

MP31 – RÉSONANCE

3 avril 2020

Aurélien Goerlinger & Yohann Faure

Bibliographie

- ♣ *Ondes mécaniques et diffusion p11* **Garing** Corde le Melde
- ♣ *Dictionnaire de physique expérimentale tome I, p258* Modes résonants de la corde de Melde
Quaranta
- ♣ *Optique physique* **Taillet** Fonctionnement du Fabry Pérot
- ♣ *Les lasers* **Dangoisse** Fonctionnement des lasers (no joke)
- ♣ *Expériences d'optique à l'agreg de physique, p97* **Duffait** Modes du laser via Fabry-Pérot
- ♣ *Fascicule d'optique p38* Modes du laser via Fabry-Pérot
- ♣ *Mécanique p120* **Landau** Résonance paramétrique

Prérequis

➤

Expériences

- ♣ Circuit RLC
- ♣ Corde de Melde
- ♣ Oscillateur paramétrique
- ♣ Diapason

Table des matières

1	Mesure de facteur de qualité	3
1.1	RLC	3
1.2	Facteur de qualité du diapason	5
2	Corde de Melde	5
3	Etude des modes d'un Laser He-Ne à l'aide d'un Fabry-Pérot (FP)	6
4	Résonance d'un oscillateur paramétrique	8
5	Un meilleur oscillateur paramétrique	9
5.1	La théorie en bref	9
5.2	L'expérimental	10
5.2.1	À u_e fixé	10
5.2.2	Régime résonnant	10
6	Oscillateur à quartz, Q très élevé	11

Les expériences possibles

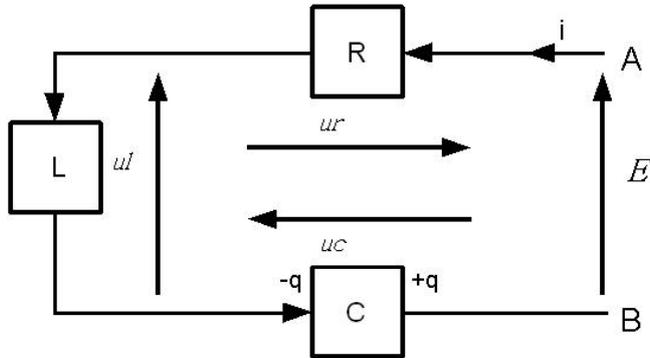
- RLC
Tracer un Bode (méthode indicielle, méthode bruit blanc, méthode manuelle), trouver f_0 en phase et en amplitude, trouver Q , relier Q à l'évolution temporelle, relier Q à la largeur de la résonance, relier Q à la hauteur de la résonance. Attention à bien connaître le lien entre largeur de bande (f_0/Q) et durée du régime transitoire (Q/ω_0).
- Oscillateurs couplés
 n oscillateurs = n résonances
- Corde de Melde
Trouver les résonances, lien à l'oscillateur couplé : une infinité de résonances, facteur de qualité, rapport à la largeur spectrale. Discuter des écarts à la théorie : corde épaisse, effets non linéaires d'amplitude, en parler !
- Laser et cavité Fabry Perrot
Attention la polarisation, choisir le laser comme il faut.
- Diapason
Caractérisation de la résonance, équations ? Caractériser la boîte, qui est un amplificateur. Temps des oscillations = Q/ω_0 , donc remonter à Q .
- Oscillateur paramétrique
C'est quoi cette chose ? résonance paramétrique du RLC, cf BUP. Balançoire.
- Le tube de Kunt
Bof.
- Oscillateur à quartz
Calculer l'énergie qu'il demande, pk on prend un oscillateur de grande fréquence ? Parce qu'on veut économiser l'énergie.

Introduction

La résonance est un phénomène omniprésent en physique, on peut parfois vouloir l'éviter, et parfois s'en servir. Nous allons dans ce montage observer différents cas de résonances.

1 Mesure de facteur de qualité

1.1 RLC



https://en.wikipedia.org/wiki/RLC_circuit

Un circuit RLC est un système linéaire d'ordre 2, régi par l'équation

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + R_t C \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

On va se mettre aux bornes de R (passe bande). On le regarde en régime imposé sinusoïdal, ce qui fait qu'on peut regarder en impédances complexes :

$$\frac{S}{E} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

Les grandeurs d'intérêt sont :

- $\alpha = \frac{R}{2L}$
- $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- $\xi = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{C} \sqrt{\frac{C}{L}} = 1/2Q$
- $Q = \frac{\omega_0}{\Delta_{5\%}\omega} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
- $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

On peut mesurer R à l'ohm-mètre et L et C au RLC mètre (dont la fréquence de travail est réglée sur 1 kHz, *i.e.* grosso modo la fréquence de résonance du montage).

Ici on se place à $Q > 1/2$, donc on a en réponse indicielle $I(t) = I_0 \exp(-\alpha t) \sin(\omega_d t) = I(t) = I_0 \exp(-\frac{\omega_0}{2Q} t) \sin(\omega_d t)$.

Ainsi Q correspond au nombre de pseudo périodes entre deux atténuations à 5% car $\ln(20) \cdot 2 = 2\pi$.

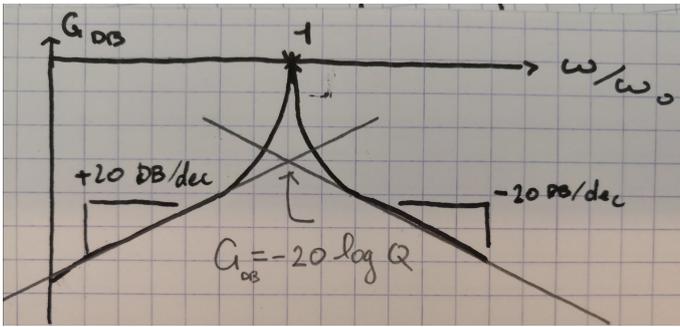
Q correspond aussi à la largeur de la résonance.

Les asymptotes du bode sont en $\frac{j\omega}{Q\omega_0}$ et $\frac{j\omega_0}{Q\omega}$. de plus

$$G_{DB} = 20 \log G$$

Donc les asymptotes sont, en DB, à

$$-20 \log Q \pm 20DB/decade$$



ÉVALUATION des grandeurs caractéristiques de la résonance en RÉPONSE CRÉNEAU

👉 ma tête



Faire un RLC quelconque, avec Q élevé (10-20), suivi en sortie par un AO en suiveur (entrée sur +, le - est relié à la sortie) (ça évite les fuites de courant, **ATTENTION À NE PAS SATURER, TOUT VÉRIFIER AVANT LA MANIP LIVE**) aux bornes de R (passe bande).

Expliquer le bousin

Faire en direct le schéma de l'ampli.

Bode en direct pour montrer que tu sais de quoi tu parles.

Montrer les oscillations à la réponse créneau et en déduire une évaluation de :

- Q (nb d'oscillations avant $U=U_0*5\%$)
- ω_0 , période des oscillations

On n'espère pas mieux que des incertitudes de 5% (estimation), ce qui est grossier.

Comparer aux valeurs théoriques.

Mesure des grandeurs en RSF

👉 ma tête



Passer en régime forcé sinusoïdal

Se placer autour de la résonance et trouver la résonance de fréquence à l'aide du GBF. Deux méthodes :

- Phase (ellipse des phases, méthode de lissajous), phase nulle entre entrée et sortie (droite en mode XY) => résonance
- Amplitude => maximum

Trouver ensuite le facteur de qualité :

- $G_{dB}(\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega) = -3dB$, et on a $\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = Q$. En mesurant le delta, on obtient Q.

Évaluer l'incertitude : $\delta Q = Q \sqrt{\left(\frac{\delta\omega_0}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{2\delta\omega_{-3dB}}{\omega_{-3dB}}\right)^2} \simeq \frac{Q}{\omega_0} \sqrt{\delta\omega_0^2 + 4\delta\omega_{-3dB}^2}$

Comparer aux valeurs théoriques.

Tracer le diagramme de Bode

👉 ma tête



Tracer le diagramme de bode en phase et en amplitude. Le faire en Préparation ?

Les asymptotes se croisent à $-20\log Q$ (si le gain est de 1). Il faudra peut-être amplifier.

Faire une régression linéaire (regressi ftw) sur les asymptotes.

On peut aussi faire un sweep.

1.2 Facteur de qualité du diapason

Facteur de qualité du Diapason

☞ Quaranta méca p273



On mesure la réponse temporelle du système à une impulsion (taper assez fort avec le marteau) et utiliser les petits micros à mettre dans la caisse de résonance (plutôt que le gros micro). On utilise un déclenchement sur le PC avec latispro.

On obtient l'enveloppe si possible (détecteur de crête, faire un fit sur latispro, méthode de l'incrément logarithmique sur plusieurs paires de maxima) On en déduit la temps caractéristique $\tau = 1/\alpha$ et donc on trouve $Q = \omega_0/2\alpha$

Remonter à la bande passante à partir de Q .

La caisse de résonance c'est de l'adaptation d'impédance (améliore transmission du son dans l'air) et de l'interférométrie (interférences constructives), donc double résonance. On veut $L = \lambda/4 = c/4f$

Remarque : calculer la finesse de la résonance et la comparer à l'écart entre deux notes.

Décrément logarithmique

Si $x(t) = x_m \cos(\omega t + \Phi)f(t)$, alors le décrément logarithmique vaut $D = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} = \ln \frac{f(t)}{f(t+T)}$ avec T la période du cosinus.

Dans le cas où $f(t) = \exp(-t/\tau)$, alors $D = T/\tau$. Or $Q = \omega_0\tau/2$ donc on retrouve Q avec D .

En réalité un diapason a deux oscillateurs couplés, on peut mettre en évidence l'existence d'un deuxième mode sur le grand diapason géant (mode symétrique, antisymétrique, etc..) De manière générale, n oscillateurs couplés donnent n modes.

Si n est infini (limite continue), on a une infinité de modes, comme pour la corde de Melde.

2 Corde de Melde

• **Principe :** *Garing p11* On a une corde de longueur L attachée à une poulie et une masse en $x = 0$ et à un pot vibrant de l'autre côté en $x = L$ On a donc les CL $y(x = 0, t) = 0$ et $y(x = L, t) = F_0 \sin(\omega_f t)$. On a une équation différentielle de la forme

$$\ddot{y} - \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

avec T la tension du fil égale au poids de la masse Mg et μ la masse linéique de la corde. pour cela, il faut supposer les déplacements petits et que selon y , la corde homogène et sans élasticité.

Si le forçage est de faible amplitude, on a quantification des modes de vibration avec $f_n = n \frac{c}{2L}$. tant que le forçage est sinusoïdale, on a réflexion totale en $x = 0$ et donc on observe une onde stationnaire (superposition de 2 OPP de sens de propagation opposée et de même amplitude) indépendamment de la fréquence d'excitation.

On peut cependant exciter la corde dans ses modes propres pour avoir **résonance en amplitude** de l'onde stationnaire. L'amplitude est limitée par des effets non linéaires (car l'amplitude devient grande) et d'autres paramètres comme la raideur/élasticité de la corde, les frottements, la dissipation de l'onde.

• Expériences :

Pour mesurer μ , on prend 20 m de ficelle! (1 m de ficelle ne pèse pas lourd...)

Modes résonants de la corde de Melde

☞ Quaranta tome 1 p258



Mettre en route le vibreur à une faible fréquence (10 Hz). Des ondes stationnaires sont observables. Augmenter la fréquence jusqu'à obtenir au milieu de la corde un ventre de grande amplitude : il s'agit du mode $n = 1$. Noter la fréquence du vibreur, on prend celle donnée par le GBF, ou on prend un fréquencemètre (a priori l'affichage du GBF se fait avec un fréquencemètre à 5 chiffres, on ne sort pas le stroboscope qui a une précision bien moins

grande cf rapport de Jury). A noter qu'il faut toujours faire l'expérience dans le même sens à cause d'un phénomène d'hystérésis (inconnu de ma part).

Répéter (en préparation) l'opération jusqu'aux modes 6 ou 7.

Tracer alors f_n en fonction de $\frac{n}{2L}$ pour trouver c , et comparer à la valeur théorique $c_{theorique} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ où $T = Mg$, en prenant soin d'évaluer les incertitudes sur L , M , g et μ .

Facteur de Qualité

Refaire l'expérience précédente et retrouver le mode $n = 1$. Mesurer l'amplitude y_0 puis faire varier la fréquence d'excitation pour avoir une amplitude $\frac{y_0}{\sqrt{2}}$. On obtient deux valeurs autour de la fréquence propre f_1 , on a donc la bande passante Δf .

On calcule alors le facteur de qualité $Q = \frac{f_1}{\Delta f}$. On peut aussi le faire pour les autres modes en préparation si il y a le temps. On attend $Q \simeq 50$.

• Vérification des hypothèses et discussion du modèle :

- Deux points qui peuvent expliquer un écart entre la valeur expérimentale trouvée et la théorie : la corde choisie n'est pas forcément très homogène donc la valeur de μ n'est pas forcément bien déterminée ; la théorie suppose que la corde a une longueur L entre un point qui oscille verticalement et un point fixe. La position du point fixe n'est pas forcément bien déterminé avec une poulie, une barre d'erreur plus grande est peut-être nécessaire. Le calcul suppose que l'amplitude des oscillations est faible, il est donc peut-être nécessaire de baisser l'amplitude ou de vérifier que les conditions sont respectées.
- On peut vérifier l'angle pour le mode 1 et calculer sa tangente pour vérifier l'hypothèse des petits angles
- à L fixée, on a une limite sur le nombre de modes car le vibreur impose un f_{max} . Or $f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ donc on peut augmenter le nombre de mode que l'on peut obtenir en diminuant la tension T (attention il faut que la corde reste tendue sinon on peut avoir des torsions et l'équation n'est plus valable).
- faire les mesures en faisant varier f dans le même sens (en augmentant ou en diminuant) car hystérésis dû au fait que la corde est faite de fibres torsadées qui se frottent les unes aux autres et qui dissipent donc de l'énergie.

3 Etude des modes d'un Laser He-Ne à l'aide d'un Fabry-Pérot (FP)

↗ *Duffait p97, fascicule d'optique p37*

↗ *Sextant*, qui donne bien la méthode pour étalonner un FP

• Analyse théorique

Un laser émet un spectre de plusieurs raies discrètes, ce qui est visible avec une cavité d'analyse FP. Ces raies sont très rapprochées (donc longueur de cohérence grande) donc le détail du spectre n'est pas observable via Michelson qui ne permet pas d'atteindre des différences de marche suffisantes.

En effet, on définit la *finesse* d'un instrument car $\frac{\Delta f}{\delta f}$ où Δf est la distance entre 2 pics et δf est la largeur à mi-hauteur des pics. Pour le Michelson, elle vaut 2

⇒ On utilise un FP qui permet d'avoir une bien meilleur précision sur le spectre de la source grâce aux interférences multiples (cf *Taillet p108 et Houard p235* pour fonctionnement du FP et *Dangoisse* pour fonctionnement du laser). En effet, le FP a une finesse de l'ordre de 100.

Pourquoi les pics ont une largeur donnée ?

Déjà, les particules de gaz de la cavité sont en mouvement donc effet Doppler qui provoque un shift de fréquence et élargit le pic selon une Gaussienne.

En plus, les particules de gaz interagissent entre elles (provoque souvent des levées de dégénérescence) et ça élargit le pic selon un Lorentzienne.

La convolution d'une Gaussienne et d'une Lorentzienne donne un **profil de Voigt**. La largeur de ce profil c'est la largeur du pic.

On utilise un FP à miroirs sphériques confocal (foyer des deux miroirs confondus), appelé cavité de Melles Griot (P17.11), séparés d'une distance d . L'expérience est dans le *Duffait, p97*.

On envoie sur le FP un laser. Un rayon lumineux quelconque se superpose à lui même après 2 réflexions sur chaque miroir, parcourant une distance $4d$. La **résonance de cavité** se fait quand

$$4d = k\lambda \quad \text{où} \quad k \in \mathbb{N}$$

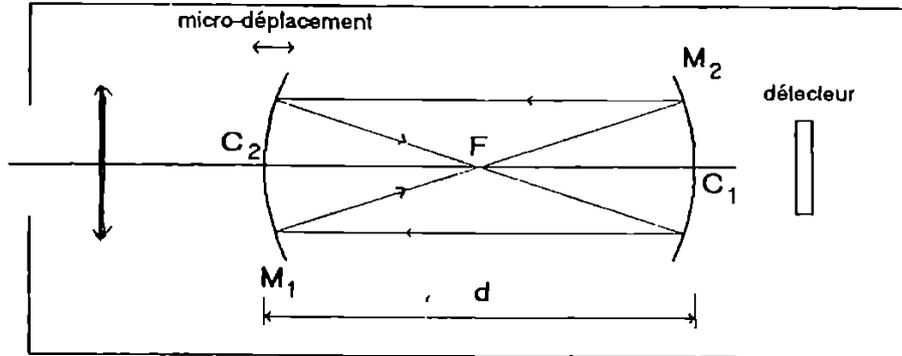


FIGURE 1 – Cavité de Melles-Griot. Un rayon se superpose au bout de 2 réflexions sur chaque miroir, parcourant une distance $4d$. Figure tirée du Duffait.

On fait faiblement varier d en appliquant une tension à un piézo électrique :

$$d = d_0 + \delta d, \quad \delta d \ll d_0$$

La condition de résonance n'est plus vérifiée pour la même λ ou le même k . un photodétecteur en sortie du FP reçoit un signal pour les différentes λ à k donné ou les différents k à λ donnée qui satisfont la condition de résonance.

Supposons qu'on vérifie la condition de résonance pour d_1 et λ_1 : on a $4(d_0 + \delta d_1) = k\lambda_1$. Pour l'ordre d'interférence $k + 1$ suivant, il faut bouger de $\delta d = \frac{\lambda_1}{4}$. Cependant, quand on revient à l'ordre k , on a résonance pour λ_2 si $4(d_0 + \delta d_2) = k\lambda_2$, on a donc

$$\delta d_1 - \delta d_2 = \frac{k}{4}(\lambda_1 - \lambda_2)$$

En travaillant en fréquence, on a donc

$$\delta d = \frac{c}{4\nu_1} \quad \text{et} \quad \delta d_1 - \delta d_2 = \frac{kc}{4} \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right)$$

On mesure ces 2 quantités. On ne connaît k mais on peut le supposer grand : $k \simeq \frac{4d}{\lambda_1}$. De plus, les fréquences ν_1 et ν_2 sont proches donc en introduisant $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$, on a

$$\delta d = \frac{c}{4\nu} \quad \text{et} \quad \delta d_1 - \delta d_2 = \frac{kc}{4\nu}(\nu_2 - \nu_1)$$

d'où

$$\frac{\delta d_1 - \delta d_2}{\delta d} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{FSR} \quad \text{avec} \quad FSR = \frac{c}{4d}$$

Le *FSR* est le *Free Spectral Range* (ou étendue spectrale libre) et elle est une caractéristique de la cavité (on l'obtient donc dans la notice du FP). Elle caractérise la capacité de la cavité à séparer des fréquences dans la lumière que le FP reçoit. Si elle est grande (donc d petite), peu de λ vont résonner et on peut les séparer. Si elle est petite (donc d grand), beaucoup de λ vont résonner en même temps à des ordres différents et vont se retrouver dans un même ordre d'interférence sur l'oscilloscope alors que ce n'est pas le cas. Le *FSR* est donc en gros "la taille en fréquence d'un ordre d'interférence".

On peut ainsi obtenir l'écart de fréquence entre 2 raies avec un règle de trois en mesurant sur l'oscilloscope la distance entre ces 2 modes et la distance δd entre les 2 pics analogues correspondant au même mode (même λ) mais à deux ordres différentes. Les écarts de distance sont proportionnels où temps car on applique une rampe de tension sur le piézo-électrique.

- Aspect expérimental

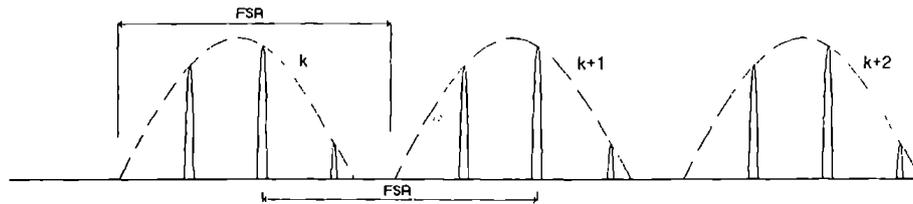


FIGURE 2 – Ce qu'on doit voir à l'oscilloscope : les modes du laser. Tirée de Duffait.

Analyse des modes d'un laser avec une cavité FP

➤ Duffait p97 + notice du FP

⊖ 10 min

Avoir allumé le laser pendant la préparation pour qu'il soit chaud.

Etalonnage : Choisir un laser He-Ne non polarisé, aligner le laser avec la cavité et observer le spectre. On connaît le FSR du FP (voir dans la notice, $FSR = 1.5$ GHz). Il correspond à l'intervalle entre 2 motifs (même mode à deux ordres consécutifs). On a donc une correspondance temps-fréquence

$$\Delta f = \Delta t \frac{f_{FSR}}{\Delta t_{FSR}}$$

avec f_{FSR} la valeur de la notice et Δt_{FSR} la valeur mesurée sur l'oscilloscope. Ainsi, n'importe quelle valeur Δt mesurée par la suite peut être convertie en Δf

Mesure : L'intervalle entre 2 pics dans le même ordre est le FSR_{laser} . On mesure Δt_{laser} pour obtenir cette valeur. On est censé avoir 2 pics pour chaque ordre.

⇒ $FSR_{laser,theorique}$ dans la notice est de 435 MHz à vérifier dans la notice du laser.

On mesure également $\delta\nu$ qui est la largeur à mi-hauteur du plus grands des pics. On en déduit le facteur de qualité

$$Q = \frac{\nu_0}{\delta\nu} = \frac{c}{\lambda_{laser}\delta\nu}$$

Incertitudes de type produits/rapports

4 Résonance d'un oscillateur paramétrique

➤ BUP 747, Landau p120

On va ici présenter un autre type de résonance : la résonance paramétrique. Il s'agit de modifier l'un des paramètres du système (ici sa pulsation propre) de façon périodique. On remarque qu'à une certaine fréquence de cette excitation, le système "résonne" et gagne en amplitude. On veut caractériser ça.

➤ Landau : on a un certain intervalle de fréquence pour lequel la résonance a effectivement lieu : $[f - \epsilon; f + \epsilon]$

$$\epsilon = \sqrt{\left(\frac{h\omega_0}{2}\right)^2 - 4\lambda^2}$$

avec λ l'inverse du temps caractéristique d'amortissement (donné par $\exp(-\lambda t)$), h l'amplitude de l'excitation, ω_0 le bon bail qu'on connaît. On veut vérifier que l'intervalle de fréquence 2ϵ où la résonance commence augmente avec l'amplitude de l'excitation h .

Résonance paramétrique d'un pendule

➤

⊖

- On utilise le moteur P95.28 avec la petite poulie qui s'adapte sur la roue.
 - Un pendule (ficelle + masse), une poulie
 - un GBF
 - On fixe une valeur de h sur le moteur en vissant la petite poulie dans l'un des 3 pas de vis.
 - On mesure la longueur maximale et la longueur minimale de la corde (en fonction de la position du moteur),

et on remonte alors à $l_0 = (l_{max} + l_{min})/2$ et $h = (l_{max} - l_{min})/2$.

- On peut estimer le coefficient d'amortissement λ
- On lance le GBF à basse fréquence. On augmente progressivement la fréquence. On se donne un critère pour dire "il y a résonance" : on attend par exemple 1 ou 2 seconde pour voir si les oscillations démarrent vénéres ou pas. On note la fréquence que l'on trouve.

Même chose pour une fréquence maximale en commençant à haute fréquence (attention, le moteur ne monte que jusqu'à 700Hz).

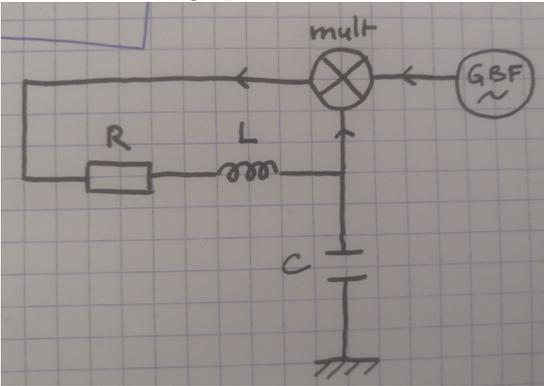
- On a alors notre intervalle de fréquence où ça marche.
- On change h en changeant la position de la roue, et on recommence.
- Tout le traitement est dans le fichier excel.

5 Un meilleur oscillateur paramétrique

PENDULE vs RLC : le pendule c'est dur car la résonance met en doute l'hypothèse des petits angles et on ne connaît pas bien la dissipation. Pour le RLC, on n'a pas ce problème et la dissipation est très bien connue : c'est R!!

Objectifs :

- Calculer un incrément logarithmique et en déduire les coefficients de Lyapunov
- Retrouver les graphes des simulations du BUP par l'expérience



Un meilleur exemple d'oscillateur paramétrique (non soumis aux aléas de la mécanique) est de prendre un RLC et d'y brancher un multiplicateur. Les calculs sont détaillés dans le bup joint au montage.

L'oscillateur paramétrique est un des systèmes non linéaires les plus simples ; à ce titre il est souvent mis en avant pour illustrer les phénomènes spectaculaires à la fois très riches et complexes qui caractérisent ce domaine de la Physique. Rappelons qu'un oscillateur est dit «paramétrique» lorsque l'on peut agir sur lui de manière à modifier périodiquement sa fréquence propre. Le montage effectué est le suivant, où M est un multiplicateur :

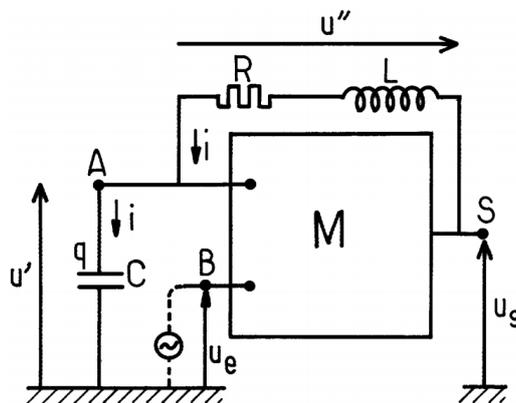


FIGURE 3 – L'oscillateur paramétrique.

5.1 La théorie en bref

✦ BUP 747

Le multiplicateur prend en entrée u_e et u' , et donne en sortie $u_s = ku_e u'$, avec k une constante.

Le GBF débite une entrée sinusoïdale de fréquence $\Omega = 2\omega = 2\omega_0 + \varepsilon$ et d'amplitude u_{eo} . Si on fait les calculs on a l'équation différentielle suivante pour q la charge du condensateur :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \omega_0^2(1 + h \cos 2\omega t)q = 0 \quad \text{avec } \lambda = \frac{R}{2L}, \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ et } h = ku_{eo} \quad (1)$$

On se retrouve avec une équation dite de Mathieu, linéaire d'ordre 2. La tension du GBF fixe la fréquence secondaire du système, et donne le même résultat que si on faisait varier l'épaisseur du condensateur sous la forme $e_0(1 - ku_e)$.

L'équation est techniquement encore linéaire en q , mais elle est à coefficients non constants. Cependant là où cet oscillateur est non linéaire, c'est dans le rapport qu'entretient u_e avec u_s .

Pour passer de l'équation avec amortissement à celle sans amortissement, il suffit de faire un changement de variable $q' = qe^{\lambda t}$. C'est détaillé dans le BUP.

5.2 L'expérimental

5.2.1 À u_e fixé



Étude à u_e fixé



⊖ préparation

Le circuit se comporte comme un RLC de pulsation $\omega^2 = \frac{1}{LC}ku_e$.
On peut vérifier cela aisément et le présenter, en traçant $\omega(u_e)$.
Ici $L=0.5\text{H}$, $C=53.8\text{nF}$ et $R \simeq 310\Omega$, $f_0 \simeq 1\text{kHz}$ sont des choix logiques.



Mesure du k du multiplicateur



⊖

On peut grâce à cette méthode remonter à k du multiplicateur.

5.2.2 Régime résonnant

Si la fréquence est trop élevée on peut avoir un déphasage sur le multiplicateur...

Pour observer la résonance paramétrique, il faut se placer en u_e sinusoïdal comme décrit plus haut. On cherche l'intervalle $[f_1(u_{eo}), f_2(u_{eo})]$ pour lequel il y a résonance paramétrique. En dehors le signal est faible, en dedans, on a rapidement l'apparition d'une exponentielle divergente. Elle sature évidemment, mais la saturation n'est pas décrite par notre modèle.

On peut essayer de retracer la figure suivante pour déterminer les domaines de stabilité. Si on est chaud on peut aussi faire une simulation numérique !

Il y a plusieurs domaines d'instabilité (sur des multiples de ω_0), mais on va ici regarder celui qui est autour de $2\omega_0$.

On se place dans la limite $h = ku_{eo} \ll 1$ et $\varepsilon \ll \omega_0$ et $\lambda \ll \omega_0$ (à vérifier). Le domaine d'instabilité alors est donné par la formule

$$\text{intervalle} = \left[2\omega_0 \pm \sqrt{\left(\frac{h\omega_0}{2}\right)^2 - 4\lambda^2} \right] \quad (2)$$



Tracé du domaine de stabilité



⊖

Tracer exactement la figure au dessous, quitte à la comparer à un test numérique (à faire).

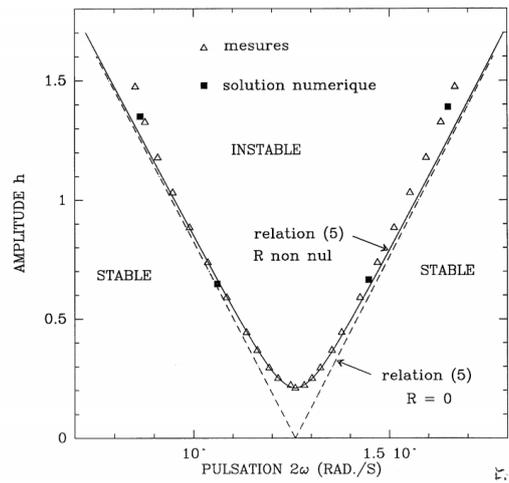


FIGURE 4 – Domaines de stabilité de l'équation. Ici $L=0.5H$, $C=53.8nF$ et $R \simeq 310\Omega$, $f_0 \simeq 1kHz$.

6 Oscillateur à quartz, Q très élevé



Mesure de Q

➤ Krob p151



Matériel : boitier ENS Quartz à 2MHz, GBF, fréquencemètre, oscilloscope.

On alimente le résonateur à quartz avec un signal sinusoïdal de fréquence f et on regarde le signal de sortie.

On relève les amplitudes pour tracer le Bode autour de 2MHz. On trouve f_0 et Δf .

Wa Q est super haut, 10^4