**Incertitudes**

$$u(e) = e \sqrt{\left( \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \right)^2 \left[ \frac{1}{\lambda_1^4} + \frac{1}{\lambda_2^4} \right] u(\lambda)^2 + \left( \frac{u(n)}{n-1} \right)^2}$$

## 2.3 Mesure des variations d'épaisseur de la lame (tampon)

### Mesure des défauts de la lame de verre

☞ Sextant p.150

⊗ 5mn

- Utiliser un faisceau laser éclaté à l'objectif de microscope, et parallélisé avec une lentille.
- Obtenir une teinte plate au contact optique
- Intercaler la lame de verre dans l'un des bras
- Projeter l'image de la lame sur l'écran
- Charioter pour montrer les variations d'épaisseur

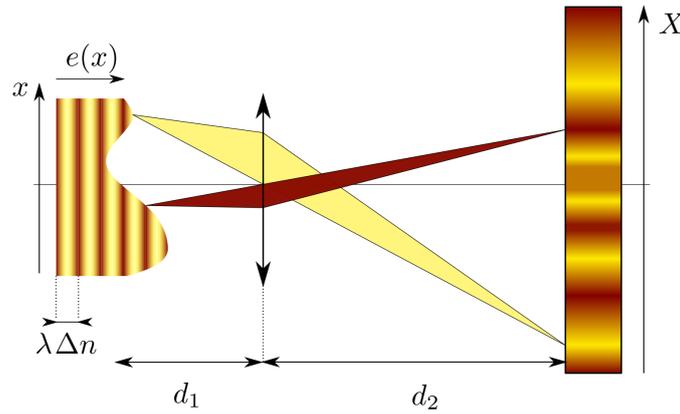


FIGURE 1 – Les interférences sont délocalisées donc en particulier, on les retrouve sur la lamelle.

**Remarques en tout genres**

- Monochromatique car sinon on voit rien
- Utiliser une source très cohérente pour délocaliser les franges
- Lamelle bien  $\perp$
- On utilise ça pour tester la planéité des miroirs dans LIGO et VIRGO, et si c'est pas plan, on rajoute des atomes.

En considérant que  $e(x)$  varie peu, on a une relation de proportionnalité entre les distances sur l'écran et celles sur la lamelle. Ainsi, les tâches sur l'écran nous donne directement accès à la topologie de la lamelle !

$$\frac{x}{d_1} = \frac{X}{d_2}$$

Remarquons cependant, qu'on ne peut pas savoir si une tâche claire correspond à une bosse ou à un creux... Pour la savoir, il faut charioter, ce qui revient sur le schéma à tradlater les interférences dans la lamelle. Suivant l'évolution de la couleur, on en déduit si c'était une bosse ou pas. Ainsi, on peut mesurer la taille typique des creux et des bosses tant qu'elle sont pas plus petites que  $\lambda/4$

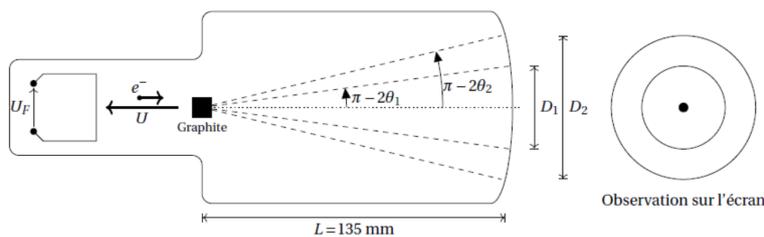
### 3 À l'échelle du picomètre

**But :** mesurer la distance entre les plans de graphène, qui est de 340pm.

Bon là, on peut faire joujou avec notre palmer et autres tant qu'on veut, mais on est franchement baisés. Même avec un microscope optique on ne peut plus rien faire !

#### 3.1 Principe

Nous allons illustrer la mesure d'une longueur picométrique par la détermination de la séparant deux plans réticulaires du graphène,  $d$  étant de l'ordre de la centaine de pm. Nous pour cela la diffraction des électrons par une poudre (méthode dite de Debye-Scherrer). La est possible grâce au caractère ondulatoire des électrons, illustrée par sa longueur d'onde de  $\lambda = h/p$  où  $p$  est l'impulsion de l'électron.



On présente ici une représentation schématique du dispositif P93.1/P93.6. La formule de de Broglie nous indique que pour avoir des électrons de longueur d'onde de l'ordre de la centaine de pm, nécessaire pour être diffracté par les plans réticulaires, il faut que les électrons aient une impulsion de l'ordre de  $7 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$ .

Pour se faire, on produit des électrons avec un filament chauffant et on les accélère entre une anode et une cathode qui produisent une tension. Cette méthode d'accélération a pour avantage de produire un faisceau d'électrons monocinétiques et par conséquent monochromatique.

### Et les rayons X ?

Ici on diffracte entre deux couches, mais en théorie les rayons X ça marche aussi, leur longueur d'onde étant de l'ordre de  $10^{-8}$  à  $10^{-12} \text{ m}$ . Cependant ce sont des rayons ionisants, et dangereux pour l'être humain. Comme on ne peut pas garantir que seul Timéo sera irradié, on préfère les rayons d'électrons! (Éthique Et Responsable)

## 3.2 Calculs associés

On note  $U$  la tension accélératrice entre l'anode et la cathode et  $e$ ,  $m$  la charge et la masse de l'électron. Leur énergie cinétique  $E_c$  peut s'écrire de deux façons que l'on égale à loisir :  $E_c = eU = \frac{p^2}{2m}$ . On obtient ainsi :

$$\lambda(U) = \frac{h}{2meU} \quad (1)$$

Pour faire de la diffraction, on veut  $\lambda \lesssim 100 \text{ pm}$ , donc  $U \gtrsim U(100 \text{ pm}) = 150 \text{ V}$ . Pour être large, on prend des tensions de l'ordre du kV, avec notamment  $\lambda(1 \text{ kV}) = 89 \text{ pm}$  qui satisfait tout à fait la condition de diffraction.

Une fois le faisceau d'électrons créé, il est focalisé (par une électrode spécifique) sur une poudre de graphène. Celui-ci diffracte donc les électrons et dans des directions bien précises par rapport au faisceau incident, directions données par la loi de **Bragg**, avec  $\theta$  l'angle de diffraction et  $d$  la distance entre deux plans :

$$\lambda = 2d \sin \theta \quad (2)$$

L'objet diffractant est une poudre donc toutes les directions  $\phi$  de rayonnement diffracté sont possibles ( $\phi$  est l'autre angle des coordonnées sphériques), on observe donc des anneaux dont la taille  $D$  est fixée par l'angle  $\theta$ .

Dans l'approximation des petits angles (**Valide ici ?**) on a  $\sin \theta = \frac{D}{L}$  et donc  $\lambda = d \frac{D}{2L}$ .

$$\frac{1}{D} = \frac{d\sqrt{2me}}{2hL} \sqrt{U} \quad (3)$$

Ainsi pour remonter précisément à  $d$ , on fait une régression linéaire de  $1/D$  en fonction de  $\sqrt{U}$ .

## 3.3 Mise en place expérimentale



### Mesure du paramètre de maille par la méthode de Debye-Scherrer



- On utilise la manip toute prête dans la collection (P96.1 et P93.6), BIEN LIRE LA DOCUMENTATION POUR LES BRANCHEMENTS QUI SONT TOUT SAUF INTUITIFS et on fait gaffe car 1 kV ça envoie du lourd.
- En l'allumant on observe deux anneaux donc deux plans réticulaires diffractent les électrons
- On peut approcher un aimant et vérifier qu'il dévie bien les anneaux : on a bien un rayonnement chargé
- Pour plusieurs  $U$  entre 1 et 5 kV (lues sur l'alimentation car nos voltmètres ne supportent pas le kV), prendre en photo les anneaux avec un papier millimétré derrière pour faire la mesure des diamètres  $D_i$  sur ImageJ. faire une mesure des deux  $D_i$  pour une tension devant le jury.
- Les valeurs tabulées pour le graphène sont  $d_1 = 213 \text{ pm}$  et  $d_2 = 123 \text{ pm}$

**Incertitudes :** On a une incertitude de mesure sur  $D$  qui est due à la méthode complètement schnaps utilisée, et une incertitude au dernier digit sur la tension.

$$u(d) = d \sqrt{\left(\frac{u(U)}{U}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

## Remarques diverses et variées

- Spectromètre : mesure du spectre, spectrophotomètre : dans UV-visible
- Pour la manip du spectro, la formule des minima est donnée au contact optique exact... Faire gaffe à prendre ça en compte dans les incertitudes
- Utiliser les petits spectros noirs qui ont la meilleure résolution
- Pour la mesure précise au Michelson commencer au contact optique
- Utiliser une lame de verre mince mais il faut l'indice avec une ÉNORME précision (petites lames de microscope dont on connaît la matière)

## Conclusion

On a vu une large gamme de mesures, mais il pourrait être intéressant de se pencher sur les mesures de très grandes distances, comme par exemples les mesures astronomiques.

En fonction du temps qu'il reste, parler des mesures de parallaxes, et des mesures par télémétrie optique.