MP29 – Ondes : propagation et conditions aux limites

20 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

Commentaires du jury

- 2015, 2016, 2017 : Ce montage est riche, car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences. . . Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial. Enfin, la détermination de la fréquence de résonance de la corde de Melde à l'aide d'un stroboscope n'a pas de sens quand la corde est utilisée avec un générateur basse fréquence muni d'un fréquencemètre avec cinq digits.
- 2014 : Ce montage est riche car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences ... Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.
- 2010 à 2013 : L'existence de conditions aux limites permet aussi l'apparition de phénomènes de réflexion, réfraction, diffraction, interférence, propagation guidée ... La notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.

Bibliographie

✍ *Physique expérimentale*, **FLTCLD** ⟶ Ondes ultrasons

✍ *Ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs*, **Garing** ⟶ Lois de Snell-Descartes

✍ *Ondes mécaniques et diffusion*, **Garing** ⟶ Corde de Melde

✍ *Ondes*, **Brébec, Hprépa** ⟶ Le câble coaxial et exemples d'ondes

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

Les ondes sont omniprésentes dans la nature, on peut penser aux ondes à la surface de l'eau, aux ondes acoustiques ou électromagnétiques.

Le but de ce montage sera de s'intéresser à la propagation libre d'ondes, puis de voir l'influence des conditions aux limites sur leur propagation pour enfin finir par parler de propagation guidée.

1 Propagation libre

1.1 Ultra-sons dans l'air

✍ FLTCLD p515

On commence ce montage par l'étude d'ondes ultrasonores se propageant dans l'air. On va faire les hypothèses suivantes :

- Air homogène, isotrope, au repos
- Hypothèse acoustique
- Hypothèse adiabatique
- Onde sphérique

Avec toutes ces hypothèses, on aboutit à une équation d'Alembert pour les variations de pression dans l'air :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{1}$$

avec $c = \frac{1}{\sqrt{\chi_s \rho}}$ où ρ est la masse volumique du milieu de propagation et χ_s est sa compressibilité isentropique. On peut alors déduire une relation de dispersion de la forme $\omega = ck$ *i.e.* $\lambda = cT$ ou encore $d = vt$. C'est ainsi très utile en télémétrie acoustique. On remarque d'ailleurs que c'est une relation non dispersive : la vitesse de propagation ne dépend pas de la fréquence (mais elle dépend du milieu de propagation).

Expression de c

En considérant l'air comme un gaz parfait, on a aussi $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$.

☕

Propagation libre d'ultrasons dans l'air : méthode 1

✍ FLTCLD ⏲ 5 min

Mettre un émetteur d'ultrasons ($f = 40$ kHz) et un récepteur côte à côte et dont la tension est observée à l'oscilloscope. Avec un GBF, on envoie des bursts sinusoïdaux vers une paroi et on mesure Δt.

Répéter l'opération pour plusieurs distances $D = 2d$ **(l'onde fait un aller-retour)** entre l'émetteur et le récepteur. Tracer $2d = f(\Delta T)$ pour obtenir c.

Remarques

- La façon dont on mesure Δt peut faire débat. En effet, le burst réfléchi est étalé à cause des piézoélectriques puisque l'émetteur peut être modélisé comme un passe-bande (et non pas à cause de la dispersion, d'Alembert marche très bien pour les ultrasons dans l'air). On peut alors mesurer Δt de plusieurs manières :
  - en repérant le début des pulses, ce qui peut être pas très précis pour le pulse réfléchit
  - en repérant un point pour lequel on a une fraction de l'intensité maximale (par exemple la moitié). Cependant, on risque de faire une erreur si on a par exemple un régime transitoire qui retarde la montée en intensité. Bien sûr, une fois la fraction choisie, il faut la garder pour toutes les mesures.

  Le débat reste ouvert, mais perso je choisis de repérer les débuts.
- On n'a pas forcément la référence absolue de temps en prenant le signal du GBF en voie 1 car l'émetteur modifie également le signal. Cependant, faire une modélisation affine au lieu de linéaire résout le problème vite fait bien fait.

- l'aller-retour se fait selon un chemin incliné et est donc plus grand que $2d$. Cependant, un rapide théorème de Pythagore permet de montrer que c'est négligeable.

Une autre méthode serait possible. On peut s'affranchir des précédents problèmes en envoyant une sinusoïde et en comptant le nombre de longueurs d'ondes balayées lorsque l'on parcourt Δd. **On n'aura vraisemblablement pas le temps de faire les deux méthodes donc il est bien de choisir quelle méthode faire le jour du montage.**

Propagation libre d'ultrasons dans l'air : méthode 2

✍ Quaranta tome 4 p397 et p461 ⏲ 5 min

Matériel :

- Émetteur à ultrasons
- Récepteur à ultrasons
- Oscilloscope
- GBF
- Divers : métre ruban, règle en bois et plaques en bois pour faciliter la translation du récepteur, blocs de mousse

La mesure sera indirecte : on impose la fréquence de 40 kHz à l'émetteur (grâce au GBF). La tension n'a pas d'importance, du moment qu'elle est suffisante pour bien voir les oscillations à l'oscilloscope.

Placer le récepteur à une distance de quelques dizaines de centimètres de l'émetteur. Ensuite, Tracer la tension d'émission et de réception sur les voies Y1 et Y2 de l'oscilloscope en mode XY.

Reculer alors le récepteur de sorte à ce que la courbe décrite dans le plan (XY) soit une droite (par exemple la première bissectrice). À cet endroit, les ondes émises et reçues sont en phase (méthode de Lissajous). Noter les positions de l'émetteur x_0 et du récepteur x_i grâce au mètre ruban. Enfin, reculer le récepteur et compter le nombre entier N de retour à une phase nulle (par exemple la première bissectrice) et la position finale x_f du récepteur. N correspond alors au nombre de longueurs d'onde parcourues. On a :

$$\frac{c}{f} = \lambda = \frac{|x_i - x_f|}{N}$$

Comme on ne peut quasiment pas faire varier la fréquence, il est possible de réaliser plusieurs mesures de c à des fréquences proches de 40 kHz puis d'en faire la moyenne statistique.

Remarque

-
- Il faut se placer à une distance grande devant la taille typique de l'émetteur pour que l'approximation d'ondes sphériques est valide.
- Il vaut mieux placer des blocs de mousse entre l'émetteur et le récepteur pour éviter que les ondes réfléchies sur la table ne provoquent des interférences
- On n'a certes plus le problème du paquet d'onde étalé, mais cette méthode nécessite d'avoir un étalon (une longueur de référence connue précisément à partir de laquelle on commence à balayer les distance). C'est donc peu utile en télémétrie puisque ça signifie qu'en pratique il faudrait être en mesure de déplacer l'objet dont on souhaite connaître la distance...

1.2 Ondes gravito-capillaires

✍ FLTCLD p503

Les ondes à la surface de l'eau vérifient la relation de dispersion

$$\omega^2 = gk(1 + l_c^2 k^2)\tanh(hk) \tag{2}$$

avec $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ la longueur capillaire et h la hauteur d'eau. Dans le cadre des eaux profondes ($h \gg \lambda$), $\tanh(hk) \simeq 1$ et on a donc

$$\omega^2 = gk(1 + l_c^2 k^2) \tag{3}$$

☕

Relation de dispersion des ondes gravito-capillaires

✍ FLTCLD p503 ⏲ 10 min

Observer des ondes gravito-capillaires à l'aide d'une cuve à ondes. Un excitateur crée des ondes à la surface de l'eau à une fréquences imposée.

Régler un stroboscope pour "figer" l'image des ondes sur le côté de la cuve à ondes. Mesurer alors λ. On pourra projeter l'image des ondes avec un lentille ou bien la filmer avec un appareil photo.

Tracer $\frac{\omega_2}{k} = f(k^2)$ et comparer les valeurs de g et de la tension de surface γ obtenues aux valeurs tabulées.

2 Conditions aux limites

Nous venons de voir la propagation libre, dans un milieu uniforme, mais que se passe-t-il lorsque l'on rencontre une interface ? On fixe une condition aux limites.

2.1 En mécanique : ondes stationnaires de la corde de Melde

Ici la condition aux limites fixée est celle d'un noeud de vibration de chaque côté de la corde. La corde est usuellement susceptible de propager des ondes transverses de périodes variées, mais celles-ci se refletent sur les surfaces telles que les mur.

☕

Réflexion dans une corde

✍ ⏲

Deux choix :

- **Réflexion sur le montage de la corde de Melde**, on fait un pulse toutes les secondes, et on regarde comment ça se reflète.
- **Réflexion sur une grosse corde/un ressort**, on attache une corde d'un côté de la salle, et on fait à la main pour observer la réflexion.

Que se passe-t-il avec une onde harmonique ? Elle se superpose avec son reflet, ce qui fait qu'on sélectionne des modes.

☕

Mise en marche de la corde de Melde

✍ ⏲

On allume le dispositif pour montrer en parlant.

On voit bien que là on ne voit plus une onde propagative, mais des fuseaux pour certaines longueurs d'onde, du fait de l'effet fabry-perot. Une condition aux limites réflexion, ça impose une onde stationnaire.

Si on considère (première approximation) que les deux côtés sont des noeuds, la quantification des fréquences donne une onde sinusoïdale de pulsation.

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L}$$

remarque : le forçage d'un côté entraîne l'apparition d'une petite variation, qui décale un peu les noeuds, mais en pratique c'est négligeable. On a alors divergence de l'amplitude aux résonances, mais ça c'est de la théorie.

☕

Corde de Melde

✍ ⏲

- Choisir une corde P99 (la plus homogène possible) mesurer la longueur et sa masse

- Installer la avec potence, poulie et masse
- En préparation, mesurer la fréquence de résonance pour plusieurs modes en s'en gardant un facile pour devant le jury
- Faire une mesure devant le jury en détaillant le protocole (même si il est assez léger)
- Tracer f(n) et modéliser par une fonction affine et vérifier la modélisation linéaire.
- On peut en profiter pour remonter à la vitesse de propagation de l'onde qui a donné naissance à l'onde stationnaire, c'est un peu hors sujet.

Normalement $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. On peut vérifier ça.

2.2 Application de la corde de Melde : les harmoniques de guitare/des tuyaux

Quand on joue de la guitare, on déforme la corde avec une forme initiale qui n'est pas sur ses harmoniques. On excite alors tous les modes, et ils se mettent à résonner, ce qui donne sa "couleur" au son de la guitare. On a d'ailleurs pas la même couleur si l'on joue au milieu ou à l'extrémité d'une corde. En appuyant sur la corde, on y impose un noeud. On va donc exciter tous les modes présentant un noeud à cet endroit.

En imposant une condition limite dans la corde on peut exciter des harmoniques précises.

Harmoniques de guitare

✍ https://youtu.be/CwejeOHD_Ak

Prendre une guitare, ukulélé ou une ficelle tendue sur une boite quelconque, et faire des harmoniques. Mettre en évidence l'existence de ces multiples.

do-do-sol-do-mi-sol-∼sib-do.

Les cuivres et bois marchent pareil, sauf qu'un cuivre combine l'existence d'harmoniques au changement de longueur pour jouer.

2.3 En optique : Snell-Descartes (tampon)

✍ Garing ondes EM p.226

La lumière est comme une onde électromagnétique. Le changement de milieu implique la continuité de la composante tangentielle de $\overrightarrow{E}$ et de la composante normale de $\overrightarrow{B}$. On peut alors remonter aux lois de Descartes.

Lois de Snell-Descartes

✍ Garing p226

On utilise un laser, le demi-disque de plexi + graduation en angle (P4.4). On veut vérifier : $i_1 = i_1'$ en réflexion et $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ en réfraction.

Réaliser l'expérience pour plusieurs angles d'incidence (sur la face plane) et on mesure l'angle de sortie. On trace $1 \times \sin i_1$ en fonction de $\sin i_2$. On obtient bien une droite, et on peut en déduire l'indice du bloc de plexi (qui n'est pas très bien tabulé.

Remarques

- Avoir une référence précise pour l'indice du plexiglas est compliqué car cela dépend de sa composition exacte et de sa vieillesse.
- On peut aussi faire arriver le laser sur la face ronde du plexi, ce qui est plus facile à faire que de taper bien au milieu de l'autre face.

2.4 En électricité : impédance du câble coaxial (tampon)

✍ Quaranta 4 et Hprépa à faire rapidement, ce qui est interressant c'est de discuter

En électricité, on a une bonne vision de ce qu'est une impédance, c'est le rapport $Z = \frac{u}{i}$. On va illustrer l'effet de l'impédance terminale sur un câble coaxial. Pour avoir une expression simple de Z, on suppose le modèle sans perte.

On modélise un câble coaxial comme une circuit LC d'inductance linéique Λ et de caapicté linéique Γ. L'impédance du câble veut alors

$$Z_{\text{câble}} = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$$

Le coefficient de réflexion à la sortie du câble est alors :

$$R = \frac{Z - Z_{\text{câble}}}{Z + Z_{\text{câble}}} \tag{4}$$

☕

Mesure de l'impédance d'un câble coaxial

✍ ⏲

On relie une entrée du câble à un GBF et un oscilloscope. On envoie un burst sinusoïdal (1 cycle, $f = 5$ MHz car le coax est un passe-haut, amplitude 5 V, 1 ms entre chaque burst). On voit le signal réfléchi sur l'oscilloscope donc on en déduit la vitesse c du signal (on attend $2 \times 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$).

Ensuite, on placer une boîte à décade de résistance en sortie du câble et on cherche la résistance qui annule le signal retour sur l'oscilloscope (adaptation d'impédance). On trouve l'impédance Z du câble. On attend 50 Ω.

On a ici imposé des conditions d'interface en laissant globalement un degrés de liberté à l'onde. On peut décider de faire un confinement sur deux dimensions d'une propagation à 3.

3 Propagation guidée

On se place dans le cadre d'un milieu non dispersif pour les ondes considérées, ici l'air et les ondes centimétriques. La relation de dispersion est donc $c = \lambda f$.

3.1 La relation de dispersion du banc hyperfréquences

Description du banc hyperfréquence :

- Émetteur : diode Gunn alimentée par une tension de 10V. (cf. Notice)
- Isolateur : Il protège l'oscillateur à diode Gunn afin que l'onde réflechie ne revienne pas et ne détériore pas la diode.
- Atténuateur : Il permet de choisir la quantité d'énergie que l'on souhaite. Elle est réglable à l'aide d'un vernier.
- Ondemètre : il permet de récupérer la fréquence de résonance (à l'aide d'une courbe d'étalonnage fournie).
- Ligne de mesure : La ligne de mesure est une section de guide ayant une fente longitudinale. Une antenne parallèle au champ électrique y est insérée et permet de prélever la tension le long de la ligne grâce à un chariot. Ainsi on peut retrouver les nœuds de l'onde stationnaire et ainsi la longueur d'onde.
- Impédance terminale : une plaque métallique, rien ou un cornet.

Théorie : Les seuls modes qui se propagent dans la cavité sont les transverses électriques m, n, avec m et n des entiers, et a et b les dimensions du guide d'onde.

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2} \tag{5}$$

Les fréquences de coupures (passe haut) sont alors $f_{m,n} = \frac{c}{2}\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}$.

☕

Banc hyperfréquences : vérification de la relation de dispersion

✍ Hprepa, Quaranta V

Pour cette expérience, mettre une plaque de métal en sortie du banc, ça fait réflexion totale (hypothèse vérifiée plus tard).

Vérifier la relation de dispersion à l'aide de l'ondemêtre et de la courbe d'étalonnage fournie. tracer fréquence(longueur d'onde) et bam.

3.2 Influence des conditions aux limites

On enlève la pièce métallique, et on veut propager dans l'espace autour du banc. On peut pour étudier cela mesurer le taux d'ondes stationnaires, le TOS. Il est défini à partir de l'énergie totale (onde incidente+ réfléchie) suivant que l'onde réfléchie est en phase ou en opposition de phase avec l'incidente.

$$TOS = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{1+|r|}{1-|r|} \tag{6}$$

Mesure du TOS

✍ 10mn

On cherche ici à caractériser plusieurs conditions limites différentes. On essaye de ne rien mettre, de mettre une pièce de métal et de mettre un cornet.

Pour caractériser chaque condition limite on cherche à déterminer le coefficient de réflexion de chacune d'elles, que l'on trouve en mesurant le TOS. Pour mesurer le TOS, on se place sur un minimum d'intensité de l'onde sur la ligne de mesure, on note l'atténuation (de l'atténuateur) initiale A_1 et l'amplitude de l'onde (mesurée à l'antenne).

On se place ensuite à un maximum de l'onde et on atténue l'amplitude de l'onde à l'aide de l'atténuateur de telle sorte que l'amplitude du maximum vaille désormais celle mesurée pour le minimum (pour mesurer plus précisément les faibles amplitudes du signal on peut utiliser un voltmètre plutôt que l'oscilloscope.) On note ensuite la valeur de l'atténuation A_2.

$$TOS = 10^{\frac{A_2-A_1}{20}}$$

TOS(metal)>TOS(libre)>TOS(cornet) ; on discute des impédences.

3.3 Acoustique des tubes

Les tubes ont eux une accoustique riche, puisqu'ils sont habités par des harmoniques de fonctions de Bessel. Cependant on a un lien entre longueur et note émise, avec L la longueur et d le diamètre du tube. Cette équation compense le fait que le point exact auquel une onde sonore se reflète à une extrémité ouverte n'est pas parfaitement à la section d'extrémité du tube, mais une petite distance en dehors du tube.

$$f_n = \frac{nv}{2(L+0.8d)} \simeq \frac{nv}{2L} \qquad \text{Pour un tube ouvert}$$

$$f_n = \frac{(2n-1)v}{4(L+0.4d)} \simeq \frac{nv}{2L} \qquad \text{Pour un tube fermé}$$

Tube résonnant

✍

Frapper le tube avec une tong, cela émet un son. Retrouver sa fréquence et faire une régression pour montrer que l'on a bien ce que l'on voulait. Il peut être intéressant de faire la dépendance en d.

On peut également faire la petite expérience de boucher le tube d'on côté, et observer qu'on rend la note une octave plus basse, signe de la division de fréquence par 2.

Conclusion

L'impédence de sortie ça compte, et les effets de conditions au limites sont nombreux. Il est important de les maitriser et de les reconnaitre.